

# 透镜组 Fourier 变换特性及集成化光学系统的进一步修正\*

李豫华 刘文耀 张以谟

(天津大学精密仪器与光电子工程学院 天津 300072)

**提要** 采用系统论的方法对透镜组的 Fourier 变换特性进行了理论推导,并依据理论结果对通过附加一个相位补偿透镜的方法来缩短光学  $4f$  系统总长度的光学系统所采用的厚相位补偿透镜的焦距进行了修正,从而提高了超短光学系统 Fourier 变换的精度。在一般情况下采用两个透镜组替代了系统中两个单片 Fourier 透镜,短光学系统的总长度可缩短为原来的四分之一以上。从而为光学系统的集成化奠定了良好的基础。

**关键词** 光学  $4f$  系统, 相位补偿透镜, 透镜组 Fourier 变换, 集成化光学系统

## 1 引 言

光学模式识别的空间匹配滤波器(MSFs)方法作为模式识别技术的一个重要分支已经受到人们的重视。同时针对不同的识别对象和目的,提出了许多种光学模式识别理论和方法,如综合鉴别函数(SDF)、锁栓滤波器法(LAT)、串码滤波器法(SCFc)及圆谐滤波器法(CHCFs)等等<sup>[1,2]</sup>,并在此基础上得到了进一步发展,提出了二值化滤波器设计方法等<sup>[3]</sup>,但这些模型的

光学实现基本都为光学  $4f$  系统结构。光学  $4f$  系统充分地利用了光学平行性与透镜的 Fourier 变换的特点,对输入图象进行快速处理与识别,它的快速性在大规模的 2-D 图像处理等方面表现得尤其突出。但它的缺点也是明显的,首先是系统过于庞大;同时,由于每个光学器件又是分离固定,因此系统对防震的要求也非常高,从而限制了它的实用化发展<sup>[4-6]</sup>。为此,我们曾提出了利用附加相位补偿透镜的方法来缩短光学系统长度的方法<sup>[7]</sup>,其光学结构如图 1 所示。设输入面  $P_1$  和 Fourier 透镜  $L_1$ 、输出面  $P_3$  和 Fourier 透镜  $L_3$  间的距离都为  $\epsilon$ 。为消除两个 Fourier 透镜对图像进行 Fourier 变换时所附加的空间二次相位变化

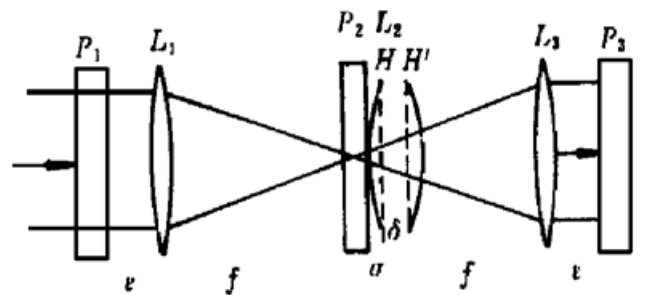


图 1 附加相位补偿透镜组的光学结构示意图

Fig. 1 The structure of the compact  $4f$  system with adding a phase compensating lens added

为消除两个 Fourier 透镜对图像进行 Fourier 变换时所附加的空间二次相位变化

\* 国家 863 高技术研究项目和国家自然科学基金资助项目。

因子,在忽略附加相位补偿透镜  $L_2$  厚度的前提下,计算出所需的附加透镜  $L_2$  的焦距

$$f_2 = \frac{f^2}{2(f - \epsilon)} \quad (1)$$

其中  $f$  为 Fourier 透镜的焦距。当  $\epsilon = 0$  时,系统总长度可缩短为原来的二分之一,即系统长度为  $2f$ 。此时,所选取的附加相位补偿透镜  $L_2$  的焦距  $f_2 = f/2$ 。

但在实际设计相位补偿透镜  $L_2$  时,由于其相对口径比较大,为消除各种像差的影响,我们采用的透镜结构为双胶合透镜加一单片透镜结构,此时,其透镜的物方主平面和像方主平面将不重合,这与我们原来推导所需的相位补偿透镜  $L_3$  的焦距时的假设条件不相符合。因此,需要对其进行修正。但这存在一个问题:采用系统论的方法推导透镜的 Fourier 变换特性时只是对薄透镜而言,对透镜组来说是否可以用类似几何光学主平面的方法来修正,这需要理论上的进一步推导。因为在这个光学系统中,相位补偿透镜的焦距的准确计算对于整个光学系统而言是非常重要的,任何理论与实际的误差都会影响到系统 Fourier 变换的准确性,从而进一步影响到最后光学系统的识别结果。

本文从理论上推导了透镜组 Fourier 变换公式和其准确 Fourier 变换的条件,这是对透镜 Fourier 变换特性的补充。并利用其结果对相位补偿透镜的焦距进行了理论上的修正,使其接近于实际系统所需的条件。最后,为进一步压缩光学系统的长度,采用摄远透镜与反摄远透镜(即两个透镜组)来替代光学系统中的两个 Fourier 透镜,使系统的长度可压缩为原  $4f$  光学系统的四分之一,从而为光学系统的集成化奠定了良好的基础。

## 2 透镜组 Fourier 变换特性及系统修正

### 2.1 透镜组的 Fourier 变换特性

由光学信息处理原理可知<sup>[8]</sup>,当薄 Fourier 透镜对图像进行 Fourier 变换时,会附加一个空间二次相位变化因子。因此,严格的 Fourier 变换只能在信号平面处于 Fourier 透镜的前、后

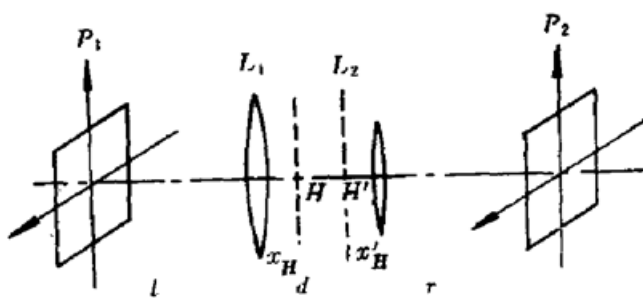


图2 透镜组光学 Fourier 变换系统的结构示意图

Fig. 2 Geometry for the determination of the optical Fourier transformation of the lenses

焦平面上时才能成立。这就产生了我们所熟悉的相干光学信息处理的基本模型——光学  $4f$  系统。但这对系统集成化十分不利,为克服这一困难,可采用附加光学相位补偿透镜的方式来压缩系统长度。但由于在相位补偿透镜实际设计过程中,其透镜结构为双胶合加单片形式,因此,必须重新推导其透镜(透镜组)的 Fourier 变换特性。透镜组的光学结构如图 2 所示。 $P_1$  和  $P_2$  为输入和输出平面。 $L_1$  和  $L_2$  为一透镜组,其焦距分别为  $f_1$  和  $f_2$ ,间距为  $d$ 。为简单起见,假设  $L_1$  和  $L_2$  均为薄透镜。

若在  $P_1$  上的复光场为  $f(x_1, y_1)$ ,则在  $P_2$  上

的复光场  $g(x_4, y_4)$  分布可写成

$$g(x_4, y_4) = C\{ \{ \{ \{ [f(x_1, y_1) * h(x_1, y_1)] T(x_2, y_2) \} * h(x_2, y_2) \} T(x_3, y_3) \} * h(x_4, y_4) \} \quad (2)$$

其中,  $C$  为一任意复常数,  $h(x, y)$  和  $T(x, y)$  为相应的空间脉冲和透镜的相位变换。

经过推导得到

$$g(x_4, y_4) = C_1 \exp \left[ i \frac{k}{2} \left[ \frac{1}{r} - \frac{1}{Ar^2} - \frac{1}{B} \frac{1}{r^2 d^2 A^2} \right] (x_4^2 + y_4^2) \right] \times \iint_{S_1} f(x_1, y_1) \exp \left[ -i \frac{k}{B} \frac{1}{rdAl} (x_1 x_4 + y_1 y_4) \right] \exp \left[ i \frac{k}{2} \left[ \frac{1}{l} - \frac{1}{Bl^2} \right] (x_1^2 + y_1^2) \right] dx_1 dy_1 \quad (3)$$

其中

$$A = \frac{1}{r} + \frac{1}{d} - \frac{1}{f_2} \quad B = \frac{1}{d} - \frac{1}{f_1} + \frac{1}{l} - \frac{1}{A} \frac{1}{d^2}$$

由(3)式可见,为消除透镜组 Fourier 变换时所产生的空间相位因子,必须令

$$\frac{1}{r} - \frac{1}{Ar^2} - \frac{1}{B} \frac{1}{r^2 d^2 A^2} \equiv \frac{1}{l} - \frac{1}{Bl^2} \equiv 0 \quad (4)$$

因此,可以得到

$$\begin{aligned} l &= \left[ 1 - \frac{d}{f_2} \right] F = F - \frac{d}{f_2} F = F - x_H \\ r &= \left[ 1 - \frac{d}{f_1} \right] F = F - \frac{d}{f_1} F = F - x_H' \\ \frac{1}{F} &= \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - d \frac{1}{f_1 f_2} \end{aligned} \quad (5)$$

由几何光学可知<sup>[9]</sup>, $F$ 为透镜组的总焦距, $x_H$ 和 $x_H'$ 分别为透镜组的物方主平面与透镜 $L_1$ 及像方主平面与透镜 $L_2$ 的距离。因此,可以得出结论:当输入平面和输出平面分别位于透镜组的前、后焦平面时,二次相位因子项将消失,透镜组的 Fourier 变换将为严格的 Fourier 变换。和薄透镜所不同的是透镜组的物方主平面和像方主平面不再重合。以上的透镜组是由两个透镜所组成的。通过进一步论证,可以把此结论推广为:对于由任意多个透镜组合的透镜组,只需按几何光学的方法确定其物方主平面、像方主平面的位置和总的焦距后,确认输入平面和输出平面分别位于透镜组的前、后焦平面时,透镜组进行的 Fourier 变换将为严格意义上的 Fourier 变换。

## 2.2 光学 $4f$ 系统中相位补偿透镜焦距的进一步修正

对短长度光学  $4f$  系统中的附加相位补偿透镜的焦距进行修正的示意图如图 1。在此,相位补偿透镜的物方主平面和像方主平面之间的距离为  $\delta$ ,和滤波谱面的距离为  $\sigma$ 。经过推导,得到在这样的结构中所需的相位补偿透镜的焦距  $f_2$  为

$$f_2 = \frac{f^4 - f^2 \sigma^2 + 2\sigma^2 f \epsilon - \sigma^2 \epsilon^2}{(f - \epsilon)[2f^2 - \delta(f - \epsilon)]} - \delta \frac{f^2 - \sigma \epsilon + f \sigma}{2f^2 - \delta(f - \epsilon)} \quad (6)$$

其中, $f$ 为 Fourier 透镜的焦距, $\epsilon$ 为输入面 $P_1$ 与透镜 $L_1$ 、输出面 $P_3$ 和透镜 $L_3$ 的距离,而谱面 $P_2$ 和透镜 $L_1, L_3$ 的距离均为 $f$ 。

与(1)式比较不难看出,附加的相位补偿透镜的焦距 $f_2$ 随透镜 $L_2$ 的光学结构和在光学系统中的位置改变而变化。因此,为准确地计算实际光学系统中所需附加相位补偿透镜的焦距,需对透镜 $L_2$ 进行修正。

## 2.3 超短光学 $4f$ 系统设计的进一步改进

通过附加光学相位补偿透镜可以在保持光学  $4f$  系统特点的前提下,压缩系统长度为  $2f$ 。同时,对透镜组的 Fourier 变换特性的研究也可以进一步压缩光学系统长度。我们对于系统用于图像 Fourier 变换的两个 Fourier 透镜进行了改造,采用摄远透镜和反摄远透镜替代两个单

透镜, 可以使光学系统长度得到进一步压缩。其光学结构如图 3。第一个 Fourier 透镜用两个透镜构成的透镜组代替。即利用正光焦度的透镜  $L_1$  在前, 负光焦度透镜  $L_2$  在后构成的所谓望远透镜(或称为远距透镜)<sup>[10]</sup>。这样构成的透镜组的主平面将移出透镜组之外, 使得透镜组的筒长(即从透镜组中第一个透镜  $L_1$  前表面到透镜组焦平面的距离)  $K$  小于透镜组的焦距  $F$ , 从而达到缩短透镜结构尺寸的目的。这里, 筒长  $K$  与焦距  $F$  之比被称为望远物镜的远距比。而第二个 Fourier 透镜则采用与第一个透镜组完全对称的透镜组(即反望远透镜)所替代, 即  $L_4 = L_2$ ,  $L_5 = L_1$ 。可以看出: 当输入平面和输出平面分别紧贴在望远透镜的第一个透镜  $L_1$  前面和反望远透镜第二个透镜后面时, 从输入平面  $P_1$  到望远物镜物方主平面的距离恰恰等于从输出平面到反望远物镜像方主平面的距离。同时, 这种光学系统的设计也方便了系统中透镜的设计和加工制作; 并且由于光学系统的结构对称性, 可以消除光学系统的一些像差的影响。

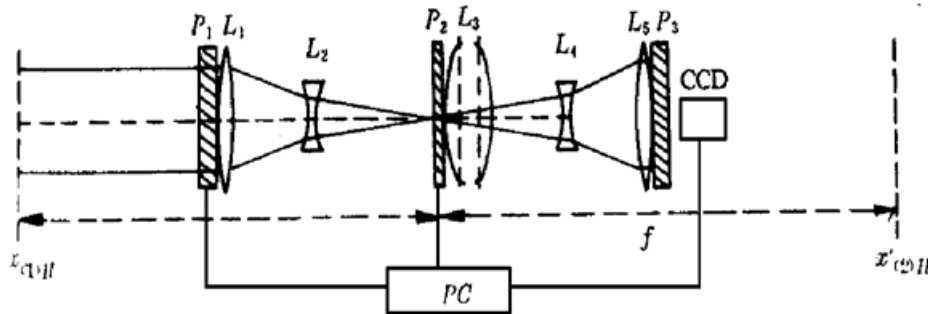


图 3 利用透镜组压缩光学结构尺寸的光电混合处理系统示意图

Fig. 3 The structure of the compact optical-electric hybrid processing  $4f$  system with a telephoto lens

由透镜设计原理<sup>[10]</sup>可知, 对于望远透镜, 可由薄透镜组公式来计算其焦距和两主平面的位置。设  $f_1$  和  $f_2$  分别为一个透镜组中的两个透镜焦距,  $d$  为这两个透镜间距离, 由前面的分析可知, 则  $\epsilon = x_H = (F \times d) / f_2$ 。同时, 考虑到相位补偿透镜仍为透镜组结构形式, 并由此代入(6)式, 可以得到在这种结构下相位补偿透镜焦距  $f_3$  的计算结果。而此时, 通过选择望远透镜的结构参数可以进一步压缩系统尺寸。当选择望远透镜的远距比为 0.5 时, 即  $K = F/2$  时, 整个光学系统结构的长度只有一个焦距  $F$  长, 压缩了系统长度为原  $4f$  系统的  $1/4$ , 从而为光学系统的集成化奠定了良好的基础。

### 3 超短 $4f$ 光学系统设计的实例

我们利用上面所介绍的方法设计了一套超短  $4f$  光学系统。透镜设计软件为北京理工大学的 SOD88 光学设计软件包和 CODE V 软件设计透镜。这里选择望远透镜的远距比  $K/F = 1/2$ 。透镜输入孔径  $D = 40$  mm, 视场角为  $1^\circ$ 。选择平行光入射, 其中心波长为  $650 \mu\text{m}$ 。由于望远透镜的第一个透镜的相对口径比较大,  $D/f = 1.3.2$ , 在光学镜头设计时采用双胶合加单片透镜光学结构。而第二个透镜的相对口径都比较小, 只需采用双胶合透镜结构即可。最后得到的望远透镜的焦距  $F = 534.11$  mm,  $\epsilon = -1013.706$  mm, 筒长  $K = 270.43$  mm, 其光学传递函数 OTF 曲线几乎与透镜的衍射极限重合, 其最大空间频率为  $110/\text{mm}$ 。和同孔径的传统  $4f$  系统相比, 其空间带宽积保持不变。由于对称性, 反望远物镜的筒长也为  $270.43$  mm。因此, 在忽略所有面厚度的条件下, 整个  $4f$  光学系统的总长度可以被压缩为  $540.86$  mm, 接近一个焦距的长度。而原  $4f$  系统的长度则为  $2136.44$  mm。同时, 我们选择的附加相位补偿透镜的结

构为双胶合加一单片透镜形式, 其物方主平面距它的第一个透镜的距离为  $\sigma = 8.5 \text{ mm}$  (在这里假设谱面紧贴在相位补偿透镜的第一个透镜), 而与像方主平面的距离  $\delta = 9.59 \text{ mm}$ 。由公式(6)可以计算所需的相位补偿透镜的焦距为  $f_3 = 89.492 \text{ mm}$ , 而按没有修正的公式(1)计算,  $f_3' = 92.154 \text{ mm}$ 。虽然它们之间相差不大, 但由于此透镜具有相位补偿作用。因此, 准确地计算其焦距对  $4f$  光学系统的精确 Fourier 变换影响较大。

### 参 考 文 献

- 1 B. V. K. Vijaya Kumar. Tutorial survey of composite filter designs for optical correlators. *App. Opt.*, 1992, **31**(23): 4773~ 4801
- 2 Danny Roberge, Yunlong Sheng. Optical real-time correlator for implementation of phase-only composite filters. *Opt. Eng.*, 1996, **35**(9): 2541~ 2547
- 3 Thomas J. Grycewicz, Bahram Javidi. Experimental comparison of binary joint transform correlators used for fingerprint identification. *Opt. Eng.*, 1996, **35**(9): 2519~ 2525
- 4 J. A. Davis, M. A. Waring, G. W. Bach *et al.*. Compact optical correlator design. *App. Opt.*, 1989, **28**(1): 10~ 11
- 5 Juris Upatnieks. Portable real-time coherent optical correlator. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(18): 2798~ 2803
- 6 Xiao-Jing Lu, Charles Y. Wrigley, Don A. Gregory. Basic parameters for miniature optical correlators employing spatial light modulators. *Opt. Eng.*, 1996, **35**(2): 429~ 435
- 7 Li Yuhua, Zhang Yimo, Liu Wenyao. Digital filtering of images compact optical processors. The 4th International Conference on Computer Integrated Manufacturing (ICCM '97), Singapore. 21~ 24 Oct., 1997
- 8 Francis T. S. Yu writing, Mu Guoguang translator. Optical Information Processing. Tianjin: Nankai University Publish House, 1986. 168~ 180 (in Chinese)
- 9 Mu Guoguang, Zhan Yuanling. Optics. Beijing: The People Education Press, 1978. 54~ 82 (in Chinese)
- 10 R. Kingslake. Lens Design Fundamentals. Academic Press, INC. 1978. 42~ 61

## Fourier Transform Properties of Multi-lenses and Improvement of the Compact Optical System

Li Yuhua   Liu Wenyao   Zhang Yimo

(The Faculty of Precision Instruments and Photoelectrons Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

**Abstract** Based on a system theory point of view, Fourier transform properties of multi-lenses are discussed. The focal length of an added phase compensating lens in a compact  $4f$  optical system is recalculated according to the specific system. The length of the system is reduced once more to about  $1/4$  of the original system length by using two Fourier transform telephoto lenses. Finally, a design of the compact optical  $4f$  system is given.

**Key words**  $4f$  optical system, Fourier transform of the lenses, telephoto lens, phase compensating lens, compact optical system