

随机增益孤子系统中孤子到达时间的抖动*

王发强⁺ 曹顺湘⁺⁺ 杨祥林⁺⁺⁺

(⁺ 南京大学电子科学与工程系 南京 210093

⁺⁺ 江苏省长途电信传输局 南京 210003; ⁺⁺⁺ 东南大学电子工程系 南京 210096)

提要 讨论了随机增益对系统自发辐射噪声的影响,并运用自伴算符方法计算了孤子到达时间抖动方差,结果显示随机增益对孤子抖动有很大的影响。最后对结果给出分析和物理解释。

关键词 光孤子,随机增益,孤子时间抖动

在高速长距光纤孤子通信系统中,用掺铒光纤放大器补偿光纤的损耗。一般理论分析中将放大器增益看作常数。但由于放大器运行状态和结构参数的不同,放大器之间的增益并不完全相等且每个放大器本身的增益也非某一固定值,它们围绕某一确定值随机变化,合理的方法是将放大器增益看作随机变量来处理。随机增益对系统的影响分以下两个方面:一方面,随机增益引起孤子振幅的抖动,而振幅抖动又引起孤子相位的抖动;另一方面,随机增益通过影响自发辐射噪声场引起孤子中心频率的抖动,而孤子中心频率的抖动又引起孤子到达时间的抖动。在光纤孤子通信系统中大的孤子振幅和到达时间的抖动,均能引起误码。关于增益随机对脉冲能量的影响 Hasegawa 等人曾通过模拟数值研究过^[1],后来温扬敬等人利用守恒量演化方法解析地研究过,并提出运用滤波器和使放大器工作在饱和区来抑制其对脉冲能量的影响^[2]。本文的目的则是研究随机增益对孤子到达时间抖动的影响,由于文献[2]中所用的守恒量演化方法忽略了随机增益对噪声场的影响,因此本文采用更为精确的自伴算符方法^[3]研究增益随机变化对孤子到达时间抖动的影响。

1 自伴算符方法和孤子抖动

采用周期性集中放大的孤子传输系统,脉冲信号包络可用归一化平均非线性薛定谔方程来描述^[2]:

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + |u|^2 u = i(g - \Gamma)u + n(z, t) \quad (1)$$

其中, u 为脉冲信号的包络场, $\Gamma = \alpha L_d$, $g = G/Z_a$, $Z_a = L_a/L_d$, L_a 为放大器间距, L_d 为系统色散长度, α 为光纤损耗, G 为放大器增益, $n(z, t)$ 为系统自发辐射噪声源,假定其为高斯型白噪声,满足如下关系

* 国家自然科学基金及 863 高科技资助项目。

$$\langle \hat{n}(z, t) \rangle = 0 \quad \langle \hat{n}(z, t) \hat{n}^*(z', t') \rangle = N \delta(z - z')(t - t') \quad (2)$$

这里, $N = \frac{e^{2\Gamma Z_a} - 1}{N_0 Z_a}$, N_0 为每单位能量所含光子数。

由于结构参数和工作状态的差异, 放大器增益围绕其平均值随机变化, 令

$$g = g_0 + \sigma(z) \quad (3)$$

此处 g_0 为增益的平均值, $\sigma(z)$ 为随 z 变化的随机变量。假设 $\sigma(z)$ 为高斯型随机变量, 即其随机变化值的分布满足高斯型分布:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} e^{-\frac{x^2}{2D}} \quad (4)$$

且 $\sigma(z)$ 满足如下关系

$$\langle \sigma(z) \rangle = 0 \quad (5)$$

$$\langle \sigma(z) \sigma(z') \rangle = 2D \delta(z - z') \quad (6)$$

$$\langle \sigma(z_1) \cdots \sigma(z_N) \rangle = \begin{cases} 0 & N \text{ 为奇数} \\ (2D)^{N/2} \sum_{p,d} \delta(z_{i_1} - z_{i_2}) \cdots \delta(z_{i_{2n-1}} - z_{i_{2n}}) & N \text{ 为偶数} \end{cases} \quad (7)$$

此处, D 为随机变量 $\sigma(z)$ 的抖动方差, $D = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 p(x) dx$ 。

为便于研究随机变量的影响, 设增益的平均值正好等于光纤的损耗, 即 $g_0 = \Gamma$ 。则(1)式的解可写为

$$u(z, t) = [|u_0(0, t)| + v(z, t)] e^{iz/2} \quad (8)$$

此处, $|u_0(0, t)| e^{iz/2}$ 是没有随机增益和自发辐射噪声时(1)式的标准一阶孤子解, $v(z, t) e^{iz/2}$ 则是随机增益和自发辐射噪声引起的形变场。将(8)式代入(1)式, 得到 $v(z, t)$ 的线性化方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} v(z, t) = & \left[\sigma(z) - i/2 + \frac{i}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2i|u_0|^2 \right] v(z, t) + i|u_0|^2 v^*(z, t) + \sigma(z)|u_0| + n(z, t) \equiv \\ & p_1(z, t) v(z, t) + p_2(z, t) v^*(z, t) + \sigma(z)|u_0| + n(z, t) \equiv \\ & P(z, t) v(z, t) + \sigma(z)|u_0| + n(z, t) \end{aligned} \quad (9)$$

此处, $p_1(z, t), p_2(z, t)$ 为微分型操作算符, 分别定义如下

$$\begin{aligned} p_1(z, t) &= \sigma(z) - i/2 + \frac{i}{2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} + 2i|u_0|^2 \\ p_2(z, t) &= i|u_0|^2 \end{aligned} \quad (10)$$

文献[2]用能量和动量守恒演化方法, 忽略了随机增益对噪声场的影响, 结果发现随机增益对孤子频率无影响, 本文为研究随机增益对系统的全面影响则保留(9)式中小量 $\sigma(z) v(z, t)$ 。(9)式具有如下的形式解^[3]

$$v(z, t) = \exp\left[\int_0^z P(z', t) dz' \right] v(0, t) + \int_0^z \exp\left[\int_0^{z'} P(z'', t) dz'' \right] [\sigma(z')|u_0| + n(z', t)] dz' \quad (11)$$

现定义任意两个复函数的内积:

$$f(t) | g(t) \rangle \equiv \frac{1}{2} \int [f^*(t) g(t) + f(t) g^*(t)] dt \quad (12)$$

这样算符 $P(z, t)$ 的自伴算符便可通过下式来定义

$$f | P \cdot g \rangle = P^\dagger \cdot f | g \rangle \quad (13)$$

经过简单的代数运算, 不难给出

$$\begin{aligned} P^A(z, t) \cdot f &\equiv p_1^A(z, t)f + p_2^A(z, t)f^* \\ p_1^A(z, t) &= p_1^*(z, t) \quad p_2^A(z, t) = p_2(z, t) \end{aligned} \quad (14)$$

某具体函数 $f(t)$ 与 $v(z, t)$ 的内积为

$$M(z) \equiv f(t) | v(z, t) \rangle \quad (15)$$

定义内积的目的是通过自伴算符将原来对自发辐射噪声 $n(z, t)$ 操作变为对 $f(t)$ 的操作。不失一般性, 可设 $v(0, t) = 0$, 将(11)式代入(15)式, 并利用(13)式可得

$$\begin{aligned} M(z) &\equiv f(t) | v(z, t) \rangle = \int_0^z f(t) | \exp[\int_{z'}^z p(z'', t) dz''] [\sigma(z') | u_0 \rangle + n(z', t)] \rangle dz' = \\ &\int_0^z \langle \exp[\int_{z'}^z P^A(z'', t) dz''] \cdot f(t) | \sigma(z') | u_0 \rangle + n(z', t) \rangle dz' = \\ &\int_0^z F(z, z', t) | \sigma(z') | u_0 \rangle + n(z', t) \rangle dz' \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{此处} \quad F(z, z', t) \equiv \exp[\int_{z'}^z P^A(z'', t) dz''] \cdot f(t) \quad (17)$$

通常脉冲平均到达时间的定义为^[3]

$$T(z) = \int | u(z) |^2 dt / \int | u(z) |^2 dt \quad (18)$$

将(8)式代入上式可得孤子到达的时间抖动 $\Delta T(z)$ 为

$$\Delta T(z) = \frac{1}{2} \{ \int | u_0 \rangle v(z, t) dt + \text{c. c.} \} = \langle u_0 | v(z, t) \rangle \quad (19)$$

这样孤子到达时间抖动便可由 $| u_0 \rangle$ 与 $v(z, t)$ 的内积来计算。令 $f(t)$ 为 $| u_0 \rangle$, 由(17)式可得

$$F(z, z', t) = \exp[\int_{z'}^z \sigma(z'') dz''] \{ t \text{sech}(t) + i(z - z') \tanh(t) \text{sech}(t) \} \quad (20)$$

将(20)式代入(16)式, 并利用(2)式可得

$$\text{Var}[\Delta T(z)] = \frac{1}{2} N \int_0^z \langle \exp[\int_{z'}^z \sigma(z'') dz''] \rangle dz' \int dt | t \text{sech}(t) + i(z - z') \text{th}(t) \text{sech}(t) |^2 \quad (21)$$

利用公式^[4]

$$\langle \exp[2 \int_{z'}^z \sigma(z'') dz''] \rangle = \exp\{ 2D(z - z') \} \quad (22)$$

可得孤子到达时间抖动方差

$$\begin{aligned} \text{Var}[\Delta T(z)] &= \frac{1}{2} N \int_0^z \int \left[\pi^2/6 + 2(z - z')^2/3 \right] \exp\{ 2D(z - z') \} dz' = \\ &\frac{1}{2} N \left[\pi^2(e^{2Dz} - 1)/12D + \frac{2}{3} [z^2 e^{2Dz}/2D - z e^{2Dz}/(2D^2) + (e^{2Dz} - 1)/(4D^3)] \right] \end{aligned} \quad (23)$$

2 结果讨论与解释

上一节我们给出了具有随机增益对系统中孤子到达时间抖动方差(21)式, 为能更直观地了解随机增益对孤子抖动方差的影响, 我们在图1中给出了孤子时间抖动方差与 Gordon-Haus 效应之值随距离的变化曲线, 可见放大器增益抖动方差 D 对孤子抖动方差的影响随距离呈指数增长。当 $D = 0$ 时, 将(23)式中的 e 指数函数展开取极限, 结果可退化到文献[3]中的

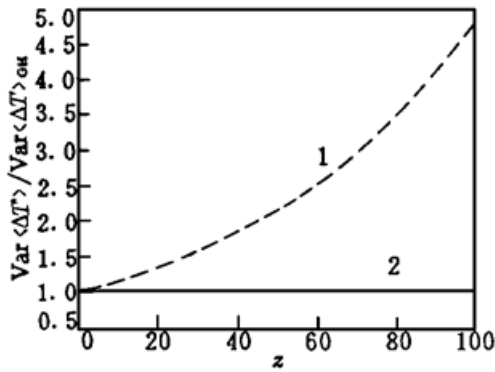


图 1 孤子时间抖动方差与 Gordon-Haus 效应之比随距离的变化曲线

Fig. 1 The ratio of the variance of soliton time jitter and Gordon-Haus effect versus distance

Gordon-Haus 效果:

$$\text{Var} \langle \Delta T \rangle_{GH} = N \left[\frac{u^2 z}{12} + \frac{z^3}{9} \right] \quad (24)$$

图 1 中曲线 1 对应于 $D = 0.01$, 即对应于放大器增益随机分布在平均值附近 ± 0.05 dB 以内 (Z_a 取 0.1) 的分布概率为 99%。而曲线 2 则对应于 $D = 0.001$, 即放大器增益随机分布在平均值附近 ± 0.015 dB 以内 (Z_a 取 0.1) 分布概率为 99%。由图上可看出当 $z = 100$ 时, $D = 0.01$ 对应的孤子抖动方差是 4.8

倍的 Gordon-Haus 结果, 而 $D = 0.001$ 则对应于 1.2 倍的 Gordon-Haus 结果。可见随机增益的抖动方差

D 对系统孤子到达时间抖动方差有着至关重要的影响, 这也对系统放大器的指标提出了苛刻要求, 如果

随机增益抖动方差较大, 则其对高速长距孤子通信系统孤子到达时间的抖动方差的影响远超过 Gordon-Haus 效应本身对孤子抖动方差的影响。

参 考 文 献

- 1 Y. Kodama, A. Hasegawa. Amplification and reshaping of optical solitons in glass fiber——. Amplifiers with random gain. *Opt. Lett.*, 1983, **8**: 342
- 2 Y. Wen, M. Chen, M. Zhang *et al.*. The fiber soliton communication system with stochastic variation of gain. *Chinese J. Lasers*, 1995, **B4**: 241
- 3 Y. Lai. Noise analysis of soliton communication systems——A new approach. *J. Lightwave Technol.*, 1993, **LT-11**: 462
- 4 J. N. Elgin. Stochastic perturbations of optical solitons. *Opt. Lett.*, 1993, **18**: 10

The Soliton Time Jitter in the Communication System with Stochastic Gain

Wang Faqiang⁺ Cao Shunxiang⁺⁺ Yang Xianglin⁺⁺⁺

(⁺ Department of Electronics Science and Engineering, Nanjing University, Nanjing 210093

⁺⁺ The Bureau of Long Distance Telecom of Jiangsu Province, Nanjing 210003

⁺⁺⁺ Department of Electronics Engineering, Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract In this paper, the influence of stochastic gain on the amplified spontaneous emission noise is studied, and the variance of soliton time jitter is got by using the adjoint operator method. It shows that the stochastic gain has remarkable effect on the soliton time jitter. Finally, the results are analysed and a physical explanation is given.

Key words optical soliton, stochastic gain, soliton time jitter