

# 在介电常数正弦扰动的光纤中的 孤子动力学行为

王艳辉 张保社 李福利

(中国科学技术大学物理系 合肥 230026)

**提要** 提出了研究有介电常数扰动的光纤中的孤子动力学行为的数值方法——修正 Split-step Fourier 法。重点讨论了扰动是正弦函数形式时,耦合强度、频率、波数、初始相位差对光孤子传播的影响。

**关键词** 扰动,孤子,介电常数

## 1 引 言

制造工艺、周围环境以及光波之间的线性耦合,都会影响光孤子的传输行为。大多数情况,这样的效应可以用有效介电常数  $\epsilon(x, t) = \epsilon_0 + \epsilon_1(x, t)$  来表示,  $\epsilon_0$  是无扰动的介电常数,  $\epsilon_1$  被认为是介电常数的小的偏离误差。有效介电常数也可转化为有效折射率。

本文考虑光纤的折射率不是常数时光孤子的行为。

在慢变振幅近似下,当光纤的折射率  $n(x, t) = n_L(x, t) + n_2|E|^2$  时,电场  $E(x, t) = F(x, t)\exp(i\beta\kappa_0 x)$  的包络  $F(x, t)$  是由理想的非线性 Schrodinger 方程来描述的。考虑了介电常数后,线性折射率  $n_L(x, t) = n_c + n_0(x, t)$ ,  $n_c$  是常数,  $n_0(x, t)$  是小的扰动。令  $u = \sqrt{n_c n_2} F \exp[i(\beta^2 - n_c^2)x]$ , 则  $u(x, t)$  满足下式

$$i\partial_x u = \partial_u u + 2|u|^2 u + 2n_c n_0(x, t)u$$

进一步改写成

$$i\partial_x u = \partial_u u + 2|u|^2 u + g(x, t)u$$

当  $g(x, t)$  是任意函数形式时,上述方程不可能用解析方法来研究。当  $g(x, t)$  是正弦函数时,已有微扰法<sup>[1]</sup>和变分法<sup>[2]</sup>。

要对这类问题作进一步深入的讨论和研究,只有数值方法。我们提出了一个修正的 Split-step Fourier 方法

第一步 
$$\bar{u}(x, t) = u(x, t)e^{-2i|u|^2 \Delta x},$$

第二步 
$$u(x + \Delta x, t) = F^{-1} \left\{ e^{i[\omega^2 \Delta x - \int_x^{x+\Delta x} g(x, t) dx]} F[\bar{u}(x, t)] \right\}$$

这个方法的稳定性和精度,和一般的 Split-step Fourier 方法是一致的。证明和一般的 Split-step Fourier 方法一样。

首先假设  $g(x, t) = g(x)$  只与  $x$  有关, 则可令

$$u(x, t) = v(x, t)e^{-i\int_{x_0}^x g(x, t) dx}$$

代入上式, 可得

$$i\left(v_x e^{-i\int_{x_0}^x g(x, t) dx} - ig(x)v e^{-i\int_{x_0}^x g(x, t) dx}\right) = v u e^{-i\int_{x_0}^x g(x, t) dx} + 2|v|^2 v e^{-i\int_{x_0}^x g(x, t) dx} + g(x)v e^{-i\int_{x_0}^x g(x, t) dx}$$

$$\text{即} \quad i v_x = v u + 2|v|^2 v$$

从上式可看出当  $g(x, t)$  只与  $x$  有关时, 相当于给光孤子加了一个随传播距离而变的相因子, 并不影响孤子的形状。数值实验也证实了这一点。

## 2 数值结果和讨论

尽管修正的 Split-step Fourier 方法可以研究  $g(x, t)$  是任意函数形式时的情况, 但为了和变分法、微扰法对照, 同时也为了使问题更具有实际意义, 我们研究  $g(x, t)$  是正弦行波形式的情况, 即

$$g(x, t) = \varepsilon \sin(\kappa x + \omega t + \varphi)$$

这种情况可用来研究色散波和光孤子之间的耦合对光孤子的动力学行为的影响。这时,  $\varepsilon$  是耦合强度,  $\omega$  和  $\kappa$  分别是色散波的频率和波数。也可以用来研究由于光纤局域受热所导致的声波, 引起光纤折射率变化的情况。这时,  $\omega$  和  $\kappa$  分别是声波的频率和波数。 $\varepsilon$  是声波引起的折射率变化的最大值。这里  $\varphi$  是色散波或声波与光孤子之间的相位差。

从以下的实验中, 可以看到由于是非线性系统,  $\varepsilon, \omega, \kappa, \varphi$  的变化都会引起光孤子行为的变化。

本节所有的图中, 横坐标是变量  $t$ , 纵坐标是  $u(x, t)$  的绝对值, 它们的单位是约化单位。每组曲线从下向上表示在变量  $x$  增加 2 时的孤子形状。

首先研究在微扰法和变分法中不予重视的相位对孤子的影响。

考虑  $\varepsilon = 1.5, \omega = 10, \kappa = 1$ , 且相位差分别为  $0, \pm \pi/4, -\pi/2, -\pi$  时, 单个光孤子的演化过程。在这组实验中, 发现相位的差别对孤子的演变的影响的区别很大。

当相位差为  $0$  (图 1(a)), 相位差为  $\pi/4$  (图 1(b)) 时, 这种线性耦合相互作用导致了光孤子的破裂。它们都有一个明显的大峰和一个次小峰, 且有小峰的存在。而当相位差分别为  $-\pi/4$  (图 1(c)),  $-\pi/2$  (图 1(d)),  $-\pi$  (图 1(e)) 时, 尽管有不同程度的辐射, 但它们都仍保持着光孤子的大峰, 辐射波强度相对较小, 孤子的畸变也相对较小。尤其是相位为  $-\pi/2$  时, 光孤子的结构还比较完美。从这组图中, 也看出这种线性耦合导致了光孤子的相移, 不同的相位差可以有超前相移也可以有滞后相移。这将启发我们研究对光孤子行为的控制理论, 特别是通过这种较易实现的线性耦合来控制光孤子串中孤子的行为。这可能用于消除光孤子的相互作用。这方面的工作正在研究中。

接着研究耦合强度小的情形, 此时  $\varepsilon = 0.5, \omega = 10, \kappa = 1$ 。相位差为  $-\pi$  时 (图 2(a)), 光孤子的结构畸变很小, 且其在群速坐标系中的运动和无耦合作用时基本一样, 但仍有小的相移波动。相位差为  $-\pi/2$  (图 2(b)), 孤子的形状不变, 但其在群速坐标系中的运动加快。

当  $\varepsilon = 0.5, \omega = 10, \kappa = 0.1$ , 相位差为  $0$  (图 2(c)) 时, 光孤子的结构发生畸变, 而其在群速坐标系中的运动受到抑制。这说明了  $\kappa$  对光孤子的运动的影响。但当相位差为  $-\pi/4$  (图 2(d))

形相似。

当  $\epsilon = 0.5, \omega = 1000, \kappa = 1$ , 相位差为 0(图 2(e)) 时, 光孤子结构发生了畸变, 而其在群速坐标系中的运动被加速。

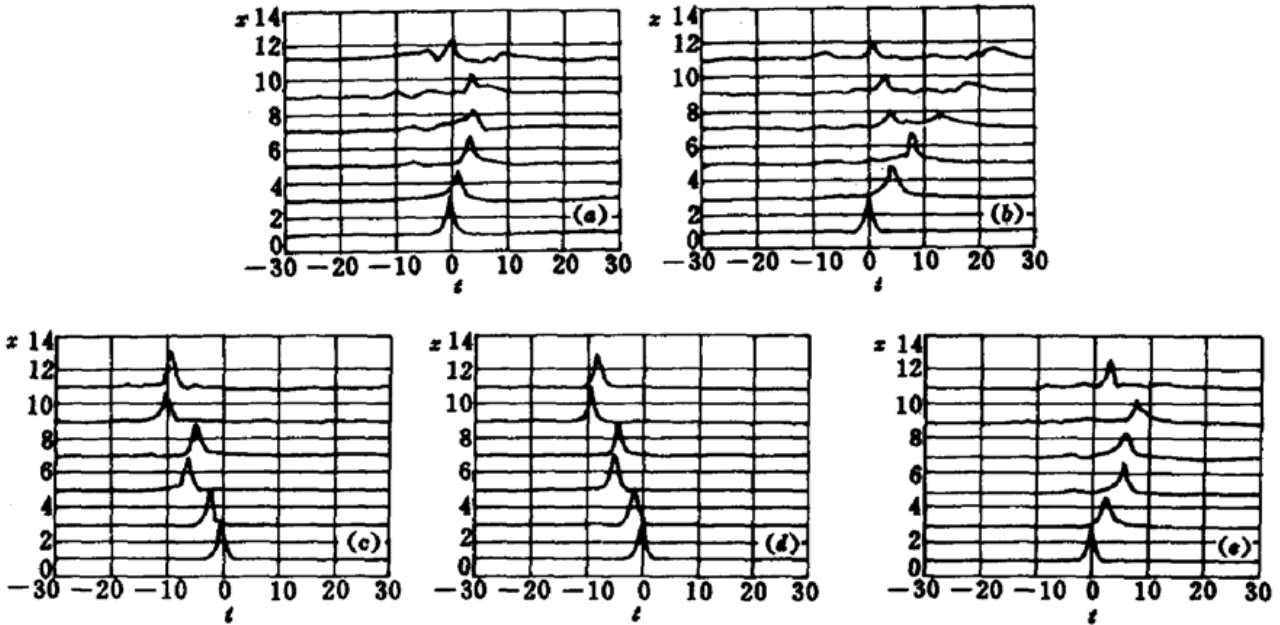


图 1 光孤子的演变过程

Fig. 1 Evolution process of optical solution

(a)  $\epsilon = 0.5, \omega = 1000, \kappa = 1, \varphi = 0$ ; (b)  $\epsilon = 1.5, \omega = 10, \kappa = 1, \varphi = \pi/4$ ; (c)  $\epsilon = 1.5, \omega = 10, \kappa = 1, \varphi = -\pi/4$ ; (d)  $\epsilon = 1.5, \omega = 10, \kappa = 1, \varphi = -\pi/2$ ; (e)  $\epsilon = 1.5, \omega = 10, \kappa = 1, \varphi = -\pi$

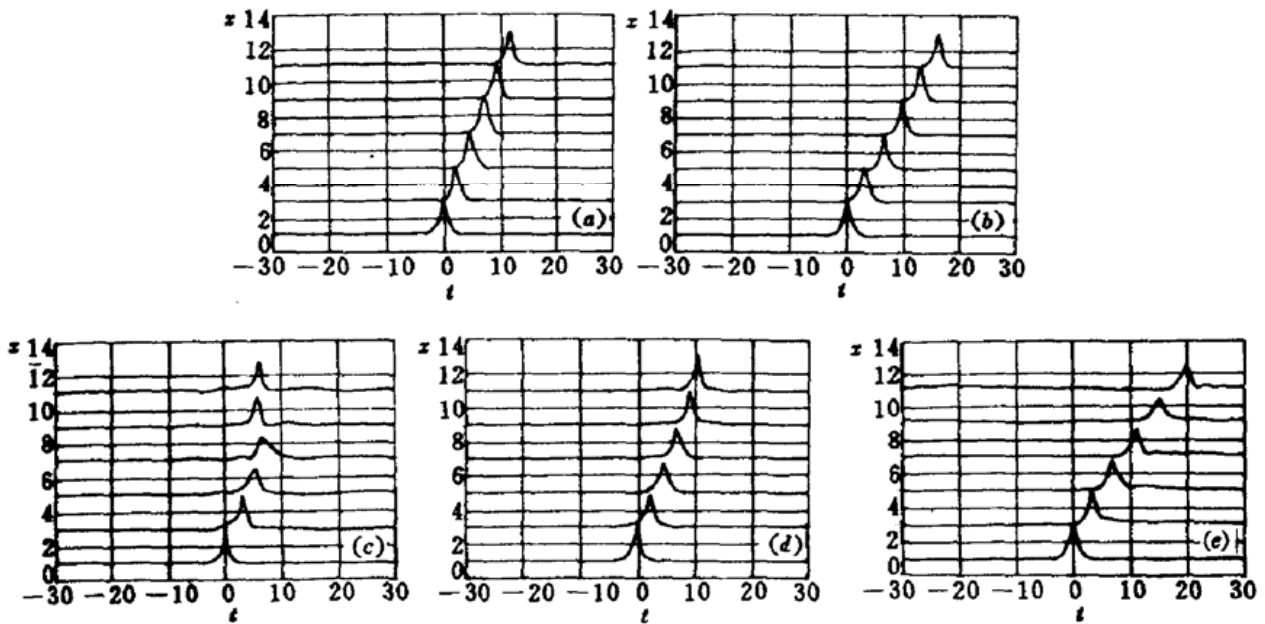


图 2 光孤子的演变过程

Fig. 2 Evolution process of optical solution

(a)  $\epsilon = 0.5, \omega = 10, \kappa = 1, \varphi = -\pi$ ; (b)  $\epsilon = 0.5, \omega = 10, \kappa = 1, \varphi = -\pi/2$ ; (c)  $\epsilon = 0.5, \omega = 10, \kappa = 0.1, \varphi = 0$ ; (d)  $\epsilon = 0.5, \omega = 10, \kappa = 0.1, \varphi = -\pi/4$ ; (e)  $\epsilon = 0.5, \omega = 1000, \kappa = 1, \varphi = 0$

### 3 结 论

通过这组数值实验,可以看出耦合强度、频率、波数和相位的变化都会对光孤子的行为产生不同程度的影响。这种影响的大小取决于这四个参数的组合。从每个参数的单独变化来看,耦合强度越大,影响也越大;热波或色散波的频率越大,影响也越大,即在孤子波的核心区,热波或色散波变化的次数越多,影响越大;热波或色散波的频率和波数相差越大,即热波或色散波的速度和孤子波的速度越接近,影响也越显著。在耦合强度、频率、波数三个参数保持不变,相位的不同导致不同的孤子演变。这四个参数通过什么机制来影响光孤子的行为呢?热波或色散波破坏了孤子波各时空点之间的相位关系,导致了孤子波内部能量的重新分布。这样就出现了以上各种新奇的孤子演变现象。

它们对孤子通信系统是很不利的。热波和色散波在孤子通信系统中是不可避免的。光纤周围的温度变化,就可产生热波。热波尽管频率不会很高,但对光纤的折射率的调制幅度大。当孤子受任何扰动时,都会辐射出色散波。应该说,在光纤中色散波到处都有。同样,还有其它机制调制光纤的折射率。要想完全消除这些影响是比较困难的。另外,孤子通信系统是多孤子传输,热波和色散波的影响可能更糟。这个问题的存在对孤子通信是一个挑战。不过,我们也可以利用这一现象来控制孤子的行为。

### 参 考 文 献

- 1 F. G. Bass, Yu. S. Kivshar, V. V. Konotop *et al.*. On stochastic dynamics of solitons in inhomogeneous optical fibers. *Opt. Comm.*, 1989, 70(4): 309~314
- 2 A. B. Aceves, D. De Angelis, S. Wabnitz. Nonlinear dynamics of induced modulational instability in a self-focusing slab waveguide with normal dispersion. *Opt. Lett.*, 1992, 17(24): 1758~1760

## Dynamic Behavior of Soliton in Optical Fibre with Arbitrary Perturbation of the Dielectric Constant

Wang Yanhui Zhang Baoshe Li Fuli

(Department of Physics, University of Science & Technology of China, Hefei 230026)

**Abstract** In this paper, we present a modified split-step Fourier method, which is used to study the dynamic behavior of optical soliton in the optical fibre with arbitrary perturbation of the dielectric constant. This paper focuses on the perturbation which takes the sine form. The effect of amplitude, frequency, wave number, and initial phase difference on the propagation of optical soliton is investigated.

**Key words** perturbation, soliton, dielectric constant