

借助物镜变换实现一个短的 相干 Hough 物镜*

高 隽

(合肥工业大学计算机与信息系 合肥 230009)

提要 介绍了在图像处理、模式识别领域中常用的 Hough 变换(HT), 推导出了 HT 与 Fourier 变换之间的关系, 通过对光的传播、Fourier 光学及物镜变化的研究, 实现了短的相干 Hough 物镜。

关键词 Hough 变换, 物镜, Fourier 光学

1 引 言

在图像处理、模式识别领域中常用的 Hough 变换(HT), 由于它可对形状进行有效的识别, 可并行实现, 而且对噪声不敏感, 因而得到了极大的关注。但是 HT 计算量很大并且需要很大的存贮空间。因而许多学者对提高 Hough 变换计算速度及减少存贮容量的算法进行了研究, 比如利用图像中心梯度信息减少计算量; 利用递归地细分参数空间和逐步增加参数空间分辨率来减少计算量和存贮量; 查找表方法; 极标编码多分辨率 HT 方法; 以及并行算法, 如: 在超立方体 SIMD 计算结构上的并行算法; 快速的动态 HT 及其并行实现等等。这些算法都在不同程度上简化了 HT 映射运算, 提高了计算效率, 但是均未从根本上解决问题, 使得有效 HT 的应用受到限制。

光波作为信息的载体, 具有容量大、频带宽、传播速度高等优点。对于空间相干的二维光输入信号, 只用一个透镜就可以光速得到其二维的 Fourier 变换。在信号处理中所有基于卷积的算法都可用光学实现, 因此被称之为 Fourier 光学的信息处理方法日益受到重视。

本文通过对 HT 与 Fourier 变换之间的关系、光的传播、Fourier 光学及物镜变化的研究, 实现了短的、节省的 Hough 物镜。用光学实现了 Hough 变换, 从而解决了 HT 计算量很大并且需要很大的存贮空间的问题。

2 Hough 变换及其相干光学实现

对于输入图像为 $b(x', y')$ 连续 HT 的定义如下^[1]

$$h(\theta, \gamma) = \iint b(x', y') \cdot \delta[\gamma - (x' \cdot \cos\theta + y' \cdot \sin\theta)] dx' dy' \quad (1)$$

令输入图像旋转 θ 角度后的图像为 $b_{\theta}(x, y)$, 将 Hough 变换同 Fourier 变换相联系可以推得^[3]

$$h_{\theta}(y) = \iint \beta_{\theta}(\mu, \nu) \cdot e^{j \cdot \nu \cdot y} d\nu \cdot e^{j \cdot \mu \cdot y} d\mu dy = \iint B_{\theta}(\mu, \nu) \cdot \delta(\nu) \cdot e^{j \cdot \mu \cdot y} d\mu d\nu \quad (2)$$

其中 $B_{\theta}(\mu, \nu)$ 为 $b_{\theta}(x, y)$ 的二维 Fourier 变换。考虑光的 Fresnel 传播^[2] 并忽略常系数, 可采用以下基于 Fourier 光学的相干光学系统实现 Hough 变换(见图 1)。

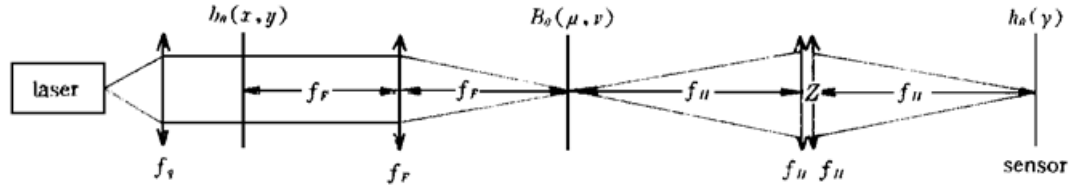


图 1 实现 HT 的相干光学系统

Fig. 1 The coherent optics system of realizing Hough transform

该系统由四个透镜组成(其中两个在同一位置上), 三个是球面形透镜, 一个是圆柱面形透镜, 系统长度为 $4f$ 。其中焦距分别为 f_q 和 f_F 的透镜实现输入图像的 Fourier 变换 $B_{\theta}(\mu, \nu)$; 在同一位置上, 焦距均为 f_H 的球面形透镜和圆柱面形透镜完成以下运算

$$L(s, t) = e^{j \cdot \pi \frac{s^2 + 2 \cdot s \cdot t}{\lambda f_H}} = e^{j \cdot \pi \frac{s^2}{\lambda f_H}} \cdot e^{j \cdot \pi \frac{t^2}{\lambda f_H}} = L_1 \cdot L_2$$

3 一个短的相干 Hough 物镜

对于前面推出的实现 HT 的相干光学系统, f_F 是 Fourier 透镜的焦距, f_H 是像散透镜的焦距, 焦距的选取要考虑到输入平面、傅里叶平面以及输出平面的分辨率, 在此我们假定焦距相等, 即 $f = f_F = f_H$, 为了缩短物镜的长度并且将在同一位置上的两个透镜分离, 可应用如图 2 所示的物镜变换:

(1) 为了将第一行缩短, 可将其中的傅里叶变换透镜用两个透镜代替, 这两个透镜的焦距仍为 f , 两透镜之间的距离即是它们的焦距 f ;

(2) 将两个焦距都为 f , 其间距也为 f 的球面形透镜, 用焦距为 f 的傅里叶透镜来等效, 这样在同一位置上的两个透镜被分开;

(3) 为了将第三行所示的结构缩短, 可考虑将其中两透镜之间的传播距离 $l = 2 \cdot f$ 用三个透镜等效, 其中:

$$f_1 = -f_2 \cdot (1 + \sqrt{1 - 2 \cdot f / f_2})$$

$$d = f_1 + 2 \cdot f_2 \quad -\frac{f}{2} < f_2 < 0$$

(4) 将在同一位置上焦距分别为 f 和 f_1 的两个球面形透镜用一个焦距为 f_r 的透镜等效, 其中:

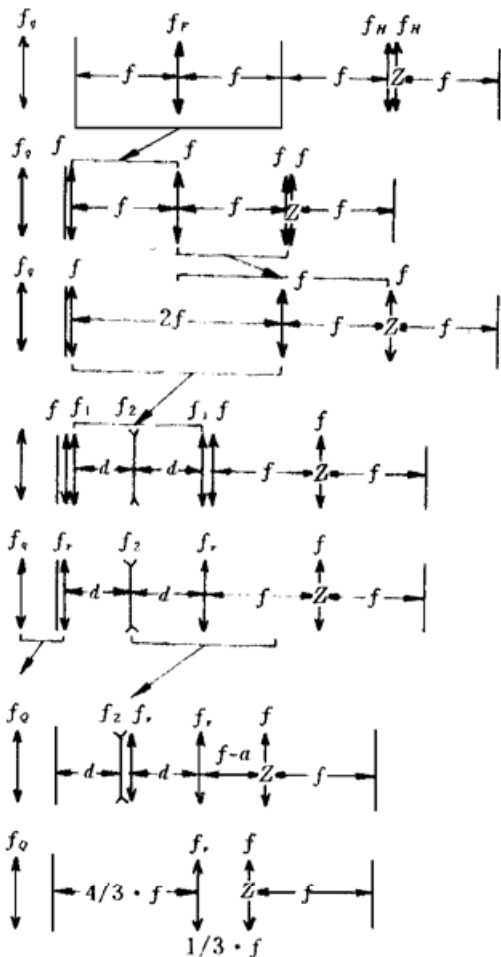


图 2 物镜变换示意图

Fig. 2 The illustration of objective lens transform

$$f_r = \left[\frac{1}{f} + \frac{1}{f_1} \right]^{-1} = f_2 \cdot \left[1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \frac{f}{f_2}} \right] = d$$

(5) 将位于输入平面焦距为 f_q 的聚束透镜同焦距为 f_r 的透镜合并为一个焦距为 f_q 的透镜:

$$f_q = \left[\frac{1}{f_q} + \frac{1}{a + f_r} \right]^{-1}$$

另外将其中另一焦距为 f_r 的透镜看成傅里叶透镜, 可用两个焦距同为 f_r 的透镜等价;

(6) 在同一位置上有两透镜, 其焦距一个为正, 另一个为负, 若它们的大小相同, 则这两个透镜的作用相互抵消, 即选 $f_2 = -f_r$ 。这样: $f_1 = -3 \cdot f_2 = 3 \cdot d = 2 \cdot f$

根据以上的物镜变换, 所得的 Hough 物镜如图 3 所示。

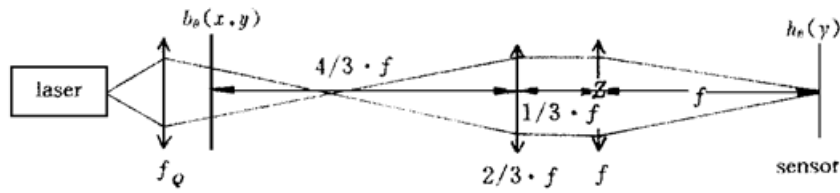


图 3 一个短的相干 Hough 物镜

Fig. 3 A shorter coherent Hough objective lens

该系统由三个透镜组成, 二个是球面形, 一个是圆柱面形, 系统长度为 $\frac{8}{3} \cdot f$, 而且该系统结构是可分离的, Fourier 平面仍然存在。

4 结 论

通过以上分析, 可见借助物镜变换 HT 物镜的长度由原先的 $l = 4 \cdot f$ 缩短到现在的 $\frac{8}{3} \cdot f$, 所有的元件位于不同的位置, 而且所需透镜为 3 个, 原先是 4 个, 傅里叶平面仍然存在, 它位于聚束透镜(焦距为 f_q) 的焦点上。通常情况可在此放置幅度滤波器, 这无需改变其结构。对

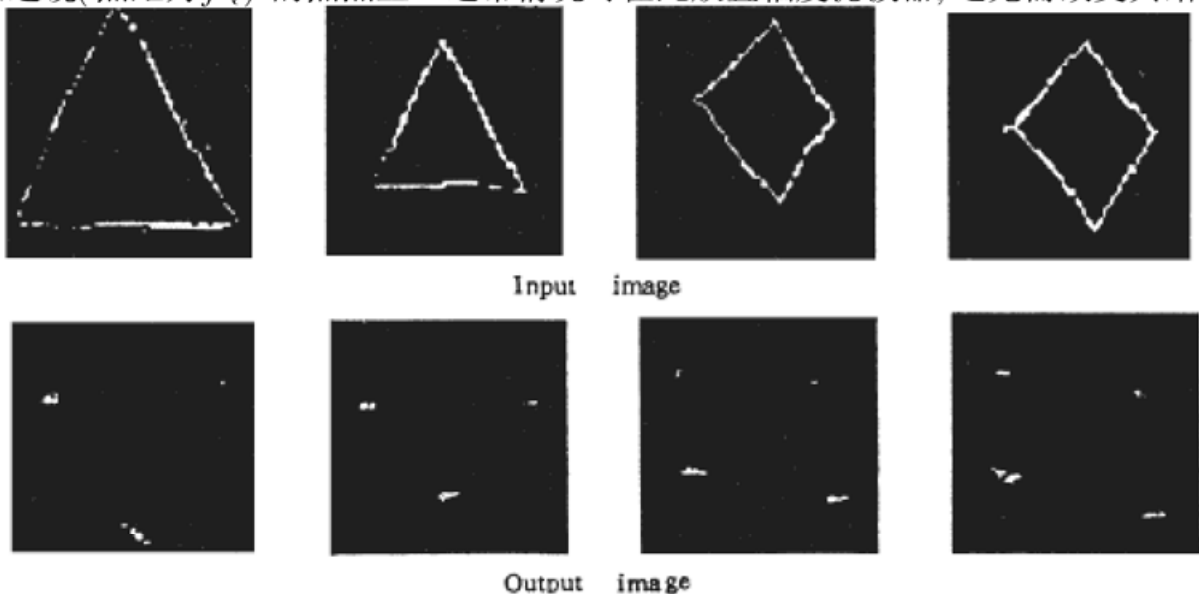


图 4 Hough 物镜的输入和输出

Fig. 4 The input and output of the Hough objective lens

于相位滤波器,在滤波器设计时必须考虑其相位差。因此可在该光学系统上采用各种滤波器以提取输入图像的特征。

上述 Hough 物镜所得出的几幅图像如图 4 所示。

通过对 Hough 变换的理论分析,推出了 Hough 变换与 Fourier 变换之间的关系,得知 Hough 变换可用 Fourier 光学来实现,通过对光的传播、物镜变换的研究,实现了短的相干 Hough 物镜。使得 Hough 变换可望实际应用于计算机视觉、流水线工件的在线检测、交通标志识别等众多识别领域。

参 考 文 献

- 1 Hough P. V. C. . A method and means for recognizing complex patterns. U.S. Patent 3069654, 1962
- 2 Gao Jun, Wang Hao, Lu Yang *et al.* . The computer simulation of the coherent optics system. *Chinese Journal of Lasers* (中国激光), 1997, **A24**(10) : 957~ 960 (in Chinese)
- 3 Gao Jun *et al.* . Coherent optical realization of Hough transform. *Chinese Journal of Quant. Electr.* (量子电子学), 1998, **15** (to be published) (in Chinese)

Realization of a Shorter Coherent Hough Objective Lens Through Objective Lens Transform

Gao Jun

(*Department of Computer and Information, Hefei University of Technology, Hefei 230009*)

Abstract This article gives a presentation of a commonly used transform method—Hough transform in the field of image processing and pattern recognition, from which the correlation between HT and Fourier transform is derived through the study of Fourier optics and objective lens, and a shorter coherent Hough objective lens is achieved.

Key words Hough transform, objective lens, Fourier optics