

随机高阶效应对孤子传输系统的影响

李 宏* 陈明华 杨祥林

(东南大学电子工程系 南京 210096)

提要 基于高速传输的超短光孤子脉冲传输系统中存在不可忽略的高阶效应,研究了随机高阶效应的扰动对孤子系统的影响。结果表明:随机高阶效应引起孤子到达时间抖动而降低了孤子传输系统的容量,其中随机三阶色散引起的孤子到达时间抖动方差与传输长度的三次方成正比,随机非线性色散和随机随时间变化的三阶非线性引起的孤子到达时间抖动方差与传输长度的一次方成正比。

关键词 光孤子传输系统,随机高阶效应,时间抖动因子

1 引 言

光孤子通信以稳定的光孤子脉冲作为信息载体,完全摆脱了光纤色散对信号传输速率的限制,是一种未来的高速长距离的全光通信优选方案。光孤子脉冲在光纤中传输时,需要用放大器来补偿光纤损耗,而放大器在放大补偿光纤损耗的同时,也产生了自发辐射噪声,引起了光孤子频率随机走移,限制光孤子长距离通信容量(G-H 效应)^[1]。

当超短光孤子脉冲(脉宽在 100 fs 以下)用于光孤子长距离通信时,可大大提高系统的通信速率和容量,但一些高阶效应扰动变得不可忽略了,特别是它们产生的随机扰动对孤子系统有着明显的影响。本文利用动量守恒和能量守恒扰动法,研究了随机三阶色散、随机非线性色散和随机随时间变化的三阶非线性等高阶效应引起光孤子脉冲到达时间抖动方差,及对孤子传输系统的影响。

2 理论分析

在单模光纤(Kerr 介质)中短脉冲传输一般采用如下的非线性薛定谔方程来描述

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = 0 \quad (1)$$

式中 u 为无量纲场包络函数, $\xi = z/L_D$, $\tau = t/T_0$, L_D 为色散长度, $L_D = T_0^2/|K^{(2)}|$, T_0 为脉宽, $K^{(n)}$ 表示波矢对频率 ω 的 n 阶导数。

但随着超短光孤子脉冲(脉宽仅为几十个飞秒)用于光纤传输系统中时,不仅要考虑介质的 Kerr 效应,而且要考虑高阶效应,如三阶色散、非线性色散和随时间变化的三阶非线性等。

* 联系地址:湖北师范学院物理系。

此时波矢 K 不仅是频率的函数, 而且是光强的函数, 即 $K = K(\omega, |u|^2)$, 超短光孤子脉冲由包含高阶效应扰动修正的调制非线性薛定谔方程描述

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = i\beta_1 \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} + i\beta_2 u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} + i\beta_3 \frac{\partial (|u|^2 u)}{\partial \tau} \quad (2)$$

式中 $\beta_1 = \frac{K^{(3)}}{6T_0 |K^{(2)}|}$, $\beta_2 = - \left[\frac{\partial}{\partial u^2} |K^{(2)}| \right]^{-1/2}$, $\beta_3 = - \frac{\partial^2 K}{\partial \omega \partial u^2} / T_0 \frac{\partial K}{\partial u^2}$ 分别为三阶色散、非线性色散和随时间变化的三阶非线性系数。

当超短光孤子脉冲在光纤中传输时, 调制非线性薛定谔方程的高阶效应的系数一般是当作平均值来处理的, 而实际上, 由于沿传输方向光纤介质不可能绝对均匀, 导致了这些系数是随传输距离随机变化的, 即这些系数可表示为

$$\beta_i(\xi) = \langle \beta_i \rangle + \alpha^{(i)}(\xi) \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

其中 $\langle \beta_i \rangle$ 为高阶效应系数的平均值, $\alpha^{(i)}$ 表示高阶效应系数的随机变化部分, 满足下列关系

$$\begin{aligned} \langle \alpha^{(i)}(\xi) \rangle &= \langle \alpha_r^{(i)}(\xi) \rangle = \langle \alpha_i^{(i)}(\xi) \alpha_r^{(i)}(\xi') \rangle = \langle \alpha_i^{(i)}(\xi) \alpha_r^{(j)}(\xi') \rangle = 0 \\ \langle \alpha_i^{(i)}(\xi) \alpha_j^{(j)}(\xi') \rangle &= \langle \alpha_r^{(i)}(\xi) \alpha_r^{(j)}(\xi') \rangle = H_i \delta(\xi - \xi') \delta_{ij} \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $\alpha_i^{(i)}, \alpha_r^{(j)}$; $\alpha_r^{(i)}, \alpha_r^{(j)}$ 分别表示高阶效应系数的随机变化部分的虚部和实部, $H_i (i, j = 1, 2, 3)$ 表示各高阶效应系数的均方涨落的尺度, $H_i = 0$ 表示该高阶效应系数无随机变化。那么调制非线性薛定谔方程可以写成

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u &= i \langle \beta_1 \rangle \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} + i \langle \beta_2 \rangle u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} + i \langle \beta_3 \rangle \frac{\partial (|u|^2 u)}{\partial \tau} + \\ & i \alpha^{(1)} \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} + i \alpha^{(2)} u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} + i \alpha^{(3)} \frac{\partial (|u|^2 u)}{\partial \tau} \end{aligned} \quad (5)$$

不包含高阶效应的非线性薛定谔方程(1)的解可表示为

$$u(\xi, \tau) = \eta \operatorname{sech}[\eta(\tau + k\xi)] \exp \left[-ik\tau + \frac{i}{2}(\eta^2 - k^2)\xi \right] \quad (6)$$

式中 η, k 分别表示孤子的振幅和速度, 高阶效应作为扰动, 使 η, k 随 ξ 缓变, 由动量守恒和能量守恒扰动法, 可得下列演化关系

$$\begin{aligned} \frac{d\eta}{d\xi} &= \left[\frac{10}{3} \alpha^{(1)} - \frac{4}{3} \alpha^{(3)} \right] k \eta^3 + 2\alpha^{(1)} k \eta^3 \\ \frac{dk}{d\xi} &= \left[\frac{6}{5} \alpha^{(1)} - \frac{8}{15} \alpha^{(2)} - \frac{4}{5} \alpha^{(3)} \right] \eta^4 + 2\alpha^{(1)} k^2 \eta^2 \end{aligned} \quad (7)$$

方程(7)表明, 通过随机高阶效应系数随机变化量的虚部, 随机三阶色散和随机随时间变化的三阶非线性对孤子的振幅和速度均产生影响, 而随机非线性色散仅对孤子的速度产生影响, 把高阶效应作为扰动来处理, 假设它们不影响方程(7)的平衡点, 将方程(7)在平衡点 (η_0, k_0) 处展开

$$\frac{dk}{d\xi} = \left[\frac{6}{5} \alpha^{(1)} - \frac{8}{15} \alpha^{(2)} - \frac{4}{5} \alpha^{(3)} \right] \eta_0^4 + 4\alpha^{(1)} k_0 \eta_0^2 k + 2\alpha^{(1)} k_0^2 \eta_0^2 \quad (8)$$

其中, k 为速度偏离 k_0 的值, $A_1 = \left[\frac{6}{5} \eta_0^4 + 2k_0^2 \eta_0^2 \right]$, $A_2 = -\frac{8}{15} \eta_0^4$, $A_3 = -\frac{4}{5} \eta_0^4$, $B = 4k_0 \eta_0^2$, 则速度方程可表示为

$$\frac{dk}{d\xi} = A_1 \alpha^{(1)} + A_2 \alpha^{(2)} + A_3 \alpha^{(3)} + B \alpha^{(1)} k \quad (9)$$

解变系数微分方程, 得速度表达式

$$k(\xi) = \exp\left[\int_0^\xi \beta \alpha^{(1)}(x_1) dx_1\right] \int_0^\xi (A_1 \alpha^{(1)}(x) + A_2 \alpha^{(2)}(x) + A_3 \alpha^{(3)}(x)) \exp\left[-\int_0^\xi \beta \alpha^{(1)}(x_2) dx_2\right] \quad (10)$$

令 $\Phi(x, y) = \exp\left[\int_y^x \beta \alpha^{(1)}(x_1) dx_1\right]$, 则 $\Phi(x, y)$ 满足以下关系^[2]

$$\begin{aligned} \langle \exp[\Phi(x, y)] \rangle &= \exp[(nB)^2 H_1 (x - y)] \\ \langle \exp[\Phi(x, y) + \Phi(x', y')] \rangle &= \exp\{B^2 H_1 [2(x + x' - y - y') - |x - x'| - |y - y'|]\} \\ \langle \alpha^{(1)}(y) \exp[-\Phi(x, y)] \rangle &= BH_1 \exp[B^2 H_1 (x - y)] \\ \langle \alpha^{(1)}(y) \alpha^{(1)}(y') \exp[-\Phi(x, y) - \Phi(x', y')] \rangle &= \left[2H_1 \delta(y - y') + \frac{\partial^2}{\partial y \partial y'}\right] \times \\ &\quad \exp\{B^2 H_1 [2(x + x' - y - y') - |x - x'| - |y - y'|]\} \end{aligned} \quad (11)$$

利用(11)式及(4)式, 可求得

$$\begin{aligned} \langle k(\xi) \rangle &= (A_1/B) [1 - \exp(B^2 H_1 \xi)] \\ \langle k(\xi) k(\xi') \rangle &= \frac{A_1^2}{2B^2} \{ \exp(B^2 H_1 [2(\xi - \xi') - |\xi - \xi'|]) - \exp[B^2 H_1 |\xi - \xi'|] \} + \\ &\quad [A_2^2 H_2 \delta(\xi - \xi') + A_3^2 H_3 \delta(\xi - \xi')] \exp[4B^2 H_1 (\xi - 3\xi')] \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12), 利用 $\frac{d\delta t}{d\xi} = T_0 k(\xi)$, 可得光孤子脉冲到达时间抖动方差

$$\begin{aligned} \langle \delta t^2(\xi) \rangle &= \iint_{00}^{\xi\xi} T_0^2 \langle k(x_1) k(x_2) \rangle dx_1 dx_2 = \\ &\quad \frac{A_1^2 T_0^2}{12B^6 H_1^2} [\exp(4B^2 H_1 \xi) + 12B^2 H_1 \xi + 15 - 16\exp(B^2 H_1 \xi)] + \\ &\quad \left[\frac{A_2^2 H_2}{8B^2 H_1} + \frac{A_3^2 H_3}{8B^2 H_1} \right] T_0^2 [1 - \exp(-8B^2 H_1 \xi)] \end{aligned} \quad (13)$$

其中 T_0 为脉宽, 由于 $B^2 H_1$ 很小, 式(13) 可以写为

$$\langle \delta t^2(\xi) \rangle = \frac{4A_1^2 H_1}{3} T_0^2 \xi^3 + (A_2^2 H_2 + A_3^2 H_3) T_0^2 \xi \quad (14)$$

3 结果讨论

从式(14)可知随机三阶色散引起的孤子到达时间抖动方差与传输长度三次方成正比, 随机非线性色散和随机随时间变化的三阶非线性引起的孤子到达时间抖动与传输长度一次方成正比, 这说明随机三阶色散对孤子通信容量的影响具有长距离效果, 随机非线性色散和随机随时间变化的三阶非线性则对孤子通信容量的影响具有短距离效果, 前者对光孤子传输系统危害较大。

包含随机高阶效应扰动的孤子传输系统总的到达时间抖动方差为

$$\langle \delta t^2 \rangle_{\text{total}} = \langle \delta t^2 \rangle + \langle \delta t^2 \rangle_{\text{GH}} \quad (15)$$

其中 $\langle \delta t^2 \rangle_{\text{GH}}$ 为不含高阶效应的 G-H 效应的时间抖动方差^[11]。

为了说明随机高阶效应对光孤子传输系统的影响, 我们引进时间抖动因子

$$TJ = \sqrt{\langle \delta t^2 \rangle_{\text{total}} / T_s} \quad (16)$$

式中 $T_s = 1.763T_0$ 。时间抖动因子 TJ 表示孤子传输系统通信容量被恶化的程度, TJ 越大, 系统通信容量(码速与距离积) 越小。

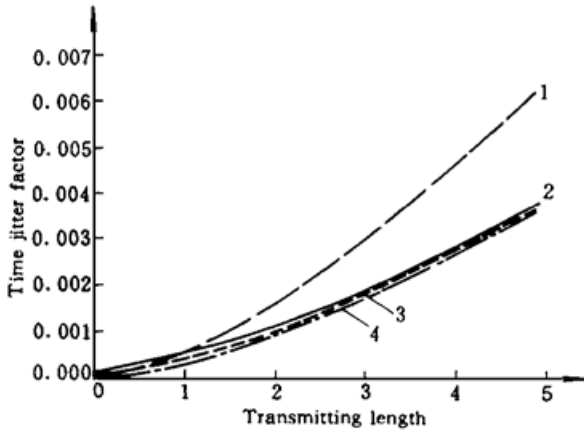


图 1 时间抖动因子 TJ 与传输距离 ξ 的关系

Fig. 1 Time jitter factor TJ versus transmitting distance ξ

1: $H_1 = 10^{-6}$, $H_2 = H_3 = 0$; 2: $H_3 = 10^{-6}$, $H_1 = H_2 = 0$; 3: $H_2 = 10^{-6}$, $H_1 = H_3 = 0$; 4: G-H effect, $H_1 = H_2 = H_3 = 0$

$H_1 = H_3 = 0$) 或随机随时间变化的三阶非线性($H_3 = 10^{-6}$, $H_1 = H_2 = 0$) 的时间抖动因子 TJ 一开始就偏离不含高阶效应的 G-H($H_1 = H_2 = H_3 = 0$) 的 TJ , 随着传输长度的增大, 时间抖动因子 TJ 很快与不含高阶效应的 G-H 的 TJ 重合, 随机高阶效应的影响减弱, 说明随机非线性色散和随时间变化的三阶非线性具有短距离影响, 显然这是因为随机非线性色散和随机随时间变化的三阶非线性引起的光子到达时间抖动与传输长度一次方成正比的原因。

随机高阶效应增大了光光子脉冲到达时间抖动方差, 影响了光子传输系统的通信容量, 其影响产生的根源是随机高阶效应引起了光光子频率的随机走移, 为了消除这些不利的因素(包括降低 G-H 效应), 近年来, 研究人员已提出了许多行之有效的方法, 如周期性插入固定频率滤波器^[3], 或者是滑频滤波器^[4], 同步幅度调制器^[5], 或位相调制器^[6], 这几种方法均是采用在传输线中周期地插入被动器件, 控制技术较复杂, 且光光子通信系统波分复用中存在不利因素; 正色散补偿的方案^[7]没有上述缺点, 但其效果不明显, 其所需的非正色散量太大, 使得光光子脉冲脉宽展宽, 加大了误码率; 在终端利用位相调制器增强正色散补偿的作用是目前抑制光光子到达时间抖动较理想的方案^[8]。

在文献[9, 10]中, 理论分析了用滤波器来抑制随机色散和随机频移引起的光光子到达时间抖动。如果在本文中引入滤波器, 则调制非线性薛定谔方程变为

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + |u|^2 u = i \beta_1 \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} + i \beta_2 u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} + i \beta_3 \frac{\partial (|u|^2 u)}{\partial \tau} + i \alpha^{(1)} \frac{\partial^3 u}{\partial \tau^3} + i \alpha^{(2)} u \frac{\partial |u|^2}{\partial \tau} + i \alpha^{(3)} \frac{\partial (|u|^2 u)}{\partial \tau} - i \mu \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} \quad (17)$$

其中, μ 为滤波器二阶效应。

平衡点(η_0, k_0) 处展开速度方程

$$\frac{dk}{d\xi} = \left[\frac{6}{5} \alpha^{(1)} - \frac{8}{15} \alpha^{(2)} - \frac{4}{5} \alpha^{(3)} \right] \eta_0^4 + 4\alpha^{(1)} k_0 \eta_0^2 k + 2\alpha^{(1)} k_0^3 \eta_0^2 - \frac{4}{3} \mu \eta_0^2 k \quad (18)$$

由方程(18)不难看出, 滤波器项对速度的偏离平衡值 k_0 的量 k 产生指数衰减, 这正是滤波器

利用(16)式, 取参数 $k_0 = 10^{-2}$, $\eta_0 = 1$, $H_1 = 10^{-6}$, $T_s = 50$ fs, 以及文献[1]的参数, 可以计算出存在随机高阶效应时, 光光子脉冲时间抖动因子 TJ 随传输长度 ξ 的变化关系, 如图 1 所示。

从光光子脉冲时间抖动因子 TJ 随传输长度 ξ ($\xi = z/L_D$) 的变化关系图中, 可知三种高阶效应对光子传输系统通信容量恶化程度不同, 含有随机三阶色散($H_1 = 10^{-6}$, $H_2 = H_3 = 0$) 的时间抖动因子 TJ 较大, 并且随着传输长度的增大, 时间抖动因子 TJ 同步增长, 说明随机三阶色散对光子传输系统通信容量的影响随着传输长度的增大而增强, 具有长距离影响, 这是由于与不含高阶效应的 G-H 效应相同, 随机三阶色散引起的光光子到达时间抖动方差与传输长度三次方成正比, 相反, 含有随机非线性色散($H_2 = 10^{-6}$,

对随机高阶效应引起的光孤子到达时间抖动的抑制作用。

参 考 文 献

- 1 J. P. Gordon, H. A. Haus. Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission. *Opt. Lett.*, 1986, **11**(10) : 665~ 667
- 2 J. N. Elgin. Stochastic perturbations of optical solitons. *Opt. Lett.*, 1993, **18**(1) : 10~ 12
- 3 A. Mecozzi, J. D. Morres, H. A. Haus. Soliton transmission control. *Opt. Lett.*, 1991, **16**(9) : 1841 ~ 1843
- 4 L. F. Mollenauer, J. P. Gordon, S. G. Evangelides. The sliding frequency guiding filter: an improved form of soliton jitter control. *Opt. Lett.*, 1992, **17** : 1575~ 1578
- 5 H. Kubota, M. Nakazawa. Soliton transmission control in time and frequency domains. *IEEE J. of Quant. Electr.*, 1993, **QE-29** : 2189
- 6 N. J. Smith, K. J. Blow, W. J. Firth *et al.*. Soliton dynamics in the presence of phase modulators. *Opt. Commun.*, 1993, **102**(3~ 4) : 324~ 329
- 7 W. Forysiak, K. J. Blow, N. J. Doran. Reduction of Gordon-Haus by post-transmission dispersion compensation. *Electr. Lett.*, 1993, **13**(18) : 1225~ 1226
- 8 S. Zhong, Y. Z. Gao, C. Y. Lou *et al.*. Reduction of soliton timing jitter by post-transmission phase modulation and dispersion compensation. IOOC '95, FD3-5 : 115
- 9 杨祥林, 温扬敬, 张明德. 光纤随机色散对孤子系统通信容量的影响及抑制. 中国科学(A), 1995, **25**(5) : 544~ 549
- 10 温扬敬, 陈明华, 张明德 等. 脉冲频率漂移对孤子传输系统的影响. 科学通报, 1995, **40**(6) : 1047~ 1050

Stochastic High Order Effects on Soliton Transmitting System

Li Hong Chen Minghua Yang Xianglin

(Dept. Electron. Eng. Southeast University, Nanjing 210096)

Abstract Based on the unneglected high order effects in an ultra-short soliton transmitting system, studies of stochastic high order effects on the soliton transmitting system are performed. The results show that the stochastic high order effects lead to the arrival time jitters and reduce the capacity of the system. The arrival time jitters variance resulted from the stochastic third-order dispersion is proportional to three powers of the transmitting distance, and that from the stochastic nonlinear dispersion the third-order nonlinearity varying with time is proportional to the transmitting distance.

Key words soliton transmitting system, stochastic high order effects, time jitters factor