

# 电场和磁场同时作用下 BSO 晶体的光学传输特性及其在电功率传感中的应用\*

崔 翔 李长胜

(华北电力大学电力工程系 保定 071003)

**提要** 对电场和磁场同时作用下 BSO 晶体的光学传输特性作了理论分析, 推导出其琼斯矩阵和米勒矩阵, 并依此设计了一种电功率传感系统。

**关键词** BSO 晶体, 光学传输特性, 电功率传感

## 1 引 言

硅酸铋( $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , 简称 BSO) 晶体是一种兼有多种物理效应的功能性晶体。在国外, BSO 晶体已成功地应用于高电压和强电流的测量<sup>[1,2]</sup>, 国内已有对 BSO 晶体的电光效应<sup>[3,4]</sup>、磁光效应<sup>[5]</sup>、旋光特性<sup>[6]</sup>及光电导特性<sup>[7]</sup>的研究, 特别是文献[8]研究了 BSO 晶体多功能传感器, 但理论上尚无深入分析。本文采用各向异性介质的微分传输模型, 对电场和磁场同时作用下, BSO 晶体的光学传输特性进行了理论分析, 推导出其琼斯矩阵和米勒矩阵。

电功率是电力计量的一个基本电量, 在电力系统电功率的测试设备中, 为了减小测量误差, 需要消耗一定的铜材及能量。因此, 光纤电功率传感是一个令人感兴趣的课题。为此, 本文进一步讨论了 BSO 晶体在电功率传感系统设计中的应用。

## 2 电场和磁场同时作用下 BSO 晶体的微分传输模型

偏振光学系统(及器件)对光波偏振态的作用通常用其琼斯矩阵和米勒矩阵来描述<sup>[9]</sup>。BSO 晶体属于立方晶系, 23 点群, 本身为光学各向同性, 但在外加电场作用下, 因其具有普克尔斯效应而将呈现光学各向异性, 从而能够使入射偏振光的两个正交分量产生相对相位延迟。记此电光延迟相位为  $\Gamma$ , 则在右手笛卡儿直角坐标系中, 当电感应主轴方位角为零时, 其琼斯矩阵  $T_e$  和米勒矩阵  $M_e$  分别为<sup>[4,9]</sup>

$$T_e = \begin{bmatrix} \exp(i\Gamma/2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\Gamma/2) \end{bmatrix} \quad (1)$$

\* 国家自然科学基金资助项目。

$$M_e = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\Gamma & \sin\Gamma \\ 0 & 0 & -\sin\Gamma & \cos\Gamma \end{bmatrix} \quad (2)$$

同时在外加磁场作用下,BSO 晶体因具有法拉第磁光效应而将使入射光波偏振方向发生旋转,记此磁光旋转角为  $\Phi$ , 则其琼斯矩阵  $T_m$  和米勒矩阵  $M_m$  分别为<sup>[5,9]</sup>

$$T_m = \begin{bmatrix} \cos\Phi & -\sin\Phi \\ \sin\Phi & \cos\Phi \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$M_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\Phi & -\sin 2\Phi & 0 \\ 0 & \sin 2\Phi & \cos 2\Phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

以下我们分析电场和磁场同时作用下 BSO 晶体的光学传输特性。为此,应首先建立其微分传输模型。如图 1 所示,选取 BSO 晶体的电感应主轴为参考坐标系  $o-xyz$ , 偏振光沿  $z$  向传播。BSO 晶体对入射光波偏振态的作用可以认为是晶体微元(厚度  $\delta z$  无限小的晶体薄片)依次作用逐渐累积的结果。设晶体内某处  $z$  的晶体微元的琼斯矩阵为  $t(z, \delta z)$ , 入射该晶体微元的光波琼斯矢量为  $E(z)$ , 则关于  $E(z)$  的微分方程为<sup>[10]</sup>

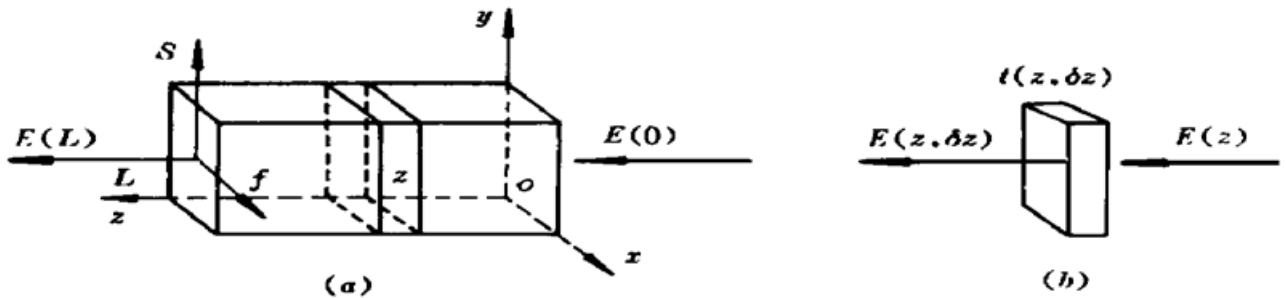


图 1 BSO 晶体的微分传输模型

(a) BSO 晶体及其电感应主轴; (b) BSO 晶体微元

Fig. 1 Differential propagation model of BSO crystal

(a) BSO crystal and its electropolar axes; (b) Differential element of BSO crystal

$$\frac{dE(z)}{dz} = n(z)E(z) \quad (5)$$

式中二阶矩阵

$$n(z) = \lim_{\delta z \rightarrow 0} \frac{t(z, \delta z) - I}{\delta z} \quad (6)$$

称为晶体微元的微分传输琼斯矩阵,其中  $I$  为二阶单位矩阵。(6)式表明,要确定  $n(z)$ , 应首先给出晶体微元的琼斯矩阵  $t(z, \delta z)$ 。

设 BSO 晶体在通光方向上单位长度的电光延迟相位为  $\gamma$ , 磁光旋转角为  $\phi$ , 由(1)和(3)式得描述晶体微元这两种效应的琼斯矩阵分别为

$$t_\gamma = \begin{bmatrix} \exp(i\gamma\delta z/2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\gamma\delta z/2) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$t_\phi = \begin{bmatrix} \cos(\phi\delta z) & -\sin(\phi\delta z) \\ \sin(\phi\delta z) & \cos(\phi\delta z) \end{bmatrix} \quad (8)$$

在  $\gamma, \phi$  匀很小, 且  $\delta z \rightarrow 0$  的条件下, 得晶体微元的琼斯矩阵

$$t(z, \delta z) = t_y t_\phi = t_\phi t_y \approx \begin{bmatrix} 1 + i\gamma\delta z & -\phi\delta z \\ \phi\delta z & 1 - i\gamma\delta z \end{bmatrix} \quad (9)$$

再由(6)式可得晶体的微分传输矩阵

$$n(z) = \begin{bmatrix} i\gamma/2 & -\phi \\ \phi & -i\gamma/2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

由此得到了电场和磁场同时作用下 BSO 晶体的微分传输琼斯矩阵(10)式。它描述了晶体微元对光波偏振态的变换作用, 包括对光波偏振分量之间的相位延迟和偏振方向的旋转。

### 3 电场和磁场同时作用下 BSO 晶体的琼斯矩阵和米勒矩阵

如图 1 所示, 设入射 BSO 晶体的光波琼斯矢量为  $E(0)$ , 将(10)式代入矩阵微分方程(5)式并求解(可用拉普拉斯变换法), 可得晶体内任意位置  $z$  处的光波琼斯矢量  $E(z)$ , 进而可求得  $z$  长度晶体的琼斯矩阵。但此矩阵是微观量  $\gamma, \phi$  的函数, 不便于实际应用。因此考虑实际长度为  $L$  的 BSO 晶体, 设其总的电光延迟相位为  $\Gamma = \gamma L$ , 总的磁光旋转角  $\Phi = \phi L$ , 则该晶体的琼斯矩阵为

$$T = \begin{bmatrix} \cos\Theta + i\sin\Theta\cos\Omega & -\sin\Theta\sin\Omega \\ \sin\Theta\sin\Omega & \cos\Theta - i\sin\Theta\cos\Omega \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中

$$\Theta^2 = \left[ \frac{\Gamma}{2} \right]^2 + \Phi^2 \quad (12)$$

$$\sin\Omega = \frac{\Phi}{\Theta} \quad (13)$$

$$\cos\Omega = \frac{\Gamma}{2\Theta} \quad (14)$$

光波偏振态也可用斯托克斯矢量来描述, 本文将其记为

$$S = [I \quad Q \quad U \quad V]^T \quad (15)$$

其中  $I, Q, U, V$  分别表示偏振光强度、水平线性偏振分量、 $45^\circ$  方向线性偏振分量和右旋圆偏振分量<sup>[9]</sup>。与琼斯矢量不同的是它们均为实数, 且具有强度的量纲, 因而是可测量的。偏振光学系统对光波斯托克斯矢量的变换作用是以米勒矩阵来描述的, 它通常可由琼斯矩阵导出。根据文献[10]的算法, 与(11)式对应的米勒矩阵为

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\sin^2\Theta\sin^2\Omega & -\sin 2\Theta\sin\Omega & -\sin^2\Theta\sin 2\Omega \\ 0 & \sin 2\Theta\sin\Omega & \cos 2\Theta & \sin 2\Theta\cos\Omega \\ 0 & -\sin^2\Theta\sin 2\Omega & -\sin 2\Theta\cos\Omega & 1 - 2\sin^2\Theta\cos^2\Omega \end{bmatrix} \quad (16)$$

至此, 我们得到了描述电场和磁场同时作用下 BSO 晶体光学传输特性的两个矩阵(11)式和(16)式。易于验证, (1)式、(2)式分别是(11)式、(16)式在  $\Phi = 0$  即只存在电场情况下的一种特例; (3)式、(4)式分别是(11)式、(16)式在  $\Gamma = 0$  即只存在磁场情况下的一种特例。

在  $\Gamma, \Phi$  均很小的情况下, (11)式和(16)式可分别近似为

$$T = \begin{bmatrix} 1 + i\Gamma/2 & -\Phi \\ \Phi & 1 - i\Gamma/2 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\Phi^2 & -2\Phi & -\Gamma\Phi \\ 0 & 2\Phi & 1 & \Gamma \\ 0 & -\Gamma\Phi & -\Gamma & 1 - \frac{1}{2}\Gamma^2 \end{bmatrix} \tag{18}$$

### 4 利用 BSO 晶体实现电功率传感的设计

由(11)式、(16)式可知,在电场和磁场同时作用下 BSO 晶体将同时影响入射光波的相位延迟和偏振方向。因此,出射光波必定同时携带作用于 BSO 晶体的电场和磁场信息。

基于上述分析,本文设计的一个电功率传感系统如图 2 所示。取外加横向电场  $E$  垂直于 BSO 晶体的(110)晶面,此时晶体电感应主轴将相对于原结晶主轴发生旋转,但仍保持正交关系。因此可选取电感应主轴方向作为参考坐标系  $o-xyz$ ,且快轴( $f$ 轴)沿  $ox$ 方向,光波沿  $oz$ 方向传播,外加横向电场由被测电压  $u$  和平行板电极产生,外加纵向磁场由被测电流  $i$  和空心线圈产生。设选择的被测电功率的电压  $u$  和电流  $i$  使  $\Gamma \approx 0, \Phi \approx 0$ ,由普克尔斯效应和法拉第效应可知,此时  $\Gamma, \Phi$  分别与  $u, i$  近似成线性关系。

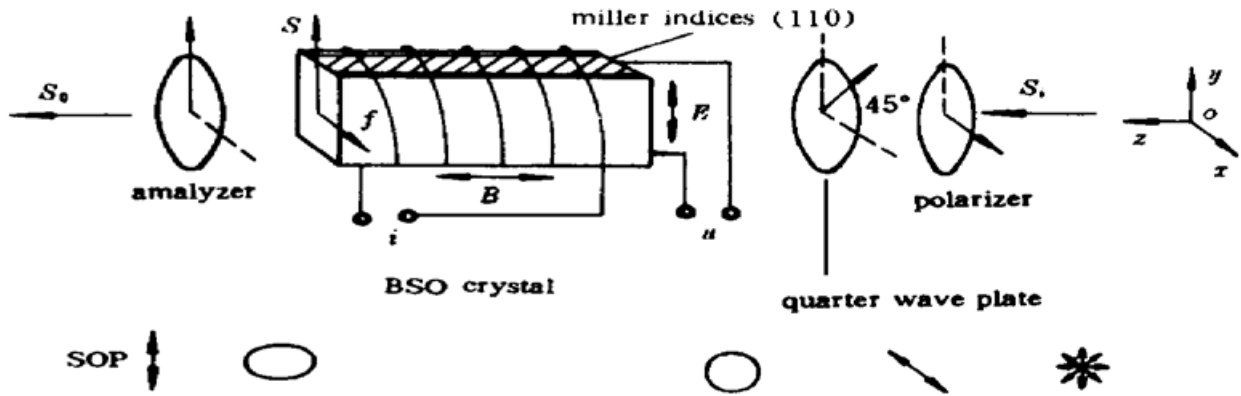


图 2 BSO 晶体型电功率传感系统示意图。方位角参考方向为  $x$  轴,起偏器和 BSO 晶体电感应主轴方位角为零,1/4 波片的方位角为  $45^\circ$ ,检偏器方位角为  $90^\circ$

Fig. 2 Schematic drawing of the electric power sensor using BSO crystal. The reference azimuth is  $x$ -direction, the polarizer and the electropolar major axis of BSO crystal are zero azimuth, the quarter wave plate orientates 45 degrees, and the analyzer 90 degrees

设入射光波强度为  $I_i$ ,其斯托克斯矢量为

$$S_i = [I_i \ 0 \ 0 \ 0]^T \tag{19}$$

则图 2 所示电功率传感系统的出射光波的斯托克斯矢量为

$$S_o = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - 2\Phi^2 & -2\Phi & -\Gamma\Phi \\ 0 & 2\Phi & 1 & \Gamma \\ 0 & -\Gamma\Phi & -\Gamma & 1 - 1/2\Gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\times \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{4} I_i \begin{bmatrix} 1 + \Gamma \Phi \\ -(1 + \Gamma \Phi) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

由斯托克斯矢量的定义可知出射光波强度为

$$I_0 = \frac{1}{4} I_i (1 + \Gamma \Phi) \quad (21)$$

设被测电功率的正弦电压和电流分别为

$$u = \sqrt{2} U \sin \omega t \quad (22)$$

$$i = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \alpha) \quad (23)$$

式中  $U, I$  分别为电压、电流有效值,  $\alpha$  为  $u$  与  $i$  的相位差。

经过光电检测和信号处理电路, 我们可以得到一个与(21) 式中  $\Gamma \Phi$  成比例的电信号, 记为  $u_e$ , 它也将与被测电压  $u$ 、电流  $i$  的乘积成比例, 即

$$u_e = kui = 2kUI \sin \omega t \sin(\omega t - \alpha) = 2kUI [\cos \alpha - \cos(2\omega t - \alpha)] \quad (24)$$

至此, 由(24) 式的直流分量可以得到被测的有功功率, 由交流分量可得到被测的视在功率。

BSO 晶体本身不存在自然双折射, 因环境温度改变而引起的双折射可以得到补偿<sup>[2]</sup>; 其自然旋光性的影响可以利用其互易性通过回旋偏光装置加以排除<sup>[6]</sup>, 这些特征为利用 BSO 晶体实现电功率传感提供了有利条件。

### 参 考 文 献

- 1 Ole Tonnesen, Neville Beatty, Ottar Skilbreid. Electrooptic methods for measurement of small DC current at high voltage level. *IEEE Transaction on Power Delivery*, 1989, **4**(3) : 1568~ 1572
- 2 C. M. M. Van den Tempel. Model of a new temperature-compensated optical current sensor using BSO. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(25) : 4869~ 4874
- 3 董孝义, 盛秋琴, 张建忠. BSO 晶体空间电光、光电导特性的实验研究. *中国激光*, 1989, **16**(1) : 32
- 4 张建忠, 董孝义, 盛秋琴等. BSO 晶体电光效应的实验研究. *中国激光*, 1991, **18**(7) : 531
- 5 董孝义, 张建忠, 盛秋琴等. BSO 晶体光纤的法拉第磁光效应. *中国激光*, 1991, **18**(8) : 595
- 6 谢克诚. 硅酸铋晶体的旋光特性. *压电与声光*, 1991, **13**(1) : 22
- 7 张建忠, 董孝义, 盛秋琴等. 利用 BSO 晶体实现光电光调制. *中国激光*, 1991, **18**(4) : 262
- 8 董孝义, 盛秋琴, 张建忠. 多功能光纤传感器的研究. *压电与声光*, 1988, **10**(3) : 12
- 9 Ryuichi Shintani, 范爱英, 康昌鹤. 偏振光. 北京: 原子能出版社, 1994 年 7 月第一版, 124~ 130
- 10 R. M. A. Azzam, N. M. Bashara 著, 梁民基等译. 椭圆偏振测量术和偏振光. 北京: 科学出版社, 1986 年 11 月第一版, 78~ 80, 96~ 98

## The Optical Propagation Property of BSO Crystal under Simultaneously Applied Electric and Magnetic Fields and Its Application in the Electric Power Sensor

Cui Xiang Li Changsheng

(Dept. of Electrical Engineering, North China Electric Power University, Baoding 071003)

**Abstract** In this paper, the optical propagation property of BSO crystal under simultaneously applied electric and magnetic fields is theoretically analyzed. Jones and Mueller matrices are derived, and an electric power sensor using BSO crystal is designed.

**Key words** BSO crystal, optical propagation property, electric power sensor