

利用三状态 Hopfield 模型优化神经网络 双极二值化互连*

常胜江 申金媛 张文伟 翟宏琛 张延焯

(南开大学现代光学研究所 南开大学国家教委光学信息技术科学开放实验室 天津 300071)

提要 针对光互连精度较低的弱点,提出了以正交化算法为目标函数的三值($\pm 1, 0$)互连权重的神经网络优化方法。计算机模拟和光学实验结果表明该方法能显著地提高三值互连神经网络模型的性能。

关键词 双极二值化互连,光互连精度,神经网络优化

1 引 言

目前的神经网络实现技术中,以 VLSI 技术和光学技术最为人们重视,由于受目前工艺水平的限制,VLSI 技术难以实现较大规模的神经网络。而光学以其固有的超并行性和立体互连能力,为实现较大规模的神经网络提供了可靠的保证,是目前实现大规模神经网络最有效的途径之一。但光学的数值精度差等弱点,也限制了它在神经网络硬件实现中的应用。例如在用光学技术实现 Hopfield 模型时,当存储模式数 M 较大时,难以用相应的光学器件显示其 $2M + 1$ 个灰度等级的互连权重。为此,提出了许多实现多灰度阶互连的技术或方法,如分时输入法^[1]、面积编码^[2]及颜色编码等方法。但它们都是以牺牲神经网络硬件系统的互连通量为代价或由于对器件的制作工艺要求过于苛刻而难以实际应用。相比之下,互连权重值限定为 ± 1 或 0 的编码方案由于对互连精度的要求不高且与模式数目无关而倍受光学界的重视,并且出现了许多此类神经网络模型^[3-5],这些模型对神经网络的硬件实现起到了积极的推动作用。但这些二值化互连权重的模型同相应的多灰度阶互连模型相比(如 Clipped 模型与 Hopfield 模型比较),存储容量和寻址能力较低。提高互连权重值限定为 ± 1 或 0 的神经网络模型的存储容量和寻址能力使之具有多灰度阶互连模型的性能是神经网络研究的重要内容。鉴于三值互连权重的求解问题是求解非线性动力学系统的逆问题,不存在解析求解方法,优化方法是实现高效信息权重编码的唯一途径。

自 1982 年 Hopfield 模型提出以来,其优化功能受到了人们广泛的重视,并已应用于 TSP^[6](travelling salesman problem)问题、A/D 转换^[7]及二值(± 1)互连权重的优化计算^[8]当中,实现其优化功能的核心问题是定义一个能量函数,利用 Hopfield 网络迭代过程中能量函数下降至极小而完成优化功能。在文献[8]中,作者提出了以常数 K 为目标函数的二值(± 1)

* 国家 863 计划资助项目和博士点基金资助项目。

互连权重的优化方法, 计算机模拟结果表明该方法并没有明显改善神经网络的性能。从统计上对 Hopfield 模型的研究结果表明, 网络迭代稳定后所有神经元的模拟输出量都逼近于同一常数 K 的概率是非常小的。以一常数 K 作为目标函数, 对于模拟输出量大于 K 的情况, 也要求向 K 逼近, 这对于网络性能的改善没有益处, 同时也会对网络的优化产生无益的约束作用, 使优化后的网络没有达到它应具备的最佳的寻址能力。该优化方法的另一个缺点是只能对 ± 1 二值互连权重进行优化处理, 从目前几种光学实现方法来看, ± 1 和 0 三值互连权重并不会造成光学系统的复杂化, 而零成分的增加能够提高网络的性能, 因此对上述优化模型作进一步改进是必要的。我们注意到, Gram-Schmidt 正交化算法^[9]是提高 Hopfield 模型存储容量及寻址能力的有效的方法之一, 理论分析结果表明正交化算法可以大大提高 Hopfield 网络的存储容量, 理论的极限值为 $M/N \sim 1$, 寻址能力也有很大的提高。因此, 正交化 Hopfield 模型的模拟输出量是非常理想的目标函数。为此, 本文提出了以 Gram-Schmidt 正交化算法所得到的模拟输出量为目标函数、利用三状态 Hopfield 模型^[10]来优化三值互连权重的优化算法。计算机模拟结果表明, 该优化方法较为显著地提高了网络的性能。同时, 针对光学无法表示负值的弱点, 通过采用分布阈值和光束方向编码方法光学实现了上述优化模型。

2 优化模型

设三值互连神经网络模型的互连矩阵为 W_{ij} (W_{ij} 取值为 ± 1 或 0), 正交化 Hopfield 网络互连矩阵为 T_{ij} , 当对双极矢量 $S_i^{(m)}$ (取值为 $+1$ 或 -1) 进行内容寻址时, 网络第 i 个神经元的模拟输出量 $u_i(c)$, $u_i(o)$ 分别为

$$u_i^{(m)}(c) = \sum_{j=1}^N W_{ij} S_j^{(m)} - \theta_i(c) \quad (1)$$

$$u_i^{(m)}(o) = \sum_{j=1}^N T_{ij} S_j^{(m)} - \theta_i(o) \quad (2)$$

以 c 代表被优化的三值互连模型, o 表示正交化 Hopfield 模型。通常, 互连权重及神经元状态为双极时, 阈值为零, 即 $\theta_i(c) = \theta_i(o) = 0$, 则有

$$u_i^{(m)}(c) = \sum_{j=1}^N W_{ij} S_j^{(m)} \quad (3)$$

$$u_i^{(m)}(o) = \sum_{j=1}^N T_{ij} S_j^{(m)} \quad (4)$$

如果神经元激活函数取符号函数, 则当

$$S_i^{(m)} u_i^{(m)}(c) > 0 \quad (5)$$

$$S_i^{(m)} u_i^{(m)}(o) > 0 \quad (6)$$

式成立时, 表示两种模型第 i 个神经元的输出结果正确。如果两种网络能够存储 M 个 N 维双极矢量, 对应于 $m = 1, 2, \dots, M, i = 1, 2, \dots, N$, (5), (6) 两式都应成立, 但当存储模式数 M 超过三值互连神经网络模型所能存储的模式数 M_c 时, 对应的(5)式不再成立, 而对于正交化 Hopfield 模型的(6)式只要 $M < N$ 仍能成立, 如果能使被优化模型的 $S_i^{(m)} u_i^{(m)}(c)$ 值逼近正交化 Hopfield 模型的 $S_i^{(m)} u_i^{(m)}(o)$ 值, 就能够使不大于零的部分得到改正, 优化即可完成。从这一过程可以看出, 优化模型的每一神经元的模拟输出量所要逼近的值都是不同的, 正是正交化算法提供了理想的数值分布的目标函数。当对第 i_0 个神经元进行优化时, 定义上述过程的能量函数

$$E(i_0) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M [S_{i_0}^{(m)} u_{i_0}^{(m)}(c) - D S_{i_0}^{(m)} u_{i_0}^{(m)}(o)]^2 \quad (7)$$

$$E(i_0) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \left[S_{i_0}^{(m)} \sum_{j=1}^N W_{i_0 j} S_j^{(m)} - D S_{i_0}^{(m)} \sum_{j=1}^N T_{i_0 j} S_j^{(m)} \right]^2 \quad (8)$$

这里 D 为一正的优化参数, 略去常数项后, $E(i_0)$ 可表示为

$$E(i_0) \Rightarrow \frac{1}{2} \sum_{j_1=1}^N \sum_{j_2=1}^N W_{i_0 j_1} W_{i_0 j_2} \sum_{m=1}^M [S_{j_1}^{(m)} S_{j_2}^{(m)}] - \sum_{j_1=1}^N D \sum_{m=1}^M \left[\left[\sum_{j_0=1}^N T_{i_0 j_0} S_{j_0}^{(m)} \right] S_{j_1}^{(m)} \right] W_{i_0 j_1} \quad (9)$$

一般情况下, W_{ij} 的初始矩阵采用 Clipped 模型的互连矩阵, 由于 W_{ij} 取值为 ± 1 和 0 , 可作为三状态 Hopfield 模型的存储模式。三状态 Hopfield 模型的能量函数写为

$$E = - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{ij}^{(0)} V_i^{(m)} V_j^{(m)} + \sum_{i=1}^N \theta_i^{(0)} V_i^{(m)} \quad (10)$$

与(9)式的能量函数比较, 新构造的三状态优化 Hopfield 网络的互连权重及阈值分别为

$$W_{ij}^{(o)} = - \left[\sum_{m=1}^M S_i^{(m)} S_j^{(m)} \right] \quad (11)$$

$$\theta_i^{(o)} = - D \sum_{m=1}^M \left[\left[\sum_{j_0=1}^N T_{i_0 j_0} S_{j_0}^{(m)} \right] S_i^{(m)} \right] \quad (12)$$

把初始的被优化的三值互连权重作为三状态 Hopfield 模型的存储模式, 利用离散型同步 Hopfield 模型在迭代过程中能量函数下降的特点完成三值权重的优化。在优化过程中, 以优化后网络的出错率为判据, 出错率最低的 D 值就是我们要得到的最佳值, 当优化网络达到稳定时, 也即能量 $E(i_0)$ 最小状态, 优化即可完成。

3 模拟结果

为了研究优化模型的存储容量和寻址能力, 我们对优化模型进行了计算机模拟。网络输出矢量出错率的定义为

$$q = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N V_i V_i'}{N} \quad (13)$$

V 为存储矢量, V' 为寻址矢量(存储矢量本身或含有噪声的存储矢量) 经迭代稳定后的输出矢量。定义当统计平均出错率 $\langle q \rangle \leq 1.5\%$ 时所能存储的模式数作为网络的最大存储模式数目 M_c 。图 1 给出了 $N = 64$, 以 Clipped 模型的互连矩阵作为初值时, Clipped 模型(CM)、以正交化算法为目标函数的三状态优化模型(简称三元优化模型 OM(1))和以常数为目标函数的二元优化模型(简称二元优化模型 OM(2))的 M_c 与寻址矢量所加噪声 N' 的关系曲线。从中可以看出, 在无噪声情况下, 二元优化模型可以存储 5 个模式, 同 Clipped 模型有相同的存储容量, 只是寻址能力略有改善, 而三元优化模型可以存储 8 个模式, 与二元优化模型相比, 容噪声能力也有较大的提高。

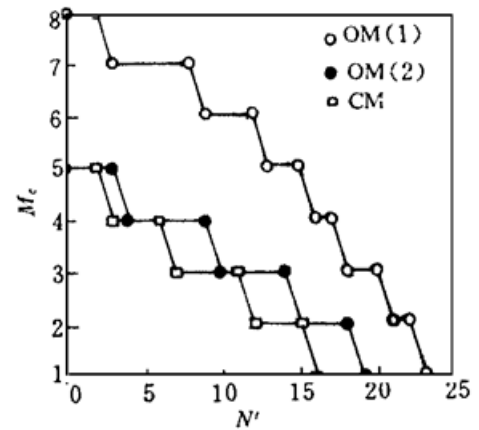


图 1 当 $N = 64$ 时, 存储容量 M_c 与寻址矢量所加噪声 N' 的关系曲线

Fig. 1 Storage capacity vs harming distance N' of the addressing vector to the stored vector for $N = 64$

4 实验结果

由于光学系统无法表示双极性, 对于存储模式和互连权重都为双极的全双极三元优化模

型的光学实现来说,要用一定的编码方法来解决神经元状态及互连权重中的负值表示问题。在这里,我们提出了光束方向编码方法实现了全双极的三元优化模型。

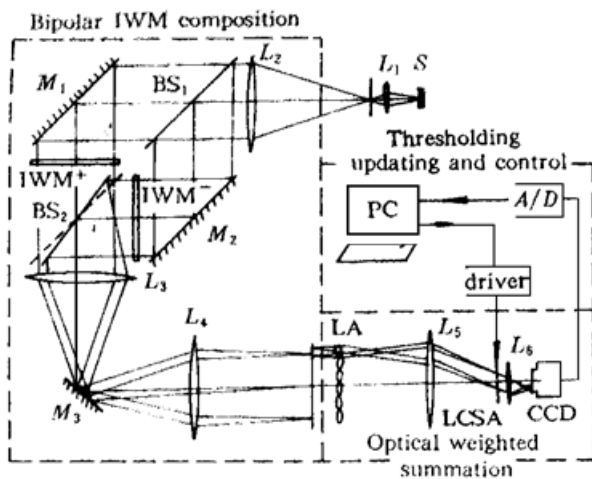


图2 光电混合神经网络系统

Fig.2 Hybrid neural network system

图2为神经网络硬件系统的示意图,它由双极互连权重的编码和光学加权求和二部分组成。白光点光源经透镜 L_2 准直后变成平行光,首先调节全反射镜 M_1 和 M_2 ,使由半透半反镜(BS_1)分成的两束光分别照明互连权重的正、负模板(IWM^+ , IWM^-)并在第二块半透半反镜(BS_2)处合光。由透镜 L_3 和 L_4 组成的 $4f$ 系统(互连权重正、负模板放在透镜 L_3 的前焦面上)把正、负互连模板重合地成像在透镜阵列(LA)的前焦面上。然后精细调节反射镜 M_2 和半透半反镜 BS_2 ,使经过正模板和负模板的两路平行光在反射镜 M_3 成为两个光点(位于两路光重合时在 M_3 形成的光点的两侧)。调节正模板和负模板

(位置及面内角度)使它们的像重合于透镜阵列的前焦面上,并使每一互连子矩阵与透镜阵列中对应的小透镜精确对位。经透镜阵列和 L_5 组成的 $4f$ 系统把正、负模板中的每一互连子矩阵重合地成像于开关阵列(LCSA)上。由于采用的是平行光,虽然正模板和负模板中的每个互连子矩阵的像在开关阵列上是重合的,但两路光的方向是不同的,这样经后面的成像透镜 L_6 后在CCD形成 $2 \times 8 \times 8$ 个光点,水平方向上相邻的两个点分别对应于正和负互连子矩阵与输入模式加权求和的结果,进行A/D转换后由计算机对两光点进行相减取阈。

实验中所用的透镜阵列是由我们自己设计加工的,主要参数为

规格: 32×32 , 外形尺寸: 48.64×48.64 (mm), 每个小透镜尺寸: 1.52×1.52 (mm), 焦距 $f = 20.00$ mm。

由于市场上没有现成的产品,系统中所用的开关阵列是由MGL(s)-8032B超扭曲液晶阵列图形显示器改装而成的;改装后的主要参数为

开关单元数: 32×32 , 响应时间: < 100 ms, 单元尺寸: 0.5×0.5 (mm), 工作方式: 透射、电寻址, 帧率: > 25 帧/s, 对比度: $1 \cdot 50$ 。

上面的光束方向编码只解决了互连权重的双极表示问题,还不能对双极的神经元状态进行表示。为此我们采用分布阈值来表示神经元的两极性。对于一个规格为 $N \times N$ 的两维神经网络,神经元的动力学规则可写为

$$S_{ik}(t+1) = f \left[\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{tkij} S_{ij}(t) \right] \quad (14)$$

这里

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

S_{ij} 表示两维矢量(神经元状态), W_{tkij} 是一个4维互连矩阵,由于寻址矢量和互连权重是双极的, S_{ij} 和 W_{tkij} 可以分成正和负两部分

$$S_{ij} = S_{ij}^+ - S_{ij}^-, \quad W_{tkij} = W_{tkij}^+ - W_{tkij}^- \quad (15)$$

这里 S_{ij}^+ 和 S_{ij}^- 分别表示 S_{ij} 的正分量和负分量, W_{tkij}^+ 和 W_{tkij}^- 有同样的意义。显然有如下关系

$$S_{ij}^+ + S_{ij}^- = 1 \quad (16)$$

利用(15)和(16)式,(14)式可写为

$$\begin{aligned}
 S_{lk}(t+1) &= f\left\{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{lkij} S_{ij}(t)\right\} = \\
 &= f\left\{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N [2(W_{lkij}^+ S_{ij}^+ - W_{lkij}^- S_{ij}^+) - (W_{lkij}^+ - W_{lkij}^-)]\right\} = \\
 &= f\left\{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (W_{lkij}^+ S_{ij}^+ - W_{lkij}^- S_{ij}^+) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{lkij}\right\} \quad (17)
 \end{aligned}$$

这里 $\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N W_{lkij}$ 是与寻址矢量无关的常数, 可以作为阈值 θ_{lk} 处理。由于 θ_{lk} 与互连矩阵中 1 和 -1 的个数有关, 因此它是一个分布阈值。把四维互连权重 W^+ (或 W^-) 排列成 2 维形式(如图 3), 采用图 2 的硬件系统和分布阈值就可完成(17)式的运算。

在实验中, 选择了 5 个数字作为存储模式, 如图 4(a)。按照三元优化模型的方法建立其互连矩阵, 当开关阵列输入含有 10% 噪声的 0 和 1 二值存储模式(加噪声的 S_{ij}^+) 时, 如图 4(b)。对 64 个输出神经元取分布阈值, 图 4(c) 给出了取阈后的实验结果。从光学实验结果看出, 三元优化模型和上述光学系统有很好的稳定性。

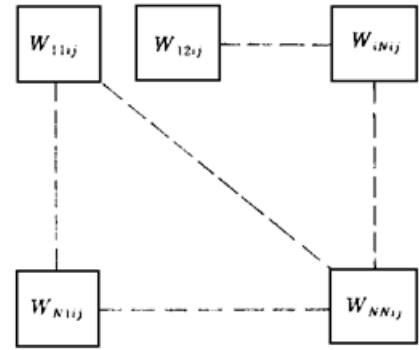


图 3 4D 互连张量分解成 2D 形式

Fig. 3 Partition of a 4D weight tensor into an array of 2D submatrices

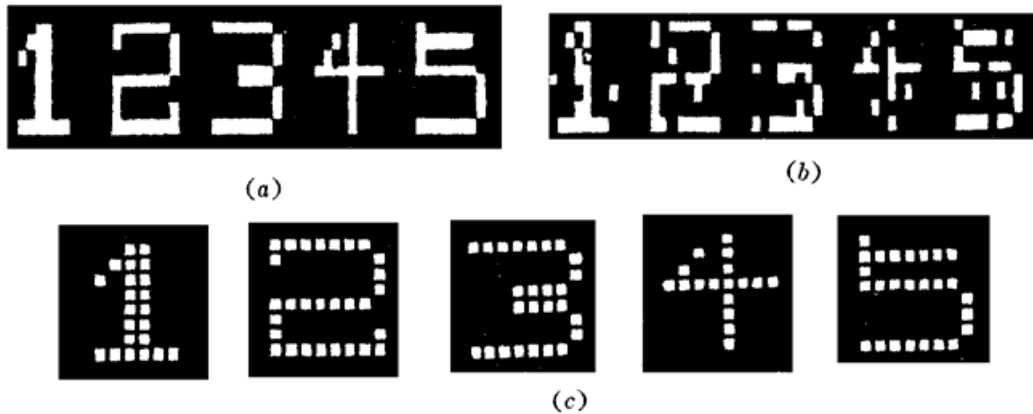


图 4 光学实验结果

(a) 5 个存储模式; (b) 带有 10% 噪声的寻址模式; (c) 联想的结果

Fig. 4 Optical experimental results

(a) 5 stored patterns; (b) Addressing patterns with 10% noise; (c) The recalled results

参 考 文 献

- 1 G. Y. Sirat, A. D. Maruani, R. C. Chevallier. Gray level neural networks. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(3) : 414~ 415
- 2 Zhang Shuqun, Chen Caisheng. Optical image fuzzy associative memory. *Chinese Journal of Lasers* (中国激光), 1994, **A21**(3) : 216~ 219 (in Chinese)
- 3 N. Farhat, D. Psaltis, A. Prata *et al.*. Optical implementation of the Hopfield model. *Appl. Opt.*, 1985, **24**(10) : 1469~ 1475
- 4 Huang Wuqun, Gao Chengqun, Chen Tianlun *et al.*. A nonlinear neural network suitable for optical impementation and its Monte Carlo algorithm. *Acta Opticas Sinica* (光学学报), 1990, **10**(5) : 446~ 451 (in Chinese)

- 5 T. Lu, X. Xu, S. Wu *et al.*. Neural network model using interpattern association. *Appl. Opt.*, 1990, **29**(2) : 284~ 288
- 6 C. Petersion. Parallel distributed approaches to combinatorial optimization : Benchmark studies on Travelling Salesman Problem. *Neural Computation*, 1990, **2** : 261~ 269
- 7 D. W. Tank, J. J. Hopfield. Simple neural optimization networks: An A/D converter, Signal decision circuit, and a linear programming circuit. *IEEE Trans. CAS*, 1986, **CAS-33**(5) : 533~ 541
- 8 Lu Mingzhe, Chen Jinli, Fang Zhiliang *et al.*. Optimization of associative memory model by neural network. *J. Infrared Millim. Waves* (红外与毫米波学报), 1993, **12**(1) : 42~ 46 (in Chinese)
- 9 Huang Wuqun. A study on orthogonalized Hopfield model of neural network. *CCAST-WL Workshop Series*, 1994, **36** : 46~ 57
- 10 Huang Daquan, Huang Haiyun. Opto-electronics hybrid implementation of a multi-state and multi-threshold neural network madel. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1996, **16**(6) : 772~ 776 (in Chinese)

Optimization of Binary and Bipolar Interconnection by Using the Hopfield Model with Tristates Neurons

Chang Shengjiang Shen Jinyuan Zhang Wenwei Zhai Hongchen Zhang Yanxin

(*Institute of Modern Optics, Optical Information Science Laboratory, Nankai University, Tianjin 300071*)

Abstract In order to overcome the weakness of poor accuracy of optical interconnection, an optimization method of binary and bipolar associative model is proposed by using a neural network and a target function based on orthogonal projection algorithm. Computer simulation and experimental results show that the performance of the optimum model is greatly improved.

Key words binary and bipolar interconnection, accuracy of optical interconnection, optimization of neural network