

光线追迹在离轴激光变换系统 衍射计算中的应用*

李俊昌

J. Merlin

(昆明理工大学激光应用研究所 昆明 650093) (GEMPPM-INSA de LYON-69621 Villeurbanne Cedex-France)

提要 将几何光学的空间光线追迹方法与光的衍射理论相结合,通过建立等效近似光学系统,详细研究了一种已经在激光热处理中获得应用的非近轴激光变换系统,得到了与实验观测吻合的结果。

关键词 激光变换,光线追迹,衍射计算

1 引言

将激光变换为带形光斑,是激光热处理应用研究中获得宽带扫描的重要措施。基于文献[1]的研究基础,我们研制了一种宽带变换系统。利用这种光学系统,成功地获得了均匀的相变硬化层^[2],并对该光学系统使用条件下激光与材料的相互热作用进行了理论及实验研究^[2-4]。但在以往的研究中,为简化热作用计算,进入光学系统前的入射光束被近似为基模高斯光束,光学系统对光束的变换采用几何光学进行研究。然而,直接来自激光器的光束通常不是理想的基模高斯光束,在一定条件下,变换后光束功率密度分布的衍射结构在金属表层也能引起可以觉察的温度变化^[5]。为准确描述激光与材料的相互热作用,有必要既考虑实际入射光束的功率密度分布,又从相干光的衍射理论出发,对光学系统的光束变换特性进行认真研究。本文讨论的激光变换系统为离轴光学系统,将几何光学为基础的空间光线追迹方法与衍射计算的菲涅耳近似相结合,获得了与实验观测很吻合的结果。

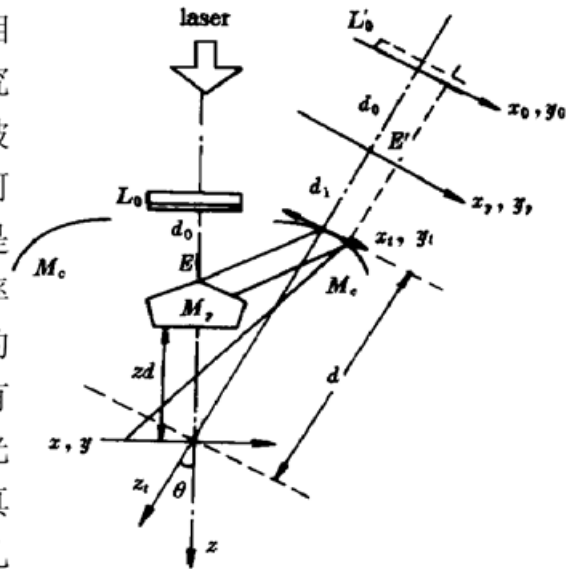


图 1 激光宽带变换装置及坐标定义图
Fig. 1 The laser beam transformation system and the definition of coordinates

2 光学系统简介

图 1 为光学系统及其坐标定义的示意图。图中,沿系统对称轴入射的激光穿过焦距为 f_v 。

* 国家自然科学基金、云南省自然科学基金资助课题。

母线在水平方向的柱面透镜 L_0 后投射到与 L_0 相距 d_0 的劈形分割反射镜 M_p 上, 被 M_p 分割反射的两束光(图中仅绘出向右侧反射的光路)再被两对称配置且母线垂直于纸面的柱面反射镜 M_c 反射, 在光学系统后重新叠加。由于柱面透镜及柱面反射镜分别对光束沿相互垂直的方向变换, 通过适当的光学设计, 便能在光学系统后通过两光束的叠加获得带形激光斑。根据几何光学原理不难看出, 沿系统光轴平移柱面透镜 L_0 以及调节两柱面镜 M_c 的角度, 可以改变叠加光斑的长宽比及功率密度分布, 适应实际应用中不同的需要。

3 光线追迹及衍射理论在光学系统研究中的应用

3.1 等效近轴光学系统的建立及参考坐标的定义

根据光学系统的对称性, 可以通过对图 1 中右瓣光束的研究导出整个光学系统对光束的变换结果。根据几何光学原理, 柱面反射镜 M_c 的反射光线不可能汇集成一条几何的线。现对焦线位置作如下定义: 若射向劈形反射镜的光为平行光, 令来自劈尖并经柱面镜反射后的光线为 z_t 轴(见图 1), 当图面上被柱面镜反射的所有反射光线与某垂直于 z_t 轴直线的交点距 z_t 轴距离的平均值取最小值时, 该直线与 z_t 轴的交点即焦线位置。现定义过 z_t 轴与柱面反射镜的交点并垂直于 z_t 轴的平面为 $x_t y_t$ 平面(y_t 垂直于纸面指向读者), 在 $x_t z_t$ 平面中考虑焦距的计算问题。

将入射光束沿劈尖往右等分为 n 条平行光线, 设它们与柱面反射镜的交点为 (x_i, z_i) 以及再经柱面镜反射后该光线的斜率为 $k_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 第 i 条反射光线的方程为

$$x_t = x_i + \frac{z_t - z_i}{k_i}$$

令 f_x 为所要确定的焦距, 根据上面对焦距的定义, 我们有

$$\frac{d}{df_x} \sum_{i=1}^n \left[x_i + \frac{f_x - z_i}{k_i} \right]^2 = 0$$

求解方程即得确定等效透镜焦距的公式

$$f_x = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\frac{z_i}{k_i^2} - \frac{x_i}{k_i} \right]}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{k_i^2}} \quad (1)$$

按照光路的等效性, 被柱面反射镜反射的光可以视为来自 $x_t y_t$ 平面的一个焦距为 f_x 的等效薄柱面透镜的光, 所研究光学系统右瓣光束的传播过程, 可以视为在等效薄柱面透镜前方存在一沿 z_t 轴正向传播的虚激光束穿过下述近轴光学系统的过程: 该虚光束首先穿过柱面透镜 L_0 的虚像 L_0' , 经距离 d_0 的传播, 然后被 M_p 右侧分割镜的虚像作直边衍射, 再经距离 d_1 的传播 (d_1 等于来自劈尖的反射光线与柱面镜交点之间的光线长) 到达等效薄柱面透镜, 穿过透镜成为实光束继续传播。这就是所建立的等效近轴光学系统。

为定量描述光束的变换过程, 在 z_t 轴的反向沿长线方向垂直于 z_t 再分别建立 $x_p y_p$ 及 $x_o y_o$ 平面, 它们分别是劈形反射镜劈尖 E 的虚像 E' 的平面以及柱面透镜 L_0 的虚像 L_0' 的平面; 其次, 令光学系统的对称轴为 z 轴, 令过 z_t 轴与 z 轴交点并垂直于 z 轴的平面为参考平面 xy , 以后将考察激光束穿过光学系统后与参考平面相平行的各平面上的激光功率密度分布。

3.2 光束变换过程的傅里叶光学研究

设进入光学系统前的激光为具有某一复振幅分布 $A_0(x_0, y_0)$ 的平面光波(即 $A_0(x_0, y_0)$ 为

实函数), 并且, 设各光学元件尺寸足够大, 可以忽略光学元件边界引起的空间滤波^[6]作用。当光波穿过柱面透镜 L_0' 到达 $x_p y_p$ 平面时, 利用柱面波的抛物面近似, 其复振幅变为^[6]

$$U_0(x_p, y_p) = \frac{1}{\sqrt{|M_{0y}|}} A_0 \left[\frac{x_p}{M_{0y}}, \frac{y_p}{M_{0y}} \right] \exp \left[-jk \frac{y_p^2}{2(f_y - d_0)} \right] \quad (2)$$

其中, $j = \sqrt{-1}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ 为激光波长; $M_{0y} = 1 - \frac{d_0}{f_y}$ 。

到达等效透镜平面上的光波复振幅可根据菲涅耳衍射近似表示为^[6]

$$U_t(x_t, y_t) = \frac{\exp(jkd_1)}{j\lambda d_1} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty dy_p U_0(x_p, y_p) \exp \left[\frac{jk}{2d_1} [(x_p - x_t)^2 + (y_p - y_t)^2] \right] \quad (3)$$

再次利用衍射菲涅耳近似, 穿过等效透镜后光束在 $x_t y_t z_t$ 空间的复振幅即为

$$U_d(x_t, y_t, z_t) = \frac{\exp(jkz_t)}{j\lambda z_t} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty dx_s \int_{-\infty}^\infty dy_s U_t(x_s, y_s) \exp \left[\frac{jk}{2f_x} x_s^2 \right] \exp \left[\frac{jk}{2z_t} [(x_s - x_t)^2 + (y_s - y_t)^2] \right] \quad (4)$$

合并以上两式、交换积分顺序并略去与能量测量无关的复相位因子后得到

$$U_d(x_t, y_t, z_t) = \frac{1}{\sqrt{|M_{0y}| \lambda^2 d_1 z_t}} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty dx_p \int_{-\infty}^\infty dx_s \int_{-\infty}^\infty dy_s \int_{-\infty}^\infty dy_p A_0 \left[x_p, \frac{y_p}{M_{0y}} \right] \exp \left[\frac{-jk}{2(f_y - d_0)} y_p^2 \right] \times \\ \exp \left[\frac{jk}{2d_1} [(x_p - x_s)^2 + (y_p - y_s)^2] \right] \exp \left[\frac{-jk}{2f_x} x_s^2 \right] \exp \left[\frac{jk}{2z_t} [(x_s - x_t)^2 + (y_s - y_t)^2] \right] \quad (5)$$

研究上式可以看出, 积分号内的复相位因子的空间变化率非常高, 并且交替取正负值, 以至于当给定观察位置 (x_t, y_t, z_t) 后, 实际积分在离开零相位点的一较小邻域便因正负相消而使其积分值基本取决于振幅 A_0 与复相位因子的乘积在零相位点邻域的积分; 进一步分析还可发现, 和复相位因子的空间变化率比较而言, 实际光束振幅 $A_0(x_0, y_0)$ 的空间变化率很低, 在任一观察点邻域的值可以用观察点的值代替。因此, 在化简(5)式的过程中作了如下两种形式的近似

$$\int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty dx_i \int_{-\infty}^\infty dy_i A_0(x_i, y_i) \exp \left[\frac{jk}{2d_i} [(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2] \right] = jd_i \lambda A_0(x_k, y_k) \\ \text{以及} \\ \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty dx_i \int_{-\infty}^\infty dy_i A_0(x_i, y_i) \exp \left[\frac{jk}{2d_i} [(x_i - x_k)^2 + (y_i - y_k)^2] \right] = \sqrt{jd_i \lambda} A_0(x_k, y_k) \int_0^\infty dx_i \exp \left[\frac{jk}{2d_i} (x_i - x_k)^2 \right]$$

最后得到

$$U_d(x_t, y_t, z_t) = \frac{1}{\sqrt{|M_x M_y|}} A_0 \left[\frac{x_t}{M_x}, \frac{y_t}{M_y} \right] \times \\ \left[\left| \frac{\sqrt{2}}{4} + \int_0^{\frac{x_t}{\sqrt{\lambda M_x(z_t + M_x d_1)}}} \cos \pi \xi^2 d\xi \right| + j \left[\frac{\sqrt{2}}{4} + \int_0^{\frac{x_t}{\sqrt{\lambda M_x(z_t + M_x d_1)}}} \sin \pi \xi^2 d\xi \right] \right] \quad (6)$$

其中, $M_x = 1 - \frac{z_t}{f_x}$; $M_y = 1 - \frac{z_t + d_1 + d_0}{f_y}$ 。它们分别是该瓣光束经过光学系统到达与 $x_t y_t$ 平行的观察平面时在 x_t 及 y_t 方向的横向放大率。

(6) 式表明, 由于光的衍射作用, 在等效透镜后与 $x_t y_t$ 平面相平行的观察平面上的光波场,

将为几何光学所规定的像 $\frac{1}{\sqrt{|M_x M_y|}} A_0 \left[\frac{x_t}{M_x}, \frac{y_t}{M_y} \right]$ 受一个单位振幅平面波作距离为 $|M_x(z_t + M_x d_1)|$ 的直边衍射^[7]后的衍射波纹“调制”的结果。显然,当光波长趋于零时,将能得到几何光学所预计的结论。

为研究光束叠加时的干涉作用,将以上研究的该列光波视为由柱面透镜的焦线发出的复合柱面波^[8],即将复振幅的表达式重新写为

$$U(x_t, y_t, z_t) = |U_d(x_t, y_t, z_t)| \exp\left[\frac{jk}{2(z_t - f_x)} x_t^2\right] \exp\left[\frac{jk}{2(z_t + d_1 + d_0 - f_y)} y_t^2\right] \quad (7)$$

该瓣光束在 xyz 坐标系中的复振幅可表示为

$$U_D(x, y, z) = U(x \cos\theta + z \sin\theta, y, z \cos\theta - x \sin\theta + d) \quad (8)$$

其中, θ 为 z_t 轴与 z 轴之间的夹角,而 d 为这两个轴的交点到 $x_t y_t$ 平面的距离(见图 1)。

根据对称性,立即得到左边这瓣光束在 xyz 坐标系中的复振幅

$$U_C(x, y, z) = U_D(-x, y, z)$$

于是,两瓣光束叠加后的激光功率密度分布为

$$I(x, y, z) = [U_D(x, y, z) + U_C(x, y, z)]^* \times [U_D(x, y, z) + U_C(x, y, z)] \quad (9)$$

将有关各量代入上式,在运算中略去小量 $x \sin\theta$,并引入表征两束光相干度的系数 $F(0 \leq F \leq 1)$ 即得^[8]

$$I(x, y, z) = |U_d^+|^2 + |U_d^-|^2 + 2F|U_d^+||U_d^-| \cos\left[\frac{2\pi x}{T}\right] \quad (10)$$

式中, $U_d^+ = U_d(x \cos\theta + z \sin\theta, y, z \cos\theta - x \sin\theta + d)$; $U_d^- = U_d(-x \cos\theta + z \sin\theta, y, z \cos\theta - x \sin\theta + d)$; $T = \frac{(d + z \cos\theta - f_x)\lambda}{z \sin 2\theta}$ 。

可见,两束光叠加的结果,将在 x 方向形成间距为 T 的干涉条纹。这样,叠加光斑将同时具有干涉和衍射结构。但是,将所研究装置的有关参数($d \approx 220 \text{ mm}$, $z \approx 200 \text{ mm}$, $f_x \approx 100 \text{ mm}$, $\theta \approx 15^\circ$, $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$) 代入上式后可以发现, T 的数值只在几个波长的量级,与光斑尺寸相比,干涉条纹的间距很小,光斑的干涉结构引起的热作用可以忽略不计^[9, 10]。因此,从(10)式

的前两项出发,将穿过光学系统后的光波视为两列对称的复合柱面波的非相干叠加,通常已能较好地描述任意观察位置的激光功率密度分布。

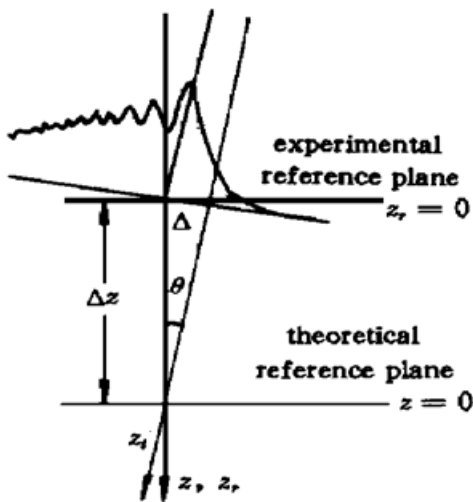


图 2 根据实验参考平面确定理论参考平面的示意图

Fig. 2 The determination of theoretical reference plane according to the experimental reference plane

4 利用衍射理论及实验测量确定理论参考平面

为进行理论模拟,通过实验测定参考平面 xy 是一项十分重要的工作。对于任意给定的一个光学系统的调节状态,很容易通过测量左右两瓣光束“边界”刚好重合的位置来定义实际热处理应用的参考平面 $z_r = 0$ (在该平面之下 $z_r > 0$,反之 $z_r < 0$)。然而,由于光的衍射,因此而确定的实验参考平面事实上近似为两瓣光零级衍射条纹相重合的平面(见图 2),并不是通过几何光学光线理论定义的过 z_t 与 z 轴交点并垂直于 z 轴的参考平面 xy 。现用衍射理论对测量结果作修正。根据直边衍射条纹的间距分布规律^[7, 10],零级衍

射条纹与几何光学边界间的距离为 $\Delta = 0.827 \sqrt{|M_x(z_t + M_x d_1)|}$ 。因此, 理论参考平面的位置事实上在实验定义的参考平面下方, 其修正量为 $\Delta z = \Delta / \sin\theta$ (见图 2)。

5 光束变换的理论模拟与实验测量的比较

该装置在法国 CILAS CI 4000 轴流大功率 CO₂ 激光设备上进行了光束变换观测及激光热处理的实验研究。对实验测量的数值分析发现, 将入射激光模式视为由 TEM₀₀ 及 TEM₁₀ 两种模式按不同强度比例叠加, 可以比较满意地模拟所使用激光设备的光束分布。定义 η ($0 \leq \eta \leq 1$) 为基模高斯光束的功率与整个光束功率比(以后简称基模功率比), 一束功率为 P_0 的激光振幅分布可以表示为

$$A_0(x_0, y_0) = \sqrt{\frac{2P_0}{\pi w^2} \left[\eta + 2(1 - \eta) \frac{x_0^2 + y_0^2}{w^2} \right]} \exp \left[-2 \frac{x_0^2 + y_0^2}{w^2} \right]$$

式中, w 为基模高斯光束半径。

由于热敏纸可以非常方便和直观地纪录激光变换前后的功率密度分布, 并能根据采样光斑确定参数 η 及 w 的数值, 利用以上理论研究结果及热敏纸的特性, 建立了光束通过光学系统的仿真变换软件, 为激光热处理的后续研究提供了方便。作为实例, 图 3(s), (a), (b), (c) 及图 3(s1), (a1), (b1), (c1) 分别给出激光输出功率为 800 W 时, 进入光学系统前对激光的采样光斑以及光束经变换后到达参考平面附近区域的三个光斑的理论及实际测试图样。不难看出, 无论变换前或变换后光束功率密度的理论模拟均可获得十分满意的结果。

表 1 $z_r = 5$ mm 光斑的衍射条纹到零级条纹间距的实验测量及理论计算的比较

Table 1 Comparison of the experimental measurement and theoretical calculation of the distance between the 0 degree and other diffraction stripes for a spot $z_r = 5$ mm

diffraction stripe	distance measured result/mm	theoretical calculation of formula (10)/mm	relative error/%
s_1	1.15	1.13	1.7
s_2	1.80	1.75	2.8
s_3	2.43	2.38	2.1
s_4	2.91	2.88	1.1
s_5	3.39	3.38	0.0

为进一步表明公式(10)对衍射计算的准确性, 表 1 列出了对图 3 中于 $z_r = 5$ mm 光斑的前 5 级衍射条纹到零级条纹^[10]间距的理论计算与实验测量的比较结果。很明显, 公式(10)可以十分准确地描述衍射条纹的分布规律。

以上研究表明, 由于光的干涉及衍射作用, 通过简单分割再重新组合的方法, 本文所研究的光学系统或同类系统^[10]均不可能获得几何光学所规定的均匀光斑。但是, 从热作用的宏观结果而言^[9], 如果采用“叠像式”光学系统^[8, 10], 并通过适当设计减小干涉条纹的间距, 基模高斯光束将能变换为一个强度分布十分均匀的光斑。然而, 为获得均匀的激光热处理, 通常需要的是马鞍形强度分布的带状光斑^[2, 5]。图 4(a), (b), (c) 给出了在文献[2]所作激光热处理研究中我们使用本文介绍的光学系统获得的实验用光斑采样图像、理论模拟的光斑图样及其光斑的功率密度分布。

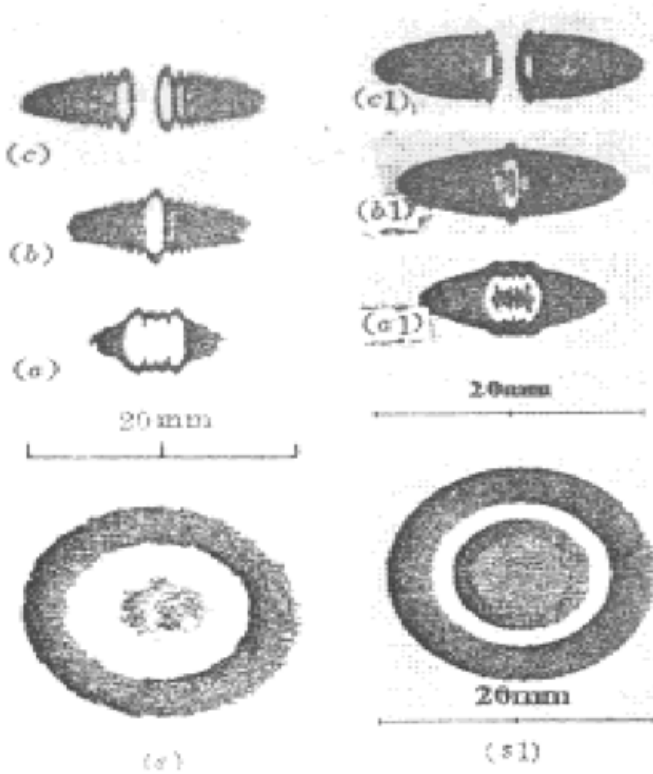


图 3 实际采样光斑(左)与理论模拟(右)的比较
激光功率: $P = 800 \text{ W}$; 采样时间: (s), (s1) 为 20.0 ms , 其余为 3.0 ms ; 观察平面位置: (a) $z_r = -5.0 \text{ mm}$, (b) $z_r = 0.0 \text{ mm}$, (c) $z_r = 5.0 \text{ mm}$; 装置参数: $d_0 = 76.0 \text{ mm}$, $d_1 = 69.8 \text{ mm}$, $f_y = 256.0 \text{ mm}$, $f_x = 101.1 \text{ mm}$, $\theta = 15.4^\circ$

Fig. 3 The comparison of the sampled beam impact (left) with the simulation result (right)

laser power: $P = 800 \text{ W}$; sampling time: (s), (s1) is 20.0 ms , others are 3.0 ms ; coordinates of observation plane: (a) $z_r = -5.0 \text{ mm}$, (b) $z_r = 0.0 \text{ mm}$, (c) $z_r = 5.0 \text{ mm}$; apparatus parameters: $d_0 = 76.0 \text{ mm}$, $d_1 = 69.8 \text{ mm}$, $f_y = 256.0 \text{ mm}$, $f_x = 101.1 \text{ mm}$, $\theta = 15.4^\circ$

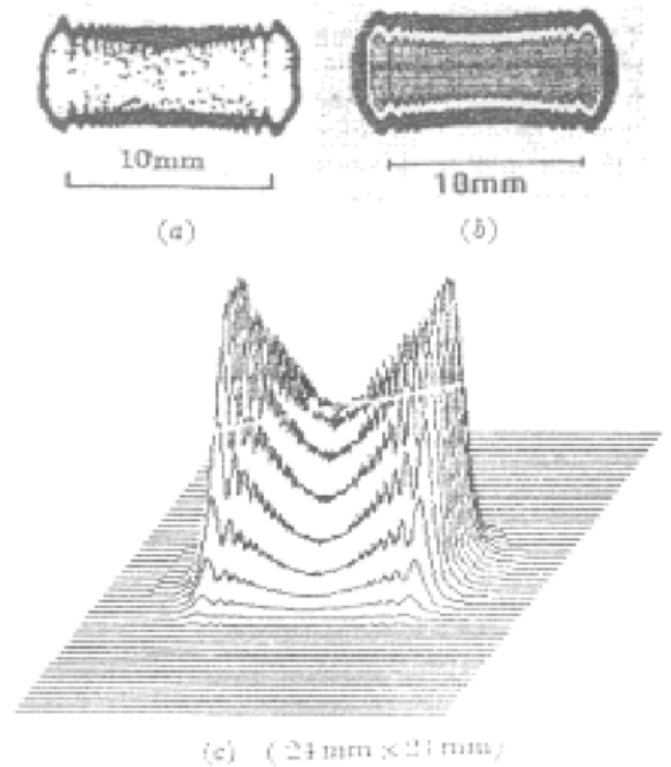


图 4 文献[2]热处理研究中使用的带形光斑采样图像 (a), 模拟图样(b) 及理论光斑功率密度分布形貌(c)

激光功率: 1400 W ; 观察平面位置: $z_r = -20.0 \text{ mm}$; 采样时间: 5.0 ms ; 装置参数: $d_0 = 76.0 \text{ mm}$, $d_1 = 69.8 \text{ mm}$, $f_y = 256.0 \text{ mm}$, $f_x = 101.1 \text{ mm}$, $\theta = 15.4^\circ$

Fig. 4 (a) The sampled laser impact used in the reference [2] in the laser heat treatment; (b) The theoretical simulation of laser impact; (c) The theoretical laser beam power distribution

lasre power: 1400 W ; coordinates of observation plane: $z_r = -20.0 \text{ mm}$; sampling time: 5.0 ms ; apparatus parameters: $d_0 = 76.0 \text{ mm}$, $d_1 = 69.8 \text{ mm}$, $f_y = 256.0 \text{ mm}$, $f_x = 101.1 \text{ mm}$, $\theta = 15.4^\circ$

参 考 文 献

- 1 Li Junchang. Research of wide-band focusing system for laser beams. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1988, **15**(11) : 656~ 659 (in Chinese)
- 2 Q. H. Chen, J. C. Li, Merlin J.. Etude thé orique et expérimentale de la trempe d'une arête de pièce au moyen d'un faisceau laser transformé par un dispositif optique. *Journal de Physique*, 1994, **4**(4) : C4-97-100
- 3 Li Junchang, J. Merlin. Effet thermique induit par des dispositifs optiques d'uniformisation de faisceau laser. *Journal de Physique*, 1991, **1** : 331~ 348
- 4 J. Li, Q. Chen, J. Merlin. Champs de température d'une surface irradiée par un faisceau laser CO_2 optiquement module en bande gaussienne Etude thé orique et expérimentale. *Revue Générale de Thermique*, 1994, (388) : 250~ 257
- 5 Jun-Chang Li, Qing-Hua Chen, Jacques Merlin. Evaluation rapide du champ de température et de la forme de la zone traitée lors d'un traitement superficiel de matériaux métalliques avec un faisceau laser

- de puissance. *Journal de Physique* —, 1996, **6** : 1293~ 1306
- 6 J. W. Goodment. Translated by Zhan Dasan, Dong Jinwu, Du Benyuan. Introduction to Fourier Optics. Beijing : Science Press, 1976, 54~ 66 (in Chinese)
- 7 Li Junchang, C. Vialle, J. Merlin. Utilisation des franges de diffraction induites par un bord droit pour caracteriser un faisceau laser de puissance. *Journal of Optics*, 1993, **24**(4) : 41~ 46
- 8 Li Junchang. Theoretics and experimentation of the square laser irradiation focusing device. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1992, **12**(6) : 540~ 544 (in Chinese)
- 9 Li Junchang. A study on the thermal effect of the interference and diffraction fringes of laser beam in the process of laser heat treatment. *Laser Technology* (激光技术), 1994, **18**(6) : 329 (in Chinese)
- 10 Li Junchang. Study on Optimum Control of Laser Heat Treatment. Beijing : Metallurgy Industry Press, 1995. 169 (in Chinese)

The Application of the Ray Tracing to the Diffraction Calculation of an Off-axial Laser Beam Transformation System

Li Junchang

(Laser Research Institute, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093)

J. Merlin

(GEMPPM-INSA de Lyon 696121 Villeurbanne Cedex France)

Abstract This paper uses a space ray tracing method of geometrical optics and light diffraction theory to study a wideband laser beam transformation system which has been applied to the laser heat treatment. The results are compared with the experimental observations.

Key words laser transformation, ray tracing method, diffraction calculation