

# 半导体激光自混合干涉理论研究\*

孙晓明 马军山 强锡富

(哈尔滨工业大学精密仪器系 哈尔滨 150001)

**提要** 信号的不对称性是激光自混合干涉效应的重要特性之一,它提供了对物体运动方向的直接判别依据。利用双镜等效模型,对自混合干涉效应进行了理论分析,推导出干涉信号理论模型的数学表达式,阐述了信号不对称性形成的机理;仿真结果与已有的实验结论是一致的。

**关键词** 自混合干涉,理论模型,不对称性

1968 年, Rudd 首次提出自混合干涉(Self-mixing interference)概念,并使用 He-Ne 激光对散射微粒 Doppler 速度进行了测量<sup>[1]</sup>。由于光学系统仅包含一个激光光源和一个聚焦透镜,结构极其简单、紧凑,系统易准直,因此自混合干涉技术得到广泛的研究。

1987 年, Shimizu 在进行自混合干涉 Doppler 测速研究时,得到重要发现<sup>[2]</sup>:在较强光反馈条件下,激光器输出强度信号为一非对称的类锯齿波(Sawtooth-like wave),不象传统干涉那样为对称的正弦信号,且该类锯齿波的倾斜方向与 Doppler 速度方向有关。信号频谱不仅包含对应于 Doppler 频移的基频分量,而且包含其各次谐波分量。1993 年, W. M. Wang 等在研究半导体激光自混合干涉位移测量时亦得到了相同的结果<sup>[3]</sup>。上述现象是自混合干涉同传统干涉的重要区别之处,为位移测量、Doppler 测速提供了直接的方向判别依据。但目前对形成机理尚不明确,1996 年, R. C. Addy 利用双镜等效模型对位移干涉信号相位特性进行了初步分析,仅指出信号相位具有非线性特点,缺乏全面的理论分析<sup>[4]</sup>。

本文针对已有的实验现象,利用双镜等效模型,对自混合干涉效应进行了详细的理论分析,给出干涉信号的理论模型,明确阐述了信号不对称性及方向性形成的机理。

## 1 理论分析

图 1 为以半导体激光器为光源的自混合干涉结构示意图。激光器前表面辐射光经自聚焦透镜照射在被测物体  $M$  (或反射镜) 上,被散射(或反射)后,一部分光又经原路反馈回激光器谐振腔,同谐振腔的光相结合形成新的激光振荡,新的激光波长及功率依赖于反馈光的相位及强度。当被测物体  $M$  沿光轴移动或 Doppler 运动时,输出光功率将呈周期性变化,由封装在激光器内部的光探测器或外部光探测器监测激光器输出光功率,进行条纹计数或频率测量,可实现位移测量或 Doppler 测速。下面对激光自混合干涉效应进行理论分析。

\* 国家自然科学基金资助项目。

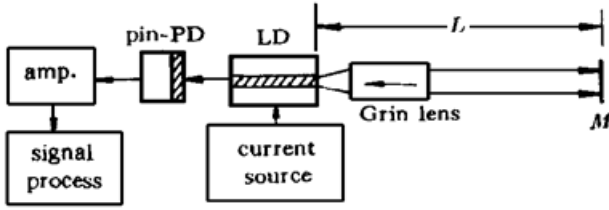


图 1 自混合干涉系统示意图

Fig. 1 Schematic diagram of a self-mixing interference system

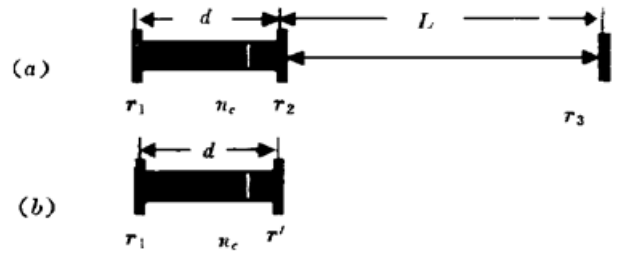


图 2 三镜 F-P 腔及其双镜等效 F-P 腔

Fig. 2 Geometry of a three-mirror F-P cavity and its two-mirror F-P equivalent

### 1.1 理论模型的建立

由于外反射器构成一无源外腔, 因此工作在光反馈状态下的激光器可用图 2 (a) 所示的三镜腔模型描述。 $r_1$  和  $r_2$  为激光器谐振腔两镜面振幅反射系数,  $r_1$  为靠近外腔端面的由激光介质到空气介质方向的透射系数;  $r_1'$  为由空气介质到激光介质方向的透射系数;  $r_3$  为外反射器  $M$  的振幅反射系数;  $n_c$  为有效层材料复折射率;  $d$  为激光器谐振腔长;  $L$  为外腔长, 光在外腔的往返时间为  $\tau$ ,  $\tau = 2L/c$ ,  $c$  为真空中光速。

复折射率  $n_c$  由两部分组成

$$n_c = n + jg \tag{1}$$

式中, 虚部  $g$  包含腔损耗和受激辐射引起的增益, 实部  $n$  为表征光波传输的相位滞后因子。

对于以解理面为端面的半导体激光器谐振腔有

$$r_1 = r_2 = r = \frac{n_c - 1}{n_c + 1} = |r| \exp(j\psi) \tag{2}$$

通常对激光介质  $\psi$  近似为零, 在以后的计算中忽略此项, 认为  $r$  为小于 1 的正常数。

为推导带有外腔的激光器的理论模型, 将三镜模型等效为腔长为  $d$  的双镜腔结构, 如图 2(b) 所示, 靠近外腔端面的等效系数  $r'$ 。当反馈系数  $r_3 \ll r$  时, 则可忽略高次反射光的影响。当光在外腔的往返时间小于激光器的相干时间时, 等效系数  $r'$  可近似表示为

$$r' = r + r_1 r_3 r_1' \exp(-j2kL) \tag{3}$$

式中,  $k = k_0 + \Delta k$  为反馈存在时激光波数,  $k_0$  为无反馈时的激光波数,  $\Delta k$  为波数偏移。

对于  $r, r_1$  及  $r_1'$ , 满足以下关系式

$$r_1 r_1' = 1 - r^2 \tag{4}$$

则  $r'$  可表示为

$$r' = r + (1 - r^2) r_3 \exp(-j2kL) = r [1 + \xi \cos(2kL) - j\xi \sin(2kL)] \tag{5}$$

式中,  $\xi = \frac{r_3}{r} (1 - r^2)$  为外腔光耦合系数。

将  $r'$  表示为复指数形式

$$r' = |r'| \exp(-j\phi) \tag{6}$$

$$|r'| = r \{ [1 + \xi \cos(2kL)]^2 + [\xi \sin(2kL)]^2 \}^{1/2} = r [1 + \xi^2 + 2\xi \cos(2kL)]^{1/2} \tag{7}$$

由于  $\xi \ll 1$ , 则  $|r'|$  可简化为

$$|r'| \approx r [1 + 2\xi \cos(2kL)]^{1/2} \approx r [1 + \xi \cos(2kL)] \tag{8}$$

对相角  $\phi$ , 由于  $\xi \ll 1$ , 则有

$$\tan\phi_2 = \frac{\xi \sin(2kL)}{1 + \xi \cos(2kL)} \approx \xi \sin(2kL) \quad (9)$$

$$\phi_2 \approx \xi \sin(2kL) \quad (10)$$

无光反馈时, 激光器有以下振荡条件存在

$$\begin{cases} r^2 \exp(-2g_0 k_0 d) = 1 \\ 2n_0 k_0 g = 2M\pi \end{cases} \quad (11)$$

式中,  $M$  为整数,  $M = 0, 1, 2, \dots$ ;  $k_0$  及  $g_0$  分别为无光反馈时折射率的实部和虚部。

当有光反馈存在时, 激光振荡的条件发生了变化, 只有满足新的激光振荡条件的光子才能产生激光输出, 这个条件为

$$r r' \exp(j n_c k d) = 1 \quad (12)$$

假设光反馈强度还不足以引起激光振荡发生模式跳变( $r_3 \ll r$ ), 由上式可求得幅度和相位振荡条件分别为

$$\begin{cases} r^2 [1 + \xi \cos(2kL)] \exp(-2g k d) = 1 \\ 2n k d - \xi \sin(2kL) = 2\pi M \end{cases} \quad (13)$$

式中,  $M$  为式(11)给出的整数。

反馈光将引起激光腔内载流子密度的变化, 进而激光介质复折射率  $n_c$  发生变化。设无反馈时, 载流子密度为  $N_0$ , 折射率的实部和虚部分别为  $n_0 = n(N_0)$  和  $g_0 = g(N_0)$ ; 有光反馈存在时, 载流子密度变化为  $\Delta N$ , 相应的折射率的实部和虚部分别为

$$\begin{cases} n(N_0 + \Delta N) = n_0 + \left[ \frac{dn}{dN} \right]_{N_0} \Delta N = n_0 + \chi \Delta N \\ g(N_0 + \Delta N) = g_0 + \left[ \frac{dg}{dN} \right]_{N_0} \Delta N = g_0 + \rho \Delta N \end{cases} \quad (14)$$

将式(11), (13) 及(14) 代入式(12), 并忽略含有交叉因子  $\Delta k \Delta N$  的项, 经整理得到

$$\begin{cases} \rho k_0 \Delta N + g_0 \Delta k = -\frac{\xi}{2d} \cos(2kL) \\ \chi k_0 \Delta N + n_0 \Delta k = \frac{\xi}{2d} \sin(2kL) \end{cases} \quad (15)$$

由以上两式经过近似处理后可解得

$$\nu = \omega - \frac{c}{2\pi} \Delta k = \omega - \Delta \nu_m \sin[2\pi\nu\tau + \arctan(\alpha)] \quad (16)$$

$$\Delta N = N_m \cos(2kL) \quad (17)$$

式中,  $\Delta \nu_m = \frac{c\xi}{4\pi n_0 d} \sqrt{1 + \alpha^2}$ ,  $\alpha = \chi/\rho$  为激光器线宽展宽因子;  $\Delta N_m = -\frac{\xi}{2\rho k_0 d}$ ;  $\nu$  及  $\omega$  分别为有、无反馈时的激光振荡频率。

则将式(17) 代入式(14) 得

$$g = g_0 + \rho \Delta N = g_0 - \frac{\xi}{2k_0 d} \cos(2kL) \quad (18)$$

有光反馈存在时的激光阈值增益则为

$$G = g k \approx G_0 - \frac{\xi}{2d} \cos(2kL) \quad (19)$$

式中  $G_0 = g_0 k_0 = -\frac{1}{d} \ln r$ , 为无光反馈时阈值增益。

激光器阈值增益被反馈光调制; 由于激光输出功率比例于激光阈值增益, 因此, 激光输出功率也就被反馈光调制, 输出光功率可表示为

$$I = I_0[1 + \mu \cos(2\pi\nu\tau)] \tag{20}$$

式中  $I_0$  为无反馈时激光器输出光功率,  $\mu$  为比例于参数  $\xi$  的常数。

式(16) 和(20) 即为自混合干涉的基本理论模型。式(16) 决定了激光振荡频率, 表明激光振荡频率  $\nu$  是外腔长度的非线性函数, 且依赖于参数  $\xi$ ; 当外腔长度连续变化时, 激光振荡频率将呈周期性的非线性变化; 式(20) 表明输出光功率也随外腔长度变化而呈周期性变化, 且其相位变化由式(16) 表示的频率特性决定。

### 1.2 仿真分析

下面以 Doppler 测速为例, 对自混合干涉信号进行仿真分析。当激光器出射光被运动物体反射时, 反馈光就产生一频移  $\nu_d$ , 其与 Doppler 速度成正比。

在这种工作条件下, 外腔长度  $L$  是保持不变的。为建立等效模型, 首先求腔内光(光频为  $\nu$ ) 与反馈回腔内的光(光频为  $\nu + \nu_d$ ) 之间的相位差  $\Delta\phi$ 。

设初始时刻  $t_0 = 0$ , 则  $t$  时刻相位差  $\Delta\phi$  为

$$\Delta\phi(t) = 2\pi(\nu\tau + \nu_d t) \tag{21}$$

则以时间  $t$  为变量的 Doppler 信号为

$$\nu = \nu_0 - \Delta\nu_m \sin[2\pi\nu\tau + 2\pi\nu_d t + \arctan(\alpha)] \tag{22}$$

$$I(t) = I_0[1 + \mu \cos(2\pi\nu\tau + 2\pi\nu_d t)] \tag{23}$$

由式(22) 可知, 激光振荡频率  $\nu$  是时间  $t$  的非线性函数, 且依赖于参数  $\xi$  及频移  $\nu_d$ 。式(23) 说明干涉信号相位由两部分组成: 线性部分  $2\pi\nu_d t$  和非线性部分  $2\pi\nu\tau$ , 图 3(a) 给出了由式(22) 得到的以  $\xi$  为参量的  $2\pi\nu\tau \sim 2\pi\nu_d t$  关系曲线, 可以看出, 曲线是周期性的, 在一个周期内, 上升段和下降段所占时间是不同的, 这是造成干涉信号不对称的原因所在。由式(23), 图 3(b) 给出以  $\xi$  为参量的干涉信号交流分量的归一化曲线,  $\xi$  值越大信号倾斜越严重。

当运动方向相反时, 反馈光的 Doppler 频移为  $-\nu_d$ , 则相应的表达式改写为

$$\nu = \nu_0 - \Delta\nu_m \sin[2\pi\nu\tau - 2\pi\nu_d t + \arctan(\alpha)] \tag{24}$$

$$I(t) = I_0[1 + \mu \cos(2\pi\nu\tau - 2\pi\nu_d t)] \tag{25}$$

图 4 给出反向运动时的相位和信号波形, 由于相位的倾斜方向变化导致信号的倾斜方向

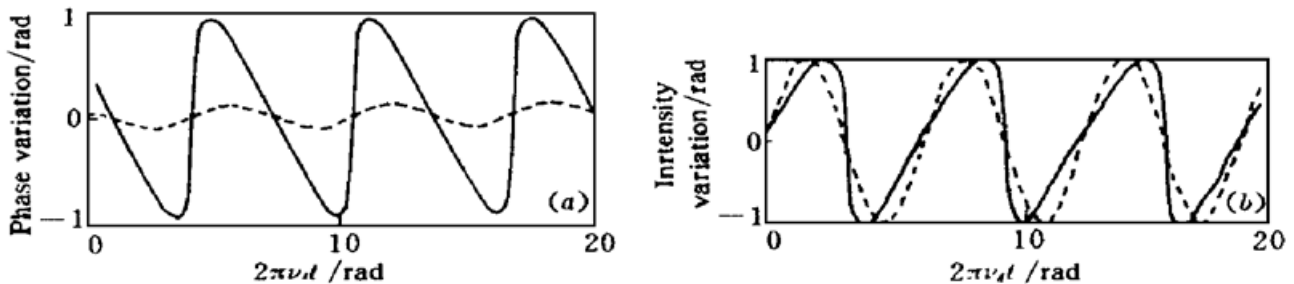


图 3 自混合干涉 Doppler 信号, 虚线  $\xi = 2.0 \times 10^{-4}$ , 实线  $\xi = 1.0 \times 10^{-3}$

(a) 信号相位变化; (b) 信号交流分量

Fig. 3 Doppler signal based self-mixing interference: solid line denotes  $\xi = 1.0 \times 10^{-3}$ ,

dashed line denotes  $\xi = 2.0 \times 10^{-4}$

(a) phase variation of the signal; (b) Ac-component of the signal

发生变化,说明了信号倾斜方向与转动方向有关的原因。

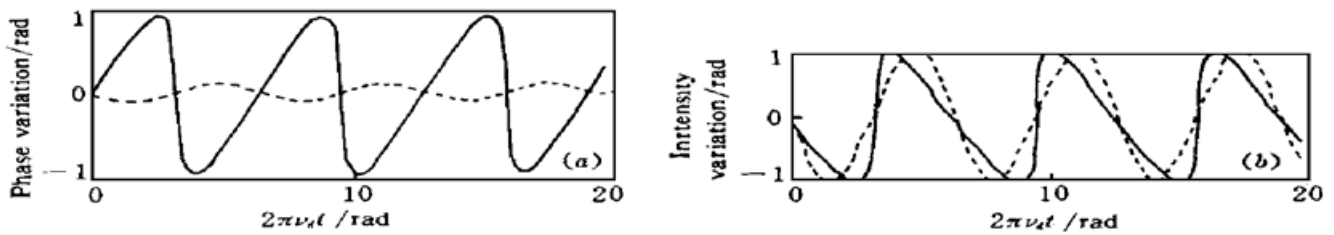


图4 信号倾斜与运动方向关系,虚线  $\xi = 2.0 \times 10^{-4}$ ,实线  $\xi = 1.0 \times 10^{-3}$

(a) 信号相位变化;(b) 信号交流分量

Fig. 4 Signal inclination dependence on the direction of rotation: solid line denotes  $\xi = 1.0 \times 10^{-3}$ , dashed line denotes  $\xi = 2.0 \times 10^{-4}$

(a) phase variation of the signal; (b) Ac-component of the signal

## 2 讨论与结论

本文首先利用双镜等效模型,对自混合干涉机理进行了理论分析,推导出干涉信号的基本理论模型;然后利用理论模型,以 Doppler 测速为例进行了仿真分析,阐述了信号不对称性形成的机理,证明了理论模型的正确性。对位移测量进行了仿真分析,也得到同样的结果。由分析可知,无论是引起的腔长变化,还是 Doppler 速度引起的 Doppler 频移,都使得反馈光的相位发生变化,从而引起激光振荡频率的非线性变化,其结果是干涉信号相位也是非线性变化的,就表现为信号的不对称性。本文的结果对加深自混合干涉机理的认识及将该原理应用在位移、速度、距离等物理量的测量方面具有重要的理论指导意义。

### 参 考 文 献

- 1 M. J. Rudd. A laser Doppler velocimeter employing the laser as a mixer-oscillator. *J. Phys.*, 1968, **E1**: 723
- 2 E. T. Shimizu. Directional discrimination in the self-mixing type laser Doppler velocimeter. *Appl. Opt.*, 1987, **26**(21): 4541~ 4544
- 3 W. M. Wang, W. J. O. Boyle, K. T. V. Grattan. Self-mixing interference in a diode laser: experimental observations and theoretical analysis. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(9): 1551~ 1558
- 4 Richard C. Addy, Andrew W. Palmer, Kenneth Thomas Vicor Grattan. Effects of external reflector alignment in sensing applications of optical feedback in laser diode. *J. Lightwave Technol.*, 1996, **14**(12): 2672~ 2676

## Theoretical Analysis of the Self-mixing Interference in Laser Diode

Sun Xiaoming Ma Junshan Qiang Xifu

(Department of Precision Instrument, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001)

**Abstract** The asymmetry of the signal is one important character of the self-mixing interference effect, which leads to the possibility of directional discrimination in the Doppler velocity measurement or displacement measurement. Theoretical models are given by using a two-mirror cavity model, which explains the asymmetry of the self-mixing interference signal successfully. Simulation results are given which are consistent with the experimental ones.

**Key words** self-mixing interference effect, theoretical model, asymmetry