

光子-玻色子元激发耦合激光模型的 准周期自脉冲和混沌状态*

何明高**

(广东工业大学数理系 广州 510643)

欧 发

(华南理工大学应用物理系 广州 510641)

提要 简化并用计算机求解了经过改进后的光子-玻色子元激发非线性耦合激光模型的动力学方程, 并对所得到的包括梯形和矩形准周期自脉冲、尖峰自脉冲、零维和一维吸引子以及阵发性混沌等一系列有趣的现象进行了讨论和研究。

关键词 非线性光学, 玻色子, 激光, 自脉冲, 混沌

1 引 言

传统的有关激光和光学双稳态的理论大都建立在二能级跃迁模型之上^[1~6]。然而, 光子与二能级原子耦合时所呈现出来的光学非线性具有饱和吸收的特性, 因此二能级跃迁模型不能用来说明增强吸收型的光学双稳现象^[7~10]。为了描述这一现象, 本文作者之一(欧发)提出了一种基于光子与玻色子元激发非线性耦合的光学双稳模型^[7,8,10], 并在此模型的基础上进一步提出了一种全新的激光模型^[11~13]。最近, 作者又引进了泵浦系统对原先提出的新型激光模型的动力学方程加以改进, 使整个系统成为更加完备的远离平衡的自组织系统^[14]; 于是, 新模型的动力学方程与传统的建立在二能级原子基础之上的 Maxwell-Bloch 方程不但在形式上更为相似, 而且两者的自由变量和外控参量也能够一一对应(或类比)了。本文将进一步对这个改进后的新型激光模型方程的特征及其所能预言的各种物理现象进行详细的讨论, 譬如光子-玻色子元激发耦合激光模型在无外模(例如在无镜)的情况下是否也能够象传统激光模型那样产生自脉冲? 在适当的条件下系统是否也会呈现混沌状态? 作者在计算机上对新模型的动力学方程进行了模拟实验、数值求解、作图和分析, 得出了一些复杂而又可能具有潜在价值的有趣结果。

2 光子-玻色子元激发非线性耦合激光模型的动力学方程

在无信号输入且系统满足共振条件时, 经过改进后的光子-玻色子元激发非线性耦合激光模型的动力学方程组为^[14]

* 国家自然科学基金资助课题。

** 华南理工大学高级访问学者。

收稿日期: 1997-08-07; 收到修改稿日期: 1997-11-13

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\gamma_\epsilon \epsilon - g(1 + \lambda e^2)e \quad (1-a)$$

$$\frac{de}{dt} = -\gamma_e e + g(1 + \lambda e^2)\epsilon + keS \quad (1-b)$$

$$\frac{dS}{dt} = -\gamma_s S - 2ke^2S + P_i \quad (1-c)$$

其中 ϵ 和 e 分别表示光场及玻色子元激发(在离子晶体中的光频支声子^[9]或半导体中的 Wannier 激子^[15]等是玻色子元激发的实例), S 为泵浦系统所储存的能量; γ_ϵ , γ_e 和 γ_s 分别为 ϵ , e 和 S 的衰减系数; g 和 λ 分别为光场 ϵ 和玻色子元激发 e 之间的线性和非线性耦合系数; 而 k 则是 S 与 e 之间的耦合系数; P_i 为泵浦系统的输入功率, 且

$$P_i \equiv \gamma_s S_0 \quad (2)$$

这就是与传统的二能级跃迁激光模型 Maxwell-Bloch 方程组相对应的新激光模型的动力学方程组。在无信号输入且系统满足共振条件时, 以上各式中的所有物理量均为实量。

3 动力学方程组的简化和求解

由于 ϵ , e 和 S 之间的相互耦合作用, 方程组(1)中各变量的衰减系数 γ_ϵ , γ_e , γ_s 以及它们之间的耦合系数 g , k 和 λ 不可能是彼此完全独立的, 事实上只要通过一些简单的参量变换就可以消去其中的一个衰减系数和一个耦合系数, 从而使方程组得到简化。例如作变换*

$$\begin{aligned} t &\rightarrow \gamma_e t & e &\rightarrow \sqrt{\lambda} e & \epsilon &\rightarrow \sqrt{\lambda} \epsilon \\ S &\rightarrow \lambda S & S_0 &\rightarrow \lambda S_0 & g &\rightarrow g/\gamma_e \\ k &\rightarrow k/(\lambda \gamma_e) & \gamma_\epsilon &\rightarrow \gamma_\epsilon/\gamma_e & \gamma_s &\rightarrow \gamma_s/\gamma_e \end{aligned} \quad (3)$$

再利用(2)式, 方程组(1)即可消去参量 γ_e 和 λ , 并简化为

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\gamma_\epsilon \epsilon - g(1 + e^2)e \quad (4-a)$$

$$\frac{de}{dt} = -e + g(1 + e^2)\epsilon + keS \quad (4-b)$$

$$\frac{dS}{dt} = \gamma_s(S_0 - S) - 2ke^2S \quad (4-c)$$

在分析方程组(4)时特别要提醒的是, 经过(3)式重新定义之后的 γ_ϵ 和 γ_s 实际上分别代表的是 ϵ 和 S 对 e 的相对衰减系数; 而变量 ϵ , e , S 和 k 都变成与光场和玻色子元激发之间的非线性耦合系数 λ 有关的物理量了(而 γ_e , γ_s 和 g 则与 λ 无关)。

方程组(4)共有四个参量(即 γ_ϵ , γ_s , g , k)再加上三个可取不同数值的初始条件(ϵ_0 , e_0 和 S_0), 这就使方程有可能出现十分丰富多彩形态各异的解。从方程的形式可看出, 光子-玻色子元激发非线性耦合激光模型是一个耗散系统(其中 $-\gamma_\epsilon \epsilon$, $-e$ 和 $-\gamma_s S$ 为耗散项), 它最终必将其形态归宿于一个有限的空间之内。因为有耗散, 状态变量的演变就有可能敏感于初始条件, 而它的变化又被限制在有限的相空间内, 因此并不会溢出, 这是系统整体稳定性的表现。另一方面, 方程(4-c)表示系统是有能量补充的, 如得不到足够的补充, 系统的能量就会逐步耗

* 为了减少符号的使用, 我们采用了一般计算机算法语言常用的表示方法, 即(3)式中各 \rightarrow 右侧的各个符号具有原先定义的物理意义, 而 \rightarrow 左侧以及出现在(3)式之后的各个符号则获得了由该式重新定义的内容。

散, 系统也就不可能呈现出宏观上的多样性, 当然也不可能出现混沌状态了。从机理上讲, 正是由于不断有能量补充, 使系统的各个局部都处在要变动的状态之中(这就是局部的不稳定), 混沌实际上就是整体上的稳定性和局部的不稳定相结合的结果^[16]。由于本文所要讨论的是方程组(4)的激光状态, 我们只把注意力集中在远离平衡的非稳定情况。

作者用计算机 Matlab 语言编写了一系列程序, 采用自动步长的 Runge-Kutta-Fehlberg 法对代表参量空间内不同截面的上百组典型的参量与初值的组合进行数值求解并作出各种相应的图线, 从而可以比较直观地来研究光子-玻色子元激发耦合激光模型的各种可能的状态, 并有可能比较两个激光模型的异同。从形式上看, 方程组(4)虽然不可能象激光传统的 Maxwell-Bloch 方程那样可以通过参量变换而化为 Haken-Lorenz 方程的模式^[17], 但从下文将要介绍的计算机运算结果可以看出两者之间仍存在着许许多多相似之处。

4 各种形态的准周期自脉冲和混沌解

从形式上看, 方程组(4)具有自组织方程的基本特征^[18]。计算机模拟实验表明: 在其它条件不变的情况下, 随机地改变泵浦系统的初值 S_0 (实验取值范围从 0 到 12000), 经过极短的时间之后各个初值 S_0 所对应的 $S-t$, $e-t$ 和 $\epsilon-t$ 曲线的基本形状几乎没有任何实质性的区别, 也就是说, 尽管我们以完全随机的方式供给系统能量, 最后却能形成十分确定的宏观模式, 这正是自组织系统的重要特征^[18]; 大量模拟实验的曲线还表明: 在相当宽的参量和初值范围内 ϵ , e 和 S 这三个量经过耗散和相互耦合作用, 系统的光场 ϵ , 玻色子元激发 e 和泵浦 S 均自组织为准周期脉冲的形式(见图 1)。初值 ϵ_0 和 e_0 直接影响 $\epsilon-t$ 脉冲和 $e-t$ 脉冲的振幅(峰值)和脉冲的形状, 初值较大时 $\epsilon-t$ 脉冲呈近似的梯形(或矩形)状, 见图 1(a), 2(a), 而 $e-t$ 脉冲呈尖峰状, 见图 1(b), 2(b)。在衰减系数 γ_ϵ 很小以及 S_0 或 g 很大时, 矩形与尖峰自脉冲的振幅和周期趋向恒量; 而当 ϵ_0 和 e_0 的取值减小时脉冲曲线的棱角会变得圆滑起来, 矩形和尖峰的形状也就变得越来越不明显了。从物理意义上讲, 方程组(4)中的 S 代表泵浦的储能, 它先与玻色物质元激发 e 耦合(方程(4-c)和(4-b))然后通过 e 再与输出光场 ϵ 耦合的(方程(4-b)和(4-a)), 这反映出从外界输入的能量是先传递给活化物质原子, 而后再由后者发出激光的。三个变量的自脉冲曲线正好表达了这一能量传输的过程, 从 $S-t$, $e-t$ 和 $\epsilon-t$ 图上看, S 从峰值迅速下降的瞬间, $|e|$ 同时迅

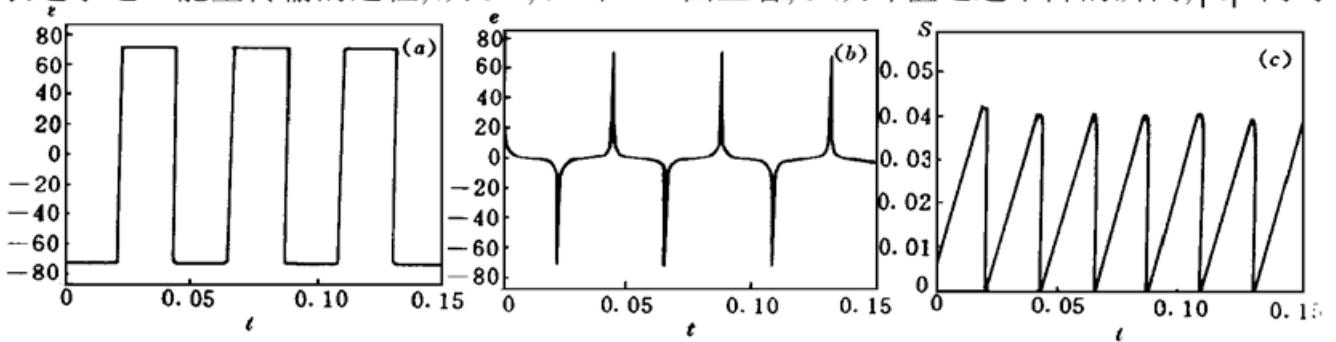


图 1 $\epsilon_0 = 40, e_0 = 60, S_0 = 12, \gamma_\epsilon = 0.4, \gamma_S = 0.2, g = 2, k = 4$

各参数和初值都比较适中的组合, 自脉冲的振幅和周期略有变化但已非常接近等值

Fig. 1 $\epsilon_0 = 40, e_0 = 60, S_0 = 12, \gamma_\epsilon = 0.4, \gamma_S = 0.2, g = 2, k = 4$

Parameters and initial values are comparatively moderate in this combination.

The amplitudes and periods of the self-pulses are nearly constant, with slight changes occurred

速攀上尖峰; 然后 $|e|$ 从尖峰急速下降, 而 $|d|$ 同时急升到其最大值; 此后 $|d|$ 基本保持不变(或下降得非常缓慢), 而 $|e|$ 下降的势头减缓, 这表示系统不再向 $|d|$ 提供能量, $|e|$ 仍在缓慢下降是把部分能量反馈给 S 的结果, 所以 S 开始攀升而逐渐达到其峰值(此时 $|d|$ 也由于能量已全部输出而关断), 如此周而复始, 相互支持相互制约, 最终呈现为自脉冲状态。

在耗散较强而耦合较弱的参数组合中, 光场和玻色子元激发的振幅是逐渐减小而周期是逐渐增大的, 见图 2 (a), (b), 经过一段时间之后 ϵ - e 曲线收缩为一点, 即零维吸引子, 见图 2(c)。随着泵浦初值 S_0 或光场 ϵ 和玻色子元激发 e 之间的线性耦合系数 g 的增大或者随着 ϵ_0 和 e_0 的减少, 又或者随着光场衰减系统 γ_e 的减小, 自脉冲越来越向等振幅和等周期的方向发展, 此时, ϵ - e 图将趋向一个椭圆形的极限环, 而 ϵ - S 和 e - S 曲线则趋向一条蝶形的封闭极限曲线, 即一维吸引子, 见图 1(a), (b) 和图 3, 这标志着此时系统已达到并能够维持一种宏观上稳定的状态。

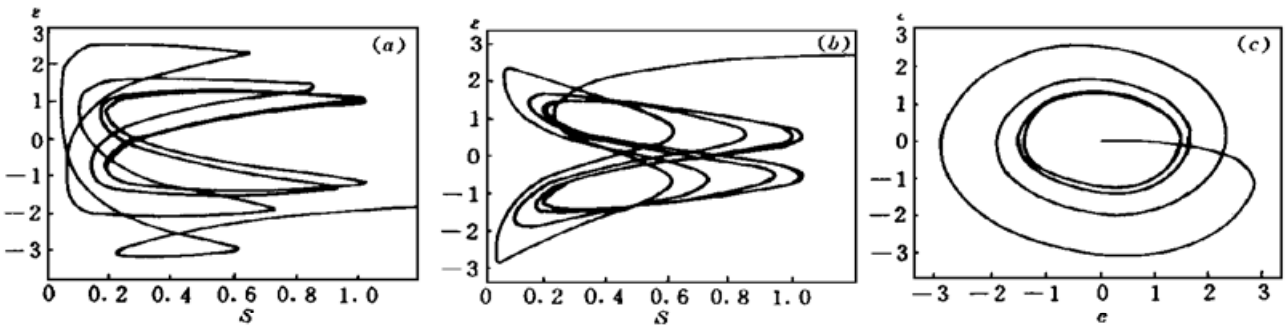


图 2 与图 1 比较只增大了 γ_e 的值 ($\gamma_e = 6$), 可看出衰减明显加快, 周期延长, ϵ - e 螺线在 $e = 0$ 附近出现收缩性错位, 这对应于 $|d|$ 通过 e 把能量反馈给 S 并最终因耗散而收缩为一点(零维吸引子)

Fig. 2 Compared with Fig. 1, only the value of γ_e is increased ($\gamma_e = 6$, now), it can be seen that the amplitudes decline sharply, the periods become longer, and contractive staggers appear to the spiral near the point $e = 0$. This corresponds to energy feedback from $|d|$ to S via e , and then contract to a point eventually (attractor of zero dimension) due to dissipation

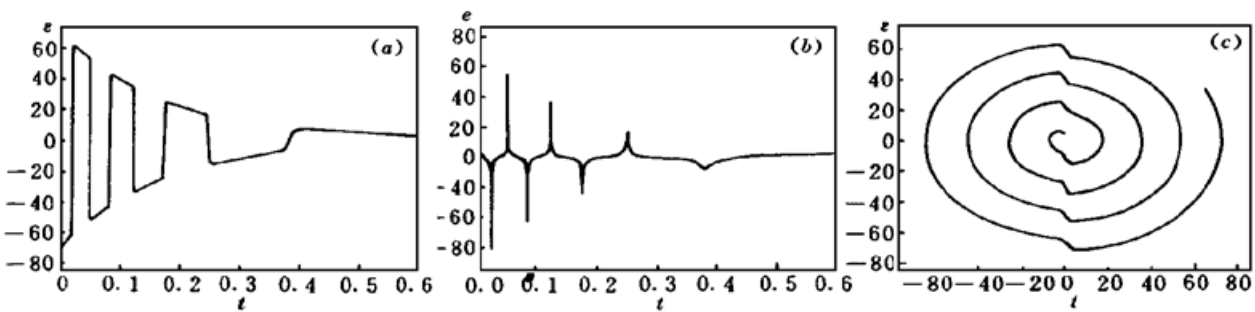


图 3 $\epsilon_0 = 0.001, e_0 = 0.001, S_0 = 12, \gamma_e = 0.4, \gamma_s = 0.2, g = 2, k = 4$, (a), (b) 两图貌似混乱, 其实颇有规律, 是准周期运动的表现, (a), (b), (c) 三曲线最终都趋向各自的一维吸引子

Fig. 3 $\epsilon_0 = 0.001, e_0 = 0.001, S_0 = 12, \gamma_e = 0.4, \gamma_s = 0.2, g = 2, k = 4$. Disordered as they seem to be, both curve (a) and (b) are actually quite well regulated, which is the behavior of quasi-periodic motions. Each of the three curves (a), (b) and (c) trends to its own one-dimensional attractor respectively

如前所述, g 相对很小时, ϵ - t 脉冲和 e - t 脉冲的周期逐步增长而振幅迅速下降, 与此相反, 当 k 取很大值时 ϵ - t 和 e - t 曲线将呈现等周期等振幅的脉冲状态, 然而在这两种情况下 S - t 曲线虽然在整体上仍保持稳定的自脉冲的基本形状, 但每当脉冲下降到 S 非常接近于零的瞬间, 泵

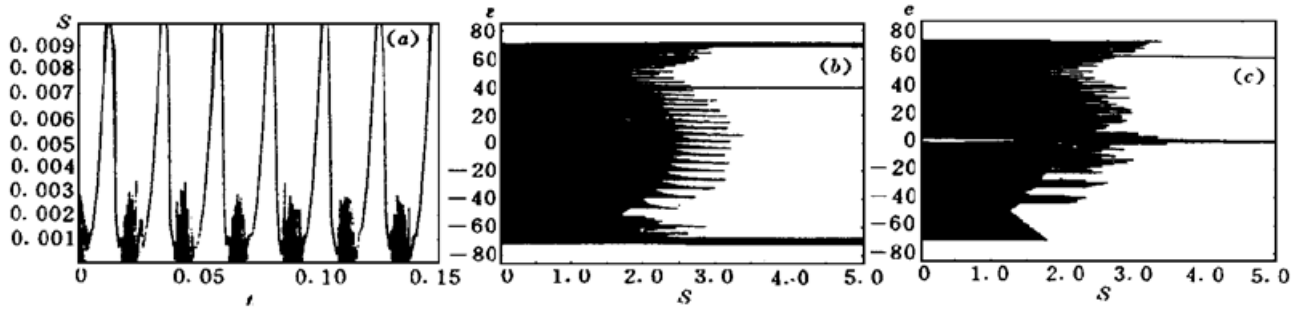


图4 除 k 取大值外($k = 1000$), 其余数据同图1, $\epsilon-t$ 和 $e-t$ 曲线与图1几乎完全相同(不再给出), 但在 S 取很小值的区域里, 出现周期阵发性混沌的奇异景象

Fig. 4 The data are all the same as those in Fig. 1, except k ($k = 1000$, now), and the curves $\epsilon-t$ and $e-t$ (ignored here) are almost the same as in Fig. 1. A strange picture of periodic intermittent chaos presents in regions where S is small enough

浦 S 会出现十分激烈和混乱的跳动, 见图4(a), 而且从图上可以看出每个脉冲所对应的 S 的跳动都是不相同的(即带有很大的随机性), 这正是混沌的基本特征。 k 很大时出现的是等周期的阵发性混沌, 而 g 很小时出现的则是周期逐渐拉长的阵发性混沌, 与此相对应 $\epsilon-S$ 曲线和 $e-S$ 曲线在 S 非常小的区域中也均会出现貌似随机的混乱局面, 见图4(b), (c)。从物理意义上讲, k 很大表示泵浦与物质整体的非线性耦合极强, 当 S 非常接近于零时, 任何一点微小的扰动或涨落都会引起 S 非常敏感的反应, 因而系统呈现出十分不稳定的状态, 而当从 e 反馈的能量使 S 增大到一定数值之后, 相比之下微小的扰动或涨落对 S 的影响就变得无关重要了, 这时 S 又进入稳步攀升的阶段了, 这就是系统出现周期或准周期阵发性混沌的根本原因; 线性耦合系数 g 很小时, 非线性耦合作用也就会显得很突出, 在 S 对扰动或涨落的反应上与 k 很大时的情况是类似的, 它们主要的区别在于前者的自脉冲有的周期和振幅的变化并最终收缩成零维吸引子, 而后者则维持等周期等振幅而成为一维吸引子。

参 考 文 献

- 1 M. Sargent III, M. O. Scully, W. E. Lamb Jr.. Laser Physics. London: Addison-Wesley, 1974
- 2 H. Haken. Laser light dynamics. *Light*, 1985, 2(Amsterdam: North-Holland): 187~ 214
- 3 W. H. Louisell. Quantum Statistical Properties of Radiation. New York: Jhon Wiley, 1973
- 4 H. M. Gibbs. Optical Bistability: Controlling Light with Light. New York: Academic Press, 1985, 86 ~ 90, 134
- 5 R. Bonifacio, L. A. Lugiato. Theory of Optical Bistability, in Dissipative System in Quantum Optics, Ed. R. Bonifacio. Berlin: Springer-Verlag, 1982, 65~ 70
- 6 L. Allen, J. H. Eberly. Optical Resonance and Two-level Atoms. New York: Jhon Wiley, 1975
- 7 Fa Ou. A dynamics model for the increasing absorption optical bistability. *Z. Phys. B*, 1992, 88(1): 117
- 8 Zhou Yuchang, Ou Fa. Coupled dynamical equations of the increasing absorption optical bistability and its dynamical state situation. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1993, 13(11): 980~ 985 (in Chinese)
- 9 Boa-Hua Wei, Fa Ou, K. W. Yu *et al.*. Optical nonlinearity of ionic crystals and its increasing absorption optical bistability. *Phys. Condens. Matter*, 1996, 8: 6695
- 10 Ou Fa, Wei Baohua, Liu Cuihong. Mean theory of critical phenomena in increasing absorption optical bistability. *Acta Physica Sinica* (物理学报), 1994, 43(5): 707~ 716 (in Chinese)
- 11 Fa Ou, Bao-Hua Wei, K. W. Yu *et al.*. Mirrorless laser action via nonlinear interaction between pho-

- tons and bosons. *Phys. Condens. Matter*, 1996, **8** : 2957
- 12 Ou Fa, Wei Baohua, Liu Cuihong. Lightfield-oscillator coupling. *Chinese J. Lasers* (中国激光), 1994, **21**(3) : 165~ 171 (in Chinese)
- 13 Fa Ou, Fugen Wu. A revised dynamics of lasing via nonlinear coupling of lightfield with elementary excitation of boson type. *Proceedings of International Symposium on Atomic Coherence and Inversionless Optical Amplification*, 1995 : 81
- 14 Ou Fa, Wu Fugen. Revised laser model via nonlinear interaction of light field with Boson elementary excitation. *Chinese J. of Quantum Electronics* (量子电子学报), 1997, **14**(2) : 111 (in Chinese)
- 15 M. L. Steyn-Ross, C. W. Gardiner. Quantum theory of excitonic optical bistability. *Phys. Rev. A*, 1983, **27**(1) : 310~ 325
- 16 Chou Jifan, Liu Shida, Liu Shishi. *Nonlinear Dynamics*. Beijing : Meteorology Press, 1994 (in Chinese)
- 17 Li Fuli. *Advanced Laser Physics*. Hefei : Press Science and Technology University of China, 1992, 266, 534 (in Chinese)
- 18 H. Haken. *Advanced Synergetics*. Berlin : Springer-Verlag, 1983 : 35

Quasi-periodic Self-pulses and Chaotic Motions of the Photon-boson Elementary Excitation Coupling Laser Model

He Minggao

(Department of Basic Science, Guangdong University of Technology, Guangzhou 510643)

Ou Fa

(Department of Applied Physics, South China University of Technology, Guangzhou 510641)

Abstract The dynamic equations for the new model of laser based on the photon-boson elementary excitation coupling is simplified and solved numerically. A lot of interesting and potentially useful results, such as square quasi-periodic self-pulses and periodic chaotic motions, are found and discussed.

Key words nonlinear optics, boson, laser, self-pulse, chaos