

激光脉冲在克尔介质中传播的近似描述

王中阳 徐至展 张正泉

(中国科学院上海光机所 上海 201800)

提要 将克尔介质等效为时域二次折射率介质的基础上,考虑折射率系数随传播变化的情况,得到了激光脉冲在克尔介质中传播时近似的解析描述。

关键词 激光脉冲, 克尔介质, 传播

激光脉冲在克尔介质中传播,强度相关的折射率引起脉冲的自相位调制,在理论上可用非线性薛定谔方程来描述^[1]。最近,人们已注意到,群速度色散与非线性效应的相互作用,能产生与空域相类似的“时间自聚焦”和“时间崩塌”效应^[2,3]。文献[4]从空域与时域的相似性出发,把克尔介质等效为时域二次折射率介质,得到了与空域相类似的解析形式,但其二次折射率系数被设定为常数。本文考虑自洽的随传播距离变化的折射率系数,进一步分析脉冲在克尔介质中的传播行为。

平面波脉冲电场 $E(z, t) = E_0(z, t)e^{i\omega_0 t - \beta(\omega_0)z}$ 在克尔介质中传播,在理论上可由非线性薛定谔方程描述^[1]

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} + 2i\omega_0 \frac{\partial}{\partial \xi} - \frac{\beta_2}{\beta} |E_0|^2 \right] E_0(\xi, \tau) = 0, \quad (1)$$

其中 $\tau = t - \beta'z = t - z/v_g$, $\xi = \omega_0 \beta''z$ 。第三项代表强度相关的非线性克尔效应,此时介质折射率为

$$n = n_0 + \frac{1}{2} n_2 |E_0|^2. \quad (2)$$

若 $n_2 = 0$, 则(1)式描述脉冲在线性色散介质中的传播行为,与空域光束的傍轴波动方程^[5,6]有类似形式,最低阶解为高斯型的脉冲包络

$$E_0(z, t) = A_0 \frac{\sigma_0}{\sigma} e^{i[\omega_0 t^2/2p - \phi_0]}, \quad (3)$$

其中

$$\frac{1}{p} = \frac{S}{\omega_0} + i \frac{1}{\omega_0 \sigma^2}, \quad (4)$$

$$\sigma^2 = \sigma_0^2 \left[1 + \left[\frac{\beta''_z}{\sigma_0^2} \right]^2 \right], \quad (5)$$

$$S = \frac{\beta''_z}{\sigma_0^4 + (\beta''_z)^2}, \quad (6)$$

$$Q = \tan^{-1} \left[\frac{\beta'' z}{\sigma_0^2} \right]. \quad (7)$$

考虑具有(3)式形式的脉冲包络在克尔介质中传播,此时强度相关的折射率为

$$n = n_0 + \frac{1}{2} n_2 A_0^2 (\sigma_0^2 / \sigma^2) \exp(-2\tau^2 / \sigma^2), \quad (8)$$

对第二项指数项作泰勒展开,保留前二项得

$$n \approx n_0 + \frac{1}{2} n_2 A_0^2 (\sigma_0^2 / \sigma^2) - (\sigma_0^2 n_2 A_0^2 / \sigma^4) \tau^2. \quad (9)$$

上式近似实质上将克尔介质等效为二次折射率介质。将(9)式代入(1)式,考虑到(9)式展开式第二项仅随传播距离 z 缓慢变化,在脉冲包络范围内可近似为 $\frac{1}{2} n_2 A_0^2$,若令 $E_0(\xi, \tau) = A(\xi, \tau) e^{-i(n_2 A_0^2 z)/2}$,可得

$$\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + 2i\alpha \frac{\partial A}{\partial \xi} - \alpha \alpha_2 \tau^2 A = 0, \quad (10)$$

其中

$$\alpha_2 = 2\sigma_0^2 \beta_2 A_0^2 / \sigma^4 \omega_0 (-\beta''), \quad \alpha = \omega_0, \quad (11)$$

上式与空域光束在二次折射率介质中传播的傍轴波动方程有一样的形式。若 α_2 设定为常数,此类介质称之为时域二次折射率介质^[4],其解的形式与(3)式同,只是复参量 p 随 ξ 的变化由下式给出

$$p(\xi) = \frac{\cos \left[\sqrt{\alpha_2 / \alpha \xi} \right] p_0 + \sqrt{\alpha / \alpha_2} \sin \left[\sqrt{\alpha_2 / \alpha \xi} \right]}{-\sin \left[\sqrt{\alpha_2 / \alpha \xi} \right] \sqrt{\alpha_2 / \alpha} p_0 + \cos \left[\sqrt{\alpha_2 / \alpha \xi} \right]}, \quad (12)$$

其中 $\xi = \omega_0 \beta'' z$, $p_0 = -i\omega_0 \sigma_0^2$ 。超短脉冲在此类介质中的传播特性,文献[4]已作了详细讨论。而一般的由于 α_2 随着传播距离变化,需要得到比(12)式更普遍的解。为此我们从(10)出发,可推得参数 p 满足的方程

$$d(1/p)/d\xi = -[\alpha_2(\xi)/\alpha] - (1/p)^2. \quad (13)$$

考虑到(4),(11)式,可得

$$\alpha_2(\xi)/\alpha = \gamma^2 [\text{Im}(1/p)]^2, \quad (14)$$

其中 $\gamma = L_\omega / L_n$ 描述介质中非线性效应的大小, $L_\omega = \sigma_0^2 / (-\beta'')$ 和 $L_n = \sqrt{L_\omega / \beta_2 A_0^2}$ 分别为脉冲在负色散介质和非线性介质中的特征长度。

将(14)式代入(13)式得

$$d(1/p)/d\xi + (1/p)^2 + \gamma^2 [\text{Im}(1/p)]^2 = 0. \quad (15)$$

这是一个非线性微分方程,其严格解已由 Yariv 和 Yeh 给出^[7]。这样我们可解得脉冲在负色散克尔介质中传播的啁啾与脉宽为

$$S = \frac{\beta'' z - B}{(\beta'' z - B)^2 - A^2}, \quad (16)$$

$$\sigma^2 = \left| \sqrt{\gamma^2 - 1} / A [A^2 - (\beta'' z - B)^2] \right|, \quad (17)$$

其中参量 A, B 为

$$A = d^2 \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1}}{\gamma^2 - N^2 - 1}, \quad B = d^2 \frac{N}{\gamma^2 - N^2 - 1}, \quad (18)$$

$N = S_0 d^2$ 表征初始脉冲的啁啾大小, S_0 和 d 分别为初始脉冲的啁啾和脉宽。从(17) 式可发现脉宽有一为零的最小值, 称之为时间“崩塌”效应, 此时传播距离为

$$z_f = \frac{1}{-\beta''} (\mp A - B) = \frac{d^2}{-\beta''} \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 - 1 + N}}, \tag{19}$$

可知, 要使脉冲在介质中有“时间自聚焦”效应, z_f 必须为正实数。

(1) $\gamma < 1$

此时介质中的非线性效应较小, 对脉宽的主要影响来源于群速度色散。在介质中最小的脉冲宽度(此时啁啾为零) 为

$$\sigma_{\min}^2 = d^2 \frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2 - N^2 - 1}, \tag{20}$$

传播距离为

$$z = B/\beta'' = \frac{d^2}{-\beta''} \frac{N}{N^2 - \gamma^2 + 1}, \tag{21}$$

从中可知, 仅有正啁啾初始脉冲在 $z > 0$ 负色散介质中传播, 脉宽具有最小值。

(2) $\gamma > 1$

(a) $\gamma > \sqrt{1 + N^2}$

此时非线性效应显著, 脉冲在介质中传播类似于一个“时间成像系统”, 有一个且仅有一个“时间焦点”。

(b) $1 < \gamma < \sqrt{1 + N^2}$

此时非线性效应使初始正啁啾脉冲有两个时间焦点, 而初始负啁啾脉冲没有时间焦点。

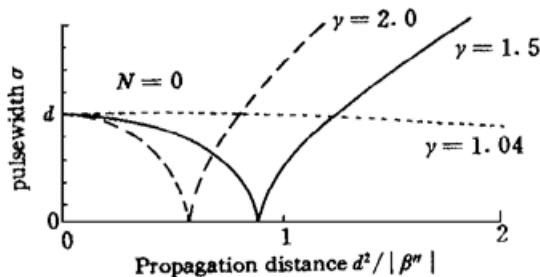


图 1 $N = 0$ 和 $\gamma = 1.04, 1.5$ 及 2.0 时脉冲宽度的演化

Fig. 1 Evolution of the pulse width for $N = 0$ and $\gamma = 1.04, 1.5,$ and 2.0

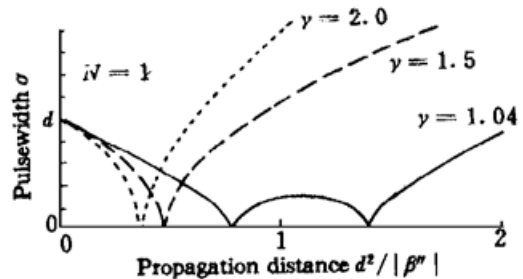


图 2 $N = 1$ 和 $\gamma = 1.04, 1.5$ 及 2.0 时脉冲宽度的演化

Fig. 2 Evolution of the pulse width for $N = 1$ and $\gamma = 1.04, 1.5,$ and 2.0

图 1~ 3 分别为在各种初始条件下, 脉冲宽度在二次型介质中的演化轮廓。

由上分析可知, 脉冲在负色散克尔介质中传播, 在一定条件下能形成时间成像^[6](或称之为自压缩、自窄化效应), 这在最初的光纤孤子实验中已观察到^[8]。研究还发现, 时间折射率二次型介质等效于时间透镜, 形成时间聚焦, 时间焦点的距离取决于介质非线性的大小及初始脉冲的啁啾特性。由此, 我们认为时域二次型的折射率介质可作为很好的脉冲压缩器。

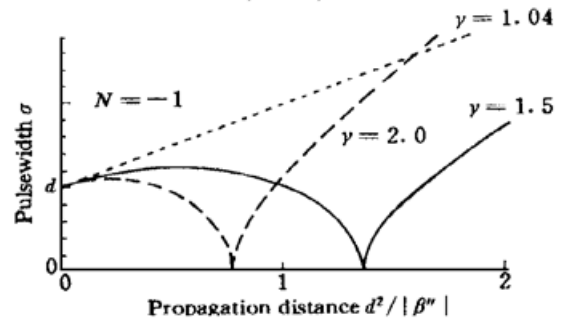


图 3 $N = - 1$ 和 $\gamma = 1.04, 1.5$ 及 2.0 时脉冲宽度的演化

Fig. 3 Evolution of the pulse width for $N = - 1$ and $\gamma = 1.04, 1.5,$ and 2.0

参 考 文 献

- 1 G. P. Agrawal. Nonlinear fiber optics. Academic Press., Inc., 1989
- 2 Y. Silberberg. Collapse of optical pulses. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(22) : 1282~ 1284
- 3 G. Gerullo, A. Dienes, V. Magni. Space-time coupling and collapse threshold for femtosecond pulses in dispersive nonlinear media. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(1) : 65~ 67
- 4 Wang Zhongyang, Zhang Zhengquan, Xu Zhizhan. Propagation of optical pulses in time-quadratic index media. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1997, **17**(7) : 937~ 940 (in Chinese)
- 5 B. H. Kolner, M. Nazarathy. Temporal imaging with a time lens. *Opt. Lett.*, 1989, **14**(12) : 630~ 632
- 6 S. P. Djaili, A. Dienes, J. S. Smith. ABCD Matrices for dispersive pulse propagation. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1990, **26**(6) : 1158~ 1164
- 7 A. Yariv, Pochi Yeh. The application of Gaussian beam: Formalism to optical propagation in nonlinear media. *Opt. Commun.*, 1978, **27**(2) : 295~ 298
- 8 L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, J. P. Gordon. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 1980, **45**(13) : 1095~ 1098

An Asymptotic Analytical Solution of the Laser Pulse Propagation in Kerr Media

Wang Zhongyang Xu Zhizhan Zhang Zhengquan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract Following that the nonlinear Kerr media are approximately described by time-quadratic index media, a refractive index change with propagation distance is considered, the propagation of the pulse in Kerr media is analyzed, and an asymptotic analytical solution is obtained. Then the temporal imaging of the pulse in Kerr media is discussed.

Key words laser pulses, Kerr media, propagation