

# 高斯光束对全息光学元件的加热效应

刘大禾

(北京师范大学物理系 北京 100875)

**提要** 从理论上讨论了高斯光束对全息光学元件的加热效应。用格林函数法计算了高斯光束照射全息元件所引起的温升。分析了各种参数对温升的影响。并给出了激光加热重铬酸盐明胶全息光学元件的实验结果。

**关键词** 高斯光束, 格林函数, 激光诱导加热

近年来, 全息光学元件的应用得到了快速的发展, 在头顶显示(HUD)<sup>[1]</sup>、光互连、全息滤光片<sup>[2]</sup>以及激光防护<sup>[3]</sup>等许多领域内得到了广泛的应用。在这些应用中, 热稳定性是衡量全息光学元件性能的重要指标之一, 也是全息光学元件具体应用中必须考虑的重要因素。

在绝大多数的应用中, 全息光学元件都要直接承受激光束的照射。这时, 激光束所产生的加热效应是不可避免的, 这是影响全息光学元件性能的重要因素。这种加热效应在激光束的功率很大时会改变光学元件的性质, 甚至直接导致光学元件的损坏。由于激光束是高斯光束, 所引起的加热效应是不均匀的, 光束中心产生的温升远远高于光束边缘产生的温升。因此, 分析高斯光束诱导的加热效应对提高全息光学元件的热稳定性有重要的指导作用。本文报道了我们在这方面的工作。

## 1 理论分析

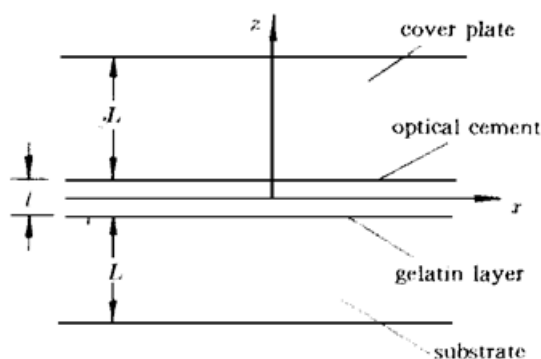


图 1 封装 DCG 全息图的结构

Fig. 1 Structure of sealed DCG hologram

为了不损坏全息光学元件, 并保持其性能的稳定, 在实际应用中, 全息光学元件都是封装的。重铬酸盐明胶(DCG)全息元件就是一种最常用的全息光学元件。这种全息元件的结构如图 1 所示, 它包括基底、明胶层、光学胶层和封盖板。

作为一个热系统, 一个全息光学元件是很复杂的。为使问题简化, 我们作如下假设: (1) 明胶与光学胶有同一数量级的厚度, 且热性质相同; (2) 相对于入射光束, 光学元件在  $x$  方向和  $y$  方向是无限大的, 只在  $z$  方向是有限的; (3) 定义光斑半径为由光强最大值处到光强下降为最大值  $1/e$  处的距离; (4) 基底和封盖板是相同的, 即它们是用同种材料制作的, 有相同的厚度和热导率; (5) 忽略基底和封盖板的吸收, 只考虑明胶和光学胶对光的吸

收稿日期: 1996—11—11; 收到修改稿日期: 1996—12—27

收作用。这些假设实际上都是合理的。根据上述假设,一个全息光学元件具有对称结构,热量的产生只发生在明胶-光学胶复合层内,且产生的热量将等量地向基底和封盖板流动。最后假定在全息图的出射表面,热损失仅以辐射的形式发生,而忽略对流效应。因此,全息光学元件的结构减化为两个完全相同的只有辐射损耗的透明基底夹着一层很薄的吸收层。这种系统的热特性将由基底和封盖板决定<sup>[4]</sup>。

### 1.1 格林函数

激光束射入全息图后,将在全息图内产生一个柱对称高斯轮廓的热源。任何热源都可用点源的某种分布来表示,而点源所产生的温升可用格林函数表示。因此,问题归结为用贝塞耳变换方法找到系统合适的格林函数。然后,通过对点源的加权求和来计算全息光学元件内的稳态温度分布<sup>[5,6]</sup>。

对于上述全息光学元件,激光束照射时点源所产生的温升为

$$\Delta T(r) = \int_V \frac{Q(r')}{K_s} G(r - r') dr' \quad (1)$$

式中, $G$ 为系统的稳态格林函数, $Q$ 为单位体积单位时间内产生的热量, $K_s$ 为基底和封盖板的热导率。柱坐标中稳态时的热方程为(见参考文献[5]p232,[6]p291)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial}{\partial r} \Delta T + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \Delta T + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Delta T + \frac{Q}{K_s} = 0 \quad (2)$$

对于单位点源,其格林函数在柱坐标中可写成积分形式<sup>[7,8]</sup>

$$G_P(r, \varphi, z) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty J_0(\xi R) \exp(-\xi |z - z'|) d\xi \quad (3)$$

其中,点源的位置在 $(r', \varphi', z')$ , $\xi$ 为虚拟变量, $R^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\varphi - \varphi')$ 。 $J_0$ 为零阶贝塞耳函数。如果点源所在区域两个边界表面是平行的,则其格林函数为

$$G = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty W(Z) J_0(\xi R) d\xi \quad (4)$$

$$W = A \exp(\xi z) + B \exp(-\xi z) + \exp(-\xi |z - z'|) \quad (5)$$

系数 $A$ 和 $B$ 可由边界条件确定。

### 1.2 边界条件

设全息光学元件为黑体辐射源,其基底和封盖板表面的温度为 $T$ ,周围环境的温度为 $T_0$ ,由斯特藩-玻尔兹曼定律<sup>[9]</sup>,其辐射通量密度为

$$F = \sigma E (T^4 - T_0^4) \quad (6)$$

这里, $\sigma$ 为斯特藩-玻尔兹曼常数, $E$ 为面辐射度。在实际中,温升 $\Delta T = (T - T_0) \ll T_0$ ,因此,方程(6)可近似为

$$F|_{z=\pm L} = 4\sigma E T_0^3 \Delta T|_{z=\pm L} \quad (7)$$

在基底和封盖板表面( $z = \pm L$ ),向外辐射的热通量为

$$F|_{z=\pm L} = \mp K_s \left. \frac{\partial \Delta T}{\partial z} \right|_{z=\pm L} \quad (8)$$

结合(7),(8)和(4)式,可得

$$\left. \frac{\partial W}{\partial z} \right|_{z=+L} = - \frac{4\sigma E T_0^3}{K_s} W \Big|_{z=+L} \quad (9a)$$

$$\left. \frac{\partial W}{\partial z} \right|_{z=-L} = - \frac{4\sigma E T_0^3}{K_s} W \Big|_{z=-L} \quad (9b)$$

由这两个方程可以确定系数  $A$  和  $B$ 。经过适当的运算和变换后得到,

$$W = \frac{2\exp(-\xi L)}{\xi + H} \cdot [\exp(-\xi L)(\xi - H)] \left[ \frac{\xi \cosh(\xi L) + H \sin(\xi L)}{(\xi^2 + H^2) \sinh(2\xi L) + 2\xi H \cosh(2\xi L)} \right] \cdot \\ \{ \xi \cosh[\xi(L + z)] + H \sin[\xi(L + z)] \} + \\ \frac{2\exp[-\xi(L + z)]}{\xi + H} [\xi \cosh(\xi L) + H \sinh(\xi L)] \quad (10)$$

式中  $H = \frac{4\sigma ET_0^3}{K_s}$ 。

### 1.3 温升的计算

在运算过程中计算(2)式的积分时,我们认为  $Q$  正比于  $\delta$  函数,即

$$Q(r') = Q_0 \exp\left[-\frac{r'^2}{\rho^2}\right] \quad (11)$$

其中  $\rho$  为光斑半径。因此,我们有

$$\Delta T = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{Q_0}{K_s} \exp\left[-\frac{r'^2}{\rho^2}\right] G(r - r') r' dr' d\varphi \quad (12)$$

利用(4)式,(12)式可以写成

$$\Delta T = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{Q_0}{K_s} \exp\left[-\frac{r'^2}{\rho^2}\right] J_0(\xi R) W r' dr' d\xi d\varphi \quad (13)$$

由贝塞耳函数的性质<sup>[10]</sup>

$$J_0(\xi R) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_m(\xi r) J_m(\xi r') \cos[m(\varphi - \varphi')]$$

只有  $m = 0$  的项不为零,则(13)式变为

$$\Delta T = \frac{Q_0}{2K_s} \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\frac{r'^2}{\rho^2}\right] J_0(\xi r) J_0(\xi r') W r' dr' d\xi \quad (14)$$

利用贝塞耳函数的积分公式(见参考文献[10]p444)

$$\int_0^\infty \exp\left[-\frac{r'^2}{\rho^2}\right] J_0(\xi r') r' dr' = \frac{\rho^2}{2} \exp\left[-\frac{\xi^2 \rho^2}{4}\right]$$

(14)式可简化为单重积分

$$\Delta T = \frac{Q_0 \rho^2}{4K_s} \int_0^\infty W \exp\left[-\frac{\xi^2 \rho^2}{4}\right] J_0(\xi r) d\xi \quad (15)$$

而  $Q_0$  可以用入射光功率  $P_0$  以及明胶-光学胶复合层的吸收( $\alpha l$ )来表示

$$Q_0 = \frac{P_0 \alpha l}{\pi \rho^2}$$

其中,  $\alpha$  和  $l$  分别为明胶-光学胶复合层的吸收系数和厚度。则最后得到

$$\Delta T = \frac{P_0 \alpha l}{4\pi K_s} \int_0^\infty W \exp\left[-\frac{\xi^2 \rho^2}{4}\right] J_0(\xi r) d\xi \quad (16)$$

用方程(16)我们就可以计算全息光学元件的温升。

## 2 计算结果及讨论

用(16)式计算了不同参数条件下全息图的温升。考虑到高斯光束光强分布的特点,给出了以高斯光束中心为原点的径向温升变化。在计算中,我们认为:(1)复合薄膜的厚度远小于基底与封盖板的厚度;(2)基底与封盖板的厚度和热导率相同;(3)全息图的横向尺寸大于光斑

半径。实际情况也总是满足这些条件的。

(16) 式表明, 温升与复合层的吸收成正比。因此, 减小复合层的吸收  $\alpha l$  可以降低复合层的温升, 从而提高全息光学元件所能承受的功率。图 2 给出了复合层具有不同吸收时, 全息图温升的理论结果。可以看出, 吸收小的全息图其温升明显降低。这从物理上是很容易理解的。吸收小, 则转化为热的光少, 因此温降低。计算中, 取  $\rho = 1 \text{ mm}$ ,  $l = 1 \text{ mm}$ ,  $K_s = 1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $E = 0.94$ ,  $P = 3 \text{ W}$ ,  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ 。

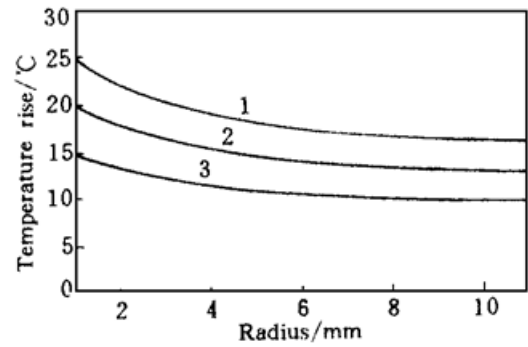


图 2 复合层吸收系数不同的封装 DCG 全息图的温升

Fig. 2 Temperature rise of sealed DCG hologram with different absorptions of a composite film

(1)  $\alpha l = 0.05$ ; (2)  $\alpha l = 0.04$ ; (3)  $\alpha l = 0.03$

由(16) 式可见, 若复合层的吸收不变, 当基底与封盖板的热导率增大时, 温升降低。因热导率越大, 复合层的热量越容易散发出去, 故而温降低。图

3 为基底与封盖板分别用浮法玻璃 ( $K_s = 0.85$ ) 和蓝宝石 ( $K_s = 27.21$ ) 制作时, 全息图的理论温升。计算中, 取  $\rho = 1 \text{ mm}$ ,  $L = 1 \text{ mm}$ ,  $E = 0.94$ ,  $P = 3 \text{ W}$ ,  $\alpha l = 0.04$ ,  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ 。

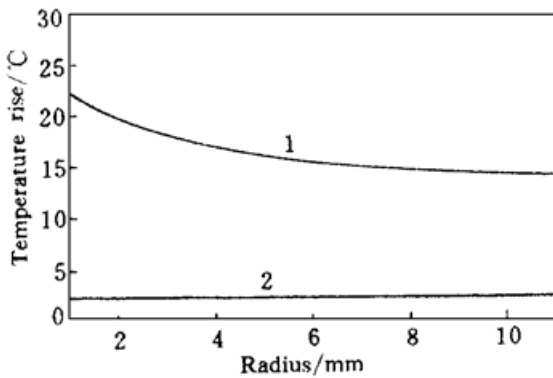


图 3 基底与封盖板热导率不同的封装 DCG 全息图的温升

Fig. 3 Temperature rise of sealed DCG hologram with different thermal conductivities of the substrate and the cover plate

(1) glass ( $K_s = 0.85$ ); (2) sapphire ( $K_s = 27.21$ )

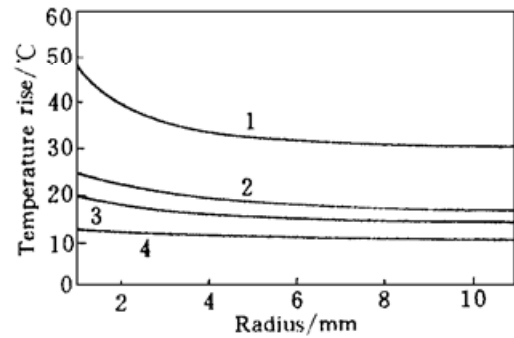


图 4 基底与封盖板厚度不同的封装 DCG 全息图的温升

Fig. 4 Temperature rise of sealed DCG hologram with different thicknesses of the substrate and the cover plate

(1)  $L = 0.25 \text{ mm}$ ; (2)  $L = 1 \text{ mm}$ ;  
(3)  $L = 1.5 \text{ mm}$ ; (4)  $L = 3 \text{ mm}$

图 4 是一组基底与封盖板厚度不同时的温升曲线。可以清楚地看到, 当基底与封盖板的厚度增大时, 复合层的温升明显降低。例如, 3 mm 厚的基底与封盖板所产生的温升还不到 1 mm 基底与封盖板所产生温升的一半。基底与封盖板是作为热库而存在于全息图这个热系统中的, 其厚度越大, 热库就越大, 吸收的热量就越多。从而使温降低。计算中, 取  $\rho = 1 \text{ mm}$ ,  $K_s = 1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ ,  $E = 0.94$ ,  $\alpha l = 0.05$ ,  $P = 3 \text{ W}$ ,  $T_0 = 20^\circ\text{C}$ 。

由以上分析可知, 要使全息光学元件具有较好的抗热损伤性能, 应做成位相型全息图, 使其吸收尽可能小; 应使用热导率大的材料作为基底和封盖板, 但这可能导致成本的大幅度增加; 基底与封盖板应有适当的厚度, 以确保较低的温升。

### 3 实验验证

用厚度为  $36\ \mu\text{m}$  的 DCG 介质制作全息滤光片, 基底与封盖板材料为浮法玻璃, 并用氩离子激光( $514\ \text{nm}$ ) 照射。

1) 复合层的吸收为  $\alpha l = 0.04$ , 当基底与封盖板的厚度为  $1.5\ \text{mm}$  时, 发生热损伤的功率密度为  $8.9 \times 10^3\ \text{W}/\text{cm}^2$ ; 当基底与封盖板的厚度为  $3.0\ \text{mm}$  时, 发生热损伤的功率密度为  $13.7 \times 10^3\ \text{W}/\text{cm}^2$ 。可见, 厚度大的基底与封盖板所能承受的温升更高。

2) 基底与封盖板的厚度为  $1.5\ \text{mm}$ , 当复合层的吸收为  $\alpha l = 0.04$  时, 发生热损伤的功率密度为  $8.9 \times 10^3\ \text{W}/\text{cm}^2$ , 当复合层的吸收为  $\alpha l = 0.09$  时, 发生热损伤的功率密度为  $5.2 \times 10^3\ \text{W}/\text{cm}^2$ 。这表明, 吸收大时, 较小的功率密度即可产生较高的温升。复合层的吸收可在曝光后的处理过程中加以控制。

这些实验结果与前面的理论分析是一致的。

### 参 考 文 献

- 1 Jose R. Magarinos, Daniel J. Coleman. Holographic mirrors. *Proc. SPIE*, 1985, **523**: 203~ 218
- 2 Liu Dahe, Huang Wanyun, Tang Weiguo. Narrow-band holographic reflection filters. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1990, **10**(2): 147 ~ 154 (in Chinese)
- 3 Liu Dahe, Zhou Jing, Huang Wanyun. Eye protection against laser with holographic optical elements. *Acta Optica Sinica* (光学学报), 1990, **10**(9): 852~ 856 (in Chinese)
- 4 E. Abraham, J. M. Halley. Some calculations of the temperature profiles in thin films with laser heating. *Appl. Phys. A*, 1987, **421**(4): 279~ 285
- 5 Liang Kunmiao. *Methods in Mathematic Physics*. Second edition. Beijing: People's Education Publishing House, 1978, 240~ 245 (in Chinese)
- 6 Guo Dunren. *Methods in Mathematic Physics*. Beijing: People's Education Publishing House, 1965, 336 ~ 365 (in Chinese)
- 7 H. S. Carslaw, J. C. Jaeger. *Conduction of Heat in Solid*, 2nd ed. Oxford: Clarendon, 1959, App 3
- 8 Cai Jianhua, Gong Changde, Yao Xixian *et al.*. *Green Function Theory of Quantum Statistics*. Beijing: Science Press, 1982, 37~ 50, 80~ 93 (in Chinese)
- 9 Wang Zhuxi. *A Course in Thermodynamics*. First edition. Beijing: People's Education Publishing House, 1964, 118 (in Chinese)
- 10 Wang Zhuxi, Guo Dunren. *An Introduction to Special Functions*. Beijing: Science Press, 1979, 400 (in Chinese)

## The Heating Effect on Holographic Optical Elements Caused by the Gaussian Beam

Liu Dahe

(*Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875*)

**Abstract** The effect of holographic optical elements (HOEs) heated by the Gaussian beam was analyzed theoretically. The temperature rising of holographic optical elements caused by the Gaussian beam was calculated with Green's function. The temperature rising with the change of different parameters was discussed. The experimental verifications that HOEs made with dichromated gelatin were heated with a laser beam were given.

**Key words** Gaussian beam, Green's function, laser induced heating