

# 比例自变换实现神经网络光学互连

华建文 刘立人 李国强

(中国科学院上海光机所信息光学研究室 上海 201800)

**提要** 讨论了构造比例自变换函数及其成像过程, 据此制成光栅透镜组合件。用它的放大泰伯自成像效应来实现一点到多点的光学互连。然后把多个光栅透镜组件制成一个列阵, 用它来实现二维神经网络的光学互连, 结果产生了一个平行的光学神经网络。实验达到了预期的效果, 并发现这种光学互连系统结构简单、操作容易。

**关键词** 自变换, 神经网络, 光学互连

## 1 引 言

自从 Hopfield 的一个简单的神经网络模型<sup>[1]</sup>被光学实现<sup>[2]</sup>后, 各种各样的应用<sup>[3-6]</sup>已经连续不断地产生出来。在所有的光学神经网络中光学互连是一个基本问题。通常使用投影法或成像法把矢量(或矩阵)投影或成像到矩阵(或矢量)上来产生神经元态矢量与互连矩阵的积<sup>[7]</sup>。另一方面, 自变换函数的研究在光学领域里也很受重视<sup>[8-10]</sup>。本文首先用周期函数和位相因子构造出一个自变换函数, 并把它物化为一个光栅和一个透镜的组合, 讨论它的比例自成像效应并用它实现一点到多点的光学互连。然后把它应用于二维神经网络光学互连, 结果产生了一个结构简单、操作容易的平行光学神经网络。

## 2 比例自成像

众所周知, 在相干平面波照明下, 任意一个周期透明物体能在自由空间中在特定的距离上产生自成像, 即

$$\left| \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \exp \left[ \frac{i\pi}{\lambda z_T} (t-x)^2 \right] dt \right|^2 = |g(x)|^2 \quad (1)$$

式中  $g(x)$  表示周期函数,  $z_T$  表示自成像距离(或称为泰伯自成像距离)。在式(1)以及下面的讨论中, 忽略所有的常数因子。如果用  $d$  表示物体周期, 则自成像距离为

$$z_T = \alpha \frac{2d^2}{\lambda} \quad \alpha = 1, 2, \dots \quad (2)$$

考虑这么一个物体  $g(x) \exp(i\pi x^2/\lambda f)$ , 我们称它为比例自变换函数(SSIF)。这种 SSIF 及其自成像过程可用图 1 来表示。其中  $g(x)$  紧接着一个焦距为  $f$  的负透镜。由这个函数在其后方  $z$

\* 国家自然科学基金课题(69477001)。

处平面上产生的波场强度  $I(x)$  分布为

$$I(x) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda f} t^2\right] \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda z}(x-t)^2\right] dt \right|^2 = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \exp\left[\frac{i\pi}{\lambda} \frac{z f}{z+f} \left(t - \frac{x}{1+z/f}\right)^2\right] dt \right|^2 \quad (3)$$

把它与方程(1)比较可知, 当

$$\frac{z f}{z+f} = z_T \quad (4)$$

时, 即从物体到平面的距离为

$$z = \frac{z_T f}{f - z_T} \quad (5)$$

时, 强度  $I(x)$  的分布恰好是物体  $g(x)$  ( $i\pi x^2/\lambda f$ ) 的放大像, 其放大因子为

$$M = 1 + z/f = \frac{f}{f - z_T} \quad (6)$$

像的周期为

$$M d = \frac{f d}{f - z_T} \quad (7)$$

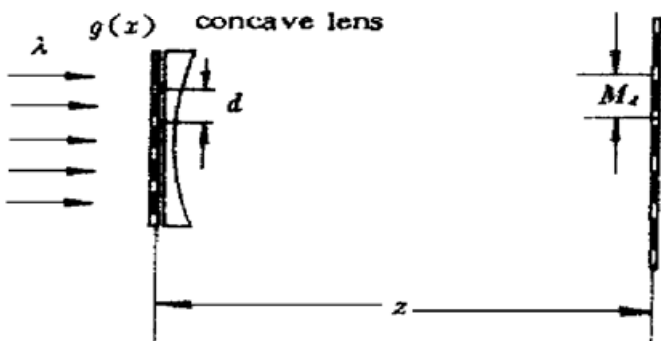


图 1 比例自成像原理图

$g(x)$  为周期函数, 其周期为  $d$ ;  $f$  为焦距

Fig. 1 The sketch of the self imaging on scale

$g(x)$  is a periodic function, its period is  $d$ ;

$f$  is the focal length

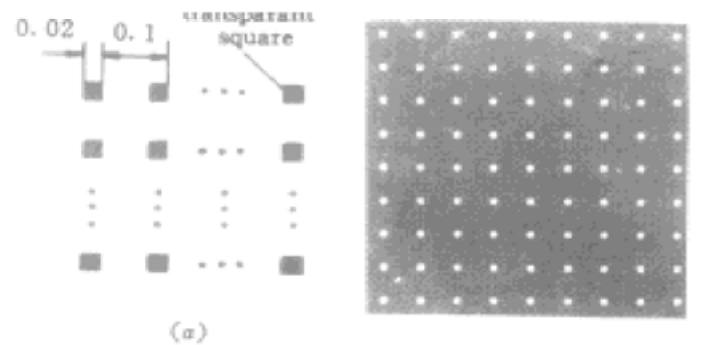


图 2 朗奇光栅及其比例自成像

(a) 朗奇光栅; (b) 比例自成像。照片放大因子: 1.84 · 1

Fig. 2 The Lonchi grating and its amplified self-image

(a) The Lonchi grating; (b) The amplified self-image.

Photograph scale: 1.84 · 1

只要周期函数可以表达为  $g(x)g(y)$ , 所有这些结果同样适用于两维 SSIF。为简单起见, 使用一块占空比为 0.2 的朗奇光栅(即图 2 (a) 中表示的两维透明方块列阵) 作为物体  $g(x)g(y)$  的例子, 那么这个 SSIF 的自成像将是同样图案的两维光点列阵, 不过其尺寸被放大了。图 2 (b) 是像的实验记录, 它与上述公式完全吻合。实验中,  $\alpha = 2, \lambda = 0.6328 \mu\text{m}, f = 66 \text{ mm}, d = 0.1 \text{ mm}$ , 其它参数由上述公式决定。量取实验照片上点阵的周期, 它正好等于朗奇光栅的周期  $d$  乘以放大因子  $M$  和照片放大因子(1.84)。

### 3 SSIF 实现神经网络光学互连

通常,  $K$  阶神经网络需要  $K^2$  个互连。Hopfield 提出用下列迭代方程表示每个神经元的态

$$v_j(n+1) = o\left[\sum_{k=1}^K T_{jk} v_k(n)\right] \quad j = 1, 2, \dots, K \quad (8)$$

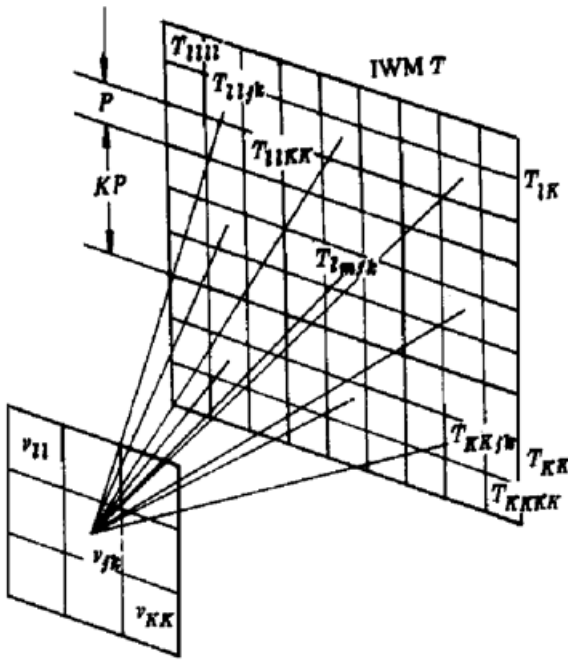


图3 神经元态矢量  $v$  与互连矩阵  $T$  之间互连  
Fig. 3 The interconnection between the state vector  $v$  of the neuron and the IWM  $T$

式中,  $v_j$  为第  $j$  个神经元的态,  $n$  表示第  $n$  次迭代,  $T_{jk}$  表示第  $j$  个和第  $k$  个神经元之间的连接强度,  $o(\cdot)$  表示神经元的非线性操作, 它接不同的模型变化。对于  $K \times K$  的两维神经网络, 迭代方程具有如下形式<sup>[11]</sup>

$$v_m(n+1) = o\left[\sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K T_{lmjk} v_j(n)\right] \quad (9)$$

式中  $v_m$  表示  $K \times K$  空间中第  $lm$  个神经元的态,  $T_{lmjk}$  表示四维互连矩阵  $T$  中的元素。矩阵  $T$  可分解成  $K \times K$  个两维子矩阵  $T_{11}, T_{12}, \dots, T_{KK}$ , 如图3所示, 其中每个子矩阵又有  $K \times K$  元素。从神经网络方程(9)可见, 需要完成大量的乘法和加法运算。这些运算可以用光学法来实现而其它的运算可用电子学方法进行。我们使用 SSIF 将态矢量  $v$  的元素  $v_{jk}$  连接到每一个子矩阵  $T_{lm}$  的元素  $T_{lmjk}$  上, 并把需要相加的积安排在同一块中。方程(9)所需的互连示意在图3中, 其中每个小方格表示互连矩阵的元素,  $K \times K$  个方格构成的方块表示子矩阵  $T_{lm}$ 。 $K \times K$  个方块即  $K \times K$  子矩阵  $T_{lm}$  构成的整个方块表示互连矩阵  $T$ 。神经元态矢量同样以  $K \times K$  个方格形掩膜来表示, 方格透明表示元素  $v_{jk}$  是 1, 方格不透明表示元素为 0。如果能用光学法将元素  $v_{jk}$  连接到每一个子矩阵  $T_{lm}$  的元素  $T_{lmjk}$ , 那么所有的乘法就得以实现。为进行这种光学互连, 我们将一个两维的 SSIF 型物体紧贴在元素  $v_{jk}$  的后方并以平面波照明。如果元素  $v_{jk}$  是 1, 则在方程(5)所描述的距离上将出现两维光点列阵。通过合理选择 SSIF 的参数使光点的周期恰好等于子矩阵  $T_{lm}$  的几何尺寸, 即

$$Md = PK \quad (10)$$

式中  $P$  为互连矩阵元素  $T_{lmjk}$  的几何尺寸。这样每一个光点正好落在每一个子矩阵  $T_{lm}$  的元素  $T_{lmjk}$  上。将方程(10)与(7)联立, 得到焦距

$$f = \frac{PK}{PK - d} z^r \quad (11)$$

还要注意光点的尺寸必须小于尺寸  $P$ , 它可以通过合理选择朗奇光栅的占空比(透明方格的尺寸对周期的比)或位相光栅的压缩比来得到满足。在光学中, 一个周期函数和一个二次位相因子可具体化成一个光栅和一个透镜, 因而也可将 SSIF 称为光栅透镜部件, 并使用  $K \times K$  个这样的部件来完成矢量  $v$  与互连矩阵  $T$  的全部光学互连。图4中, 光栅透镜 1 产生光点列阵 1, 它的周期为  $KP$ (参见方程(10)), 部件 2 产生光点列阵 2, 光点

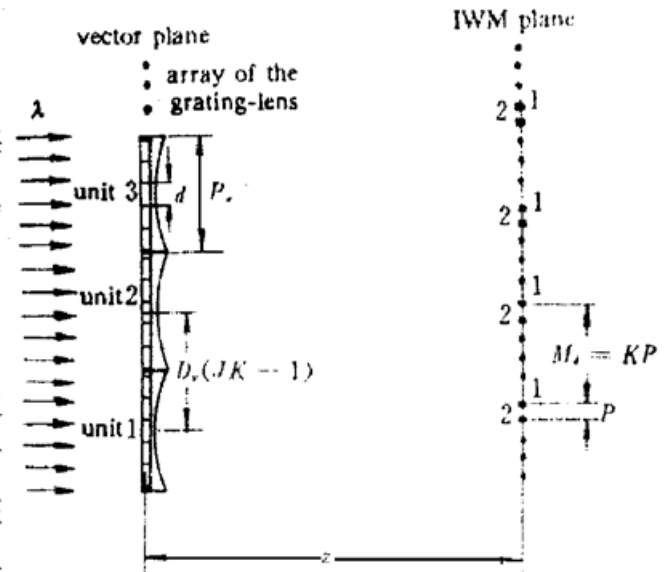


图4 使用 SSIF 的神经网络光学互连  
 $v$ : 态矢量;  $T$ : 互连矩阵

Fig. 4 The geometry for optical neural network using the SSIF  
 $v$  is the state vector;  $T$  is the TWM

列阵 2 除了相对于光点列阵 1 有一横向位移外与光点列阵 1 完全相同。其它依此类推。两个相邻部件的中心距安排成

$$D_v = (JK \pm 1)P \quad (12)$$

式中  $J$  是一个自然数, 这可以确保光点 1 与光点 2 之间的距离恰好为  $P$ 。部件 1 把信息  $v_{jk}$  连接到每一个  $T_{lm}$  的元素  $T_{lmjk}$  上, 部件 2 将下一个  $v_{jk}$  连接到下一组  $T_{lmjk}$  上, 依此类推。整个光电子系统的连接可用图 5 来表示。态矢量与每一个子矩阵  $T_{lm}$  相乘得到的结果用一个面型光电探测器来接收。

## 4 实验及结论

用  $10 \times 10$  个光栅透镜部件列阵来实现  $10 \times 10$  的神经网络光学互连。互连矩阵具有  $10 \times 10$  个子矩阵, 每个子矩阵具有  $10 \times 10$  个元素。每个元素的几何尺寸设计为  $P = 0.237 \text{ mm}$ 。  $10 \times 10$  个完全相同的部件制成一体, 每个部件为  $4.5 \text{ mm} \times 4.5 \text{ mm}$  大小。在此实验中使用的朗奇光栅的周期和占空比为  $0.1 \text{ mm}$  和  $0.1$ 。参数  $\alpha, f$  和波长  $\lambda$  的数值与第二节中相同, 其它参数由上述公式决定。把矢量  $v$  紧靠光栅透镜部件列阵前面并用平面波照明如图 5 所示, 这样每一个部件恰好把矢量  $v$  的每一个元素连接到互连矩阵上。实验中使用的矢量  $v$  是如图 6(a) 所示的字母 “Y”。在互连矩阵平面上形成 “Y” 的一个列阵。图 6(b) 是其照片。这一实验结果正好是我们所期望的矢量  $v$  的多重像。但是必须注意这些像不是用直接成像得来的, 它与矢量  $v$  的几何尺寸无关。

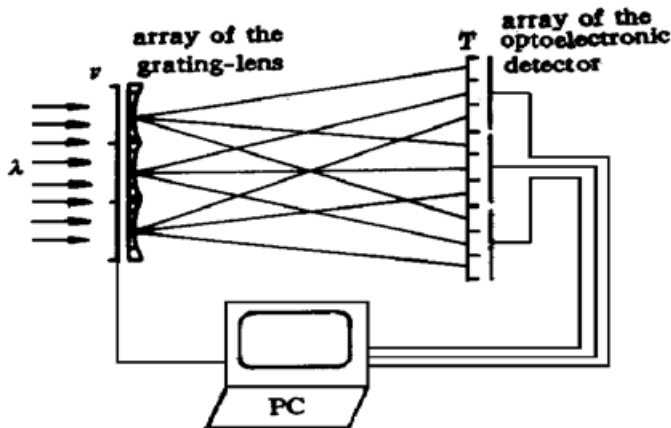


图 5 基于 SSIF 光学互连的神经网络运算系统  
 $v$ : 态矢量;  $T$ : 互连矩阵

Fig. 5 The system for the whole operation of the neural network using the SSIF  
 $v$  is the state vector;  $T$  is the IWM

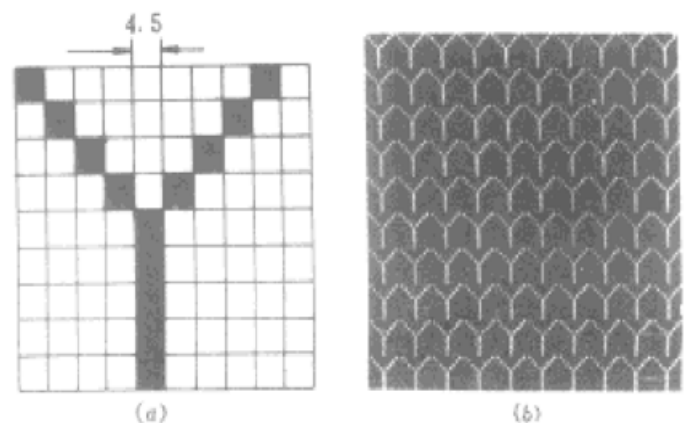


图 6 态矢量及光栅透镜列阵所形成的神经网络光学互连结果

(a) 态矢量  $v$ ; (b) 互连矩阵平面上得到的结果  
照片比例:  $1.84 \cdot 1$

Fig. 6 The state vector  $v$  and the interconnection result formed by the array of the grating-lens units  
(a) The state vector  $v$ ; (b) The result obtained on the IWM plane. Photogerph scale:  $1.84 \cdot 1$

众所周知, 泰伯自成像实现起来容易, 对环境和光栅的质量没有特别的要求。SSIF 可以用光栅透镜部件来构成。使用光栅透镜组而不使用多个成像系统来实现神经网络光互连, 整个系统和调整大大地简化了。与 X. Yang 等<sup>[12]</sup>提出的紧凑式光学神经网络相比, 虽然他们的系统也很简单, 但本文所提供的方法不需要复制  $K \times K$  个状态矢量。此外两种方法的原理不同, 本

文的光学互连对状态矢量  $v$  的几何尺寸和定位是不那么敏感的。

如果使用一个位相光栅取代朗奇光栅, 则 SSIF 是一个纯位相型物体。这对充分利用光能是有益的。参考文献[13]及[14]提供了优化位相光栅提高光能利用率的方法。上述的设计思想同样适用于纯位相型 SSIF。

### 参 考 文 献

- 1 J. J. Hopfield. Neural networks and physical systems with emergent collective computational abilities. *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, 1982, **79**: 2554
- 2 N. H. Farhat, D. Psaltis, A. Prata *et al.*. Optical implementation of the Hopfield model. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(10): 1469~ 1475
- 3 S. Lin, L. Liu, Z. Wang. Optical implementation of the 2-D hopfield model for 2-D associative memory. *Optics Comm.*, 1989, **70**(2): 87~ 91
- 4 M. Takeda, J. W. Goodman. Neural networks for computation: number representations and programming complexity. *Appl. Opt.*, 1986, **25**(18): 3033~ 3046
- 5 Liren Liu, G. Li, L. Liu. Optical self-routing complex neural network using mixed negabinary numbers. *Inst. Phys. Conf. Ser.*, 1994 (139): 459~ 462
- 6 S. Greenberg, H. Guterman. Neural-network classifiers for automatic real-world aerial image recognition. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(23): 4598~ 4609
- 7 S. Jutamulia, F. T. S. Yu. Overview of hybrid optical neural networks. *Optics & Laser Technology*, 1996, **28**(2): 59~ 72
- 8 Liren Liu. Periodic self-Fourier-Fresnel functions. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 1994, **27**(9): L285~ 289
- 9 Jianwen Hua, L. Liu. Exact periodic self-Fourier-Fresnel functions. *Optik*, 1996, **103**(2): 75~ 76
- 10 Jianwen Hua, L. Liu, G. Li. Dual self-transform function. *J. Phys. A: Math. Gen.*, 1997, **30**(4): 1199~ 1204
- 11 Francis T. S. Yu, Taiwei Lu, Xiangyang Yang *et al.*. Optical neural network with pocket-sized liquid-crystal televisions. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(15): 863~ 865
- 12 X. Yang, T. Liu, Francis T. S. Yu. Compact optical neural network using cascaded liquid crystal television. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(35): 5223~ 5225
- 13 J. R. Leger, G. J. Swanson. Efficient array illuminator using binary-optics phase plates at fractional-Talbot planes. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(5): 288~ 290
- 14 Victor Arrizon, E. Lopez-Olazagasti, A. Serrano-Heredia. Talbot array illuminators with optimum compression ratio. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(4): 233~ 235

## Using Self-imaging Functions for the Optical Interconnection of Neural Network

Hua Jianwen Liu Liren Li Guoqiang

(Information Optics Laboratory, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract** The self-imaging functions which can self-image on scale are shown. Then we apply them to the optical interconnection of neural network. Consequently, the optical interconnection system is simple and the experimental operation, especially the optical adjustment is easy. Finally, the experiment is shown.

**Key words** self-imaging, neural network, optical interconnection