

体光栅的垂直选择角和光栅简并*

袁 泉 陶世荃 江竹青 杨兴昌

(北京工业大学应用物理系 北京 100022)

提要 从理论和实验上探讨了体光栅在垂直方向的角度选择性,根据 \mathbf{k} 矢量球与参考点源平面上的对应关系,导出了垂直方向的选择角,并得到光栅简并线方程。实验结果表明体光栅在垂直方向具有有限的选择角。

关键词 角度选择性,光栅简并,多重存储

体光栅的角度选择性是多重全息存储的主要依据之一,它允许通过记录角度的多次微小改变来存储大量的全息图。因此,充分利用角度选择性与高密度全息存储容量及其衍射效率有着直接的关系。

关于水平角度选择性已有相当充分的研究^[1-3]。至于在垂直面内的情形,曾有人认为在垂直面内光栅都是简并的^[4],即在该面内用不同角度读出的是同一个光栅,但这方面的理论推导和实验研究均不充分。本文以水平角度选择性为基础,通过 \mathbf{k} 空间的矢量球模型,利用简单的几何方法,推导出体光栅的垂直选择角与水平选择角的关系,进而得出了光栅的简并线方程。我们还用掺铁铌酸锂($\text{Fe} \cdot \text{LiNbO}_3$) 晶体做了一系列实验,对记录的另一光栅分别测量了水平面和垂直面内的选择角。实验结果与理论计算基本相符。

1 理论分析

1.1 垂直角度选择性

对于傅里叶变换全息图,空间各不同角度的参考光束均对应于傅里叶变换透镜前焦面上的各个点源(如图 1 中的 i, j 等)。我们将信号页面置于透镜前焦面上的半平面 S , 参考点源分布在半平面 R 。为简单起见,我们把介质看成是均匀且各向同性的,并且暂不考虑介质内外折射率的差别,于是以记录光波矢的长度为半径作一球面(见图 2),球心 O 相应于图 1 的傅里叶变换透镜(焦距为 f) 的中心,赤道平面(图中画点虚线平面)为水平面,相应于图 1 的 $y-z$ 平面,子午面相应图 1 中的垂直面(所有过透镜中心并与 x 轴平行的平面)。 \mathbf{K} 为两记录光束(如波矢为 $\mathbf{k}_i, \mathbf{k}_j$ 的两光束,二者夹角为 2θ)形成的光栅矢量。当在水平面内用参考光角度 θ 记录了一个全息图,并用原参考光束在水平面内扫描再现,其角度超出 $\theta \pm \Delta\theta/2$ 时,若衍射像消失,我们称 $\Delta\theta$ 为水平选择角。当用该光束在垂直面内(相当于沿着图 2 的子午面)扫描再现时,假设

* 北京市教委资助项目。

从 $k_i \rightarrow k_j$ 扫过的角度为 $\Delta\phi$ (即相当于参考光源从图 1 中 R 平面的点 i 沿垂直线变动到点 j)，此时 k_j 与 oy' 轴 (图 2 中的阴影面与过 oy 轴的子午面交线) 的夹角为 θ' 。当 $\Delta\theta = \theta - \theta' = \Delta\Theta/2$ 时，相应的 $\Delta\phi$ 为垂直选择角 $\Delta\Phi$ 的一半，即 $\Delta\phi = \Delta\Phi/2$ 。由图 2 的几何关系，容易得到

$$\cos\Delta\phi = \sin\theta'/\sin\theta \tag{1}$$

在 $\Delta\Theta, \Delta\Phi \ll 1$ 的条件下，进一步可得

$$\Delta\Phi = 2 \sqrt{\frac{\Delta\Theta}{\tan\theta}} \tag{2}$$

以上各角度均为晶体内的角度，推导中我们没有考虑体光栅中可能发生的布喇格偏移^[5]。

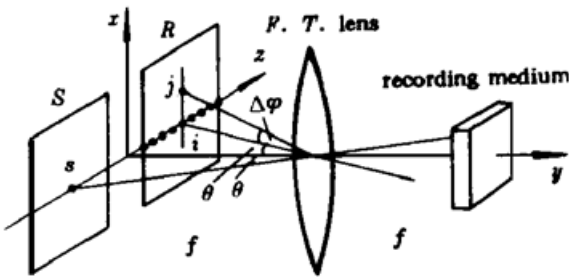


图 1 物平面 (S) 和参考平面(R) 的安排示意图
Fig. 1 Arrangement of the object plane (S) and the reference plane (R)

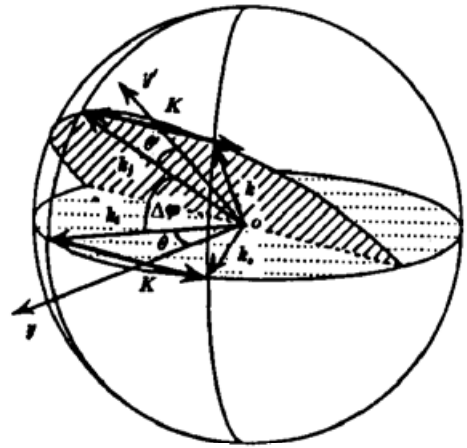


图 2 k 矢量球。图中示出沿垂直方向的布喇格失配
Fig. 2 k -vector sphere showing Bragg-mismatch in the vertical direction

1.2 光栅简并

所谓光栅简并，是指一系列成对的参考光波矢 $\{k_p\}$ 和物光波矢 $\{k_q\}$ 在满足条件

$$k_p - k_q = K$$

时 (K 为其中一对写入光束，如图 3(b) 水平面上的一对波矢量 (k_i, k_s) 形成的光栅矢量，视为常矢量)，这些成对的写入光波记录的都是同一光栅。这些光栅矢量端点的轨迹在 k 矢量球上是两个圆环，它们是由一对写入波矢 (例如 k_i, k_s) 围绕与 K 平行的矢量球直径旋转而成。当写入光 k_p 以 θ 角入射时，由 $\{k_p\}$ 组成的圆锥的半顶角为 $(\pi/2 - \theta)$ (见图 3(b))。对于全息存储而言，一旦光栅 K 被一对写入光束 (k_i, k_s) 形成，那么在 k_i 所在的圆锥面上的各读出光均可再现这同一光栅，亦即以两圆环为底的圆柱上的每一母线代表的光栅矢量都是简并的。在图 3(b) 中，该圆锥的方程为

$$x^2 + y^2 = (z \cos\theta)^2 \tag{3}$$

延伸该圆锥至参考平面 (即 $y = f$) 得交线方程为

$$\frac{z^2}{(f \tan\theta)^2} - \frac{x^2}{f^2} = 1 \tag{4}$$

这是一实半轴为 $f \tan\theta$ ，虚半轴为 f 的双曲线方程。由此可知 k 矢量球中的简并环对应参考平面 R 上的双曲线 (见图 3)，也就是说在参考平面上的简并线方程并非直线而是双曲线。图 3(a) 示出了水平面上的 i 点及过 i 点的简并线 (双曲线)。

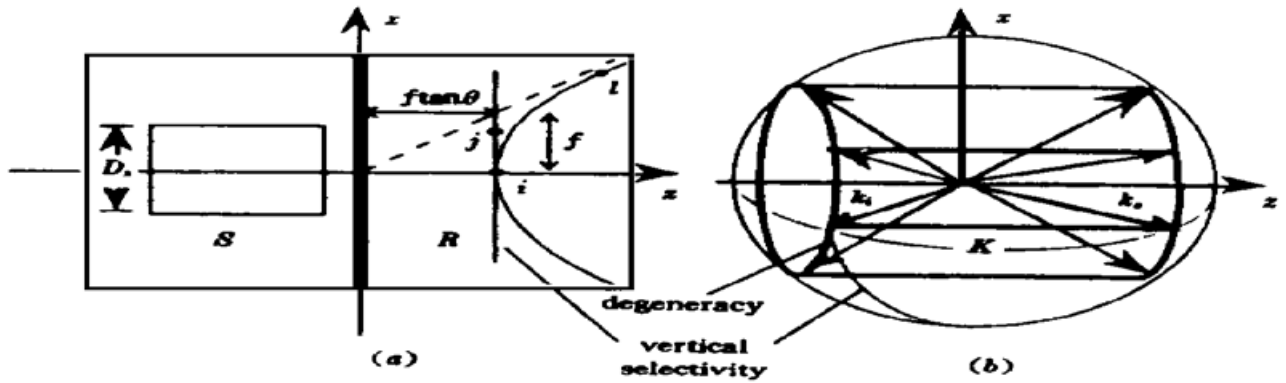


图 3 光栅筒并与垂直选择性, 分别示于 (a) 物平面与参考平面, (b) k -矢量球中

Fig. 3 Grating degeneracy and vertical selectivity shown in (a) object and reference planes, and (b) the k -vector sphere. θ : reference beam angle in the horizontal plane, f : focal length of the F. T. lens

2 实验测量及结果分析

2.1 选择角的测量

我们采用本系晶体实验室提供的掺铁铌酸锂晶体。晶体 1 的尺寸为 $9.41 \times 7.76 \times 6.10$ (mm) 掺铁量为 0.05wt-%, 晶体 2 的尺寸为 $10.22 \times 8.09 \times 1.55$ (mm) 掺铁量为 0.12wt-%, 折射率取为 $n_o = 2.3, n_e = 2.2$ 。用 $\lambda = 488.0$ nm 的 Ar^+ 激光, 分束后成为两束等强度的平行光。对于晶体 1, 让两光束分别垂直入射它的正面和侧面, 我们称之为邻面入射, 即在晶体中两写入光束的夹角为 90° , 因而 $\theta = 45^\circ$; 对于晶体 2, 采用不同的 θ 角对称入射的透射全息光路, 所有实验中形成的光栅矢量均平行于晶体光轴。实验装置见图 4。参考光束在水平及垂直方向的角度改变, 由分辨率为 0.002° 的扫描振镜 (General Scanning G120D) 在水平方向和垂直方向上分别扫描来完成。

实验中, 让每次记录的光栅的衍射效率都在 1% 左右, 然后停止记录, 用原参考光束分别在水平和垂直面内进行角度扫描, 同时监测其衍射效率。每记录和测量一次后, 将晶体置于 $200^\circ C$ 左右的烘箱中进行热擦除, 时间约为 4~ 6 h, 使晶体恢复到原来状态。

图 5 示出了两个不同光栅的衍射效率与振镜偏转角度的关系曲线。选择角取作曲线峰值两侧第一个衍射极小值之间的角度间隔; 或者在无法确定极小值时取衍射峰高度 (峰值减本底噪音) 的 10% 处曲线的宽度, 即 $10\% \eta_{max}$ 对应的角度间隔作为选择角。

根据耦合波理论^[1], 无倾斜的位相型透射光栅的水平选择角可表示为

$$\Delta\Theta = \frac{\lambda}{nds\sin\theta} \tag{5}$$

依据 (5) 式和折射定律可计算出空气中水平选择角的理论值 $\Delta\Theta_{理}$ 。将介质内水平选择角的理

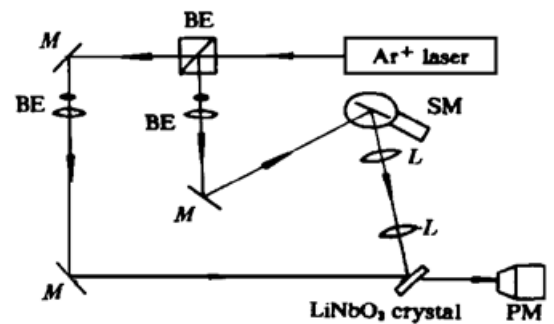


图 4 用于光栅记录和读出的实验装置

BS: 分束器; BE: 扩束器; M: 反射镜; SM: 扫描镜; L: 透镜; PM: 光功率计

Fig. 4 Experimental setup of grating recording and readout

BS: beam splitter; BE: beam expander; M: mirror; SM: scanning mirror; L: lens; PM: power meter

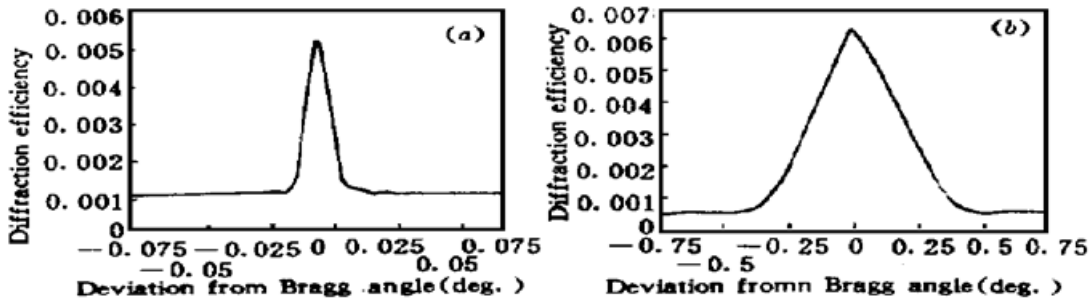


图 5 测得的角度选择性曲线(在 1 号晶体中以 $\theta = \pi/4$ 记录的光栅)

(a) 水平选择性; (b) 垂直选择性

Fig. 5 Recorded curve of angular selectivity for gratings recorded in crystal 1 ($\theta = 45^\circ$)

(a) vertical selectivity; (b) horizontal selectivity

论值代入(2)式,并由折射定律,即可推算出空气中垂直选择角的理论值 $\Delta\Theta_{理}$ 。两晶体几次测量的各选择角的平均值和根据公式计算的理论值均列于表 1。

表 1 水平选择角和垂直选择角在空气中的测量值及其理论值(单位:度)

Table 1 Measured and calculated values for horizontal and vertical selective angles in air (in degrees)

crystal	θ	measured $\Delta\Theta$	calculated $\Delta\Theta$	measured $\Delta\Phi$	calculated $\Delta\Phi$
1	45	0.022	0.007	1.0	1.9
2	48	0.098	0.075	8.0	8.7
2	62.5	0.11	0.091	5.0	7.3

2.2 简并线为双曲线的验证

当读出光束的扫描线偏离垂线一角度 δ 时,根据图 1 和图 3(a) 的几何关系,在简并线为双曲线的情况下,垂直选择角的两个半角宽(即图 5 或图 6 曲线峰值两侧的角宽) 应不相等。然而,若简并线为垂直线,在 $0 < \delta < 90^\circ$ 范围内,两半角宽应始终相等($\delta = 0$ 时,垂直选择角为无穷大)。

我们设计了专门的实验来证明上述分析的正确性。实验中,人为地让振镜在垂直面内分别向左右两个方向偏离一个小角度(大小不一定相等),测得衍射效率随振镜偏转角度的变化曲线如图 6 所示,图 6 曲线 a 表明峰值右侧半角宽大于左侧,而曲线 b 的左侧半角宽大于右侧。这充分说明简并线并非通常所认为的是垂直线,而是双曲线。

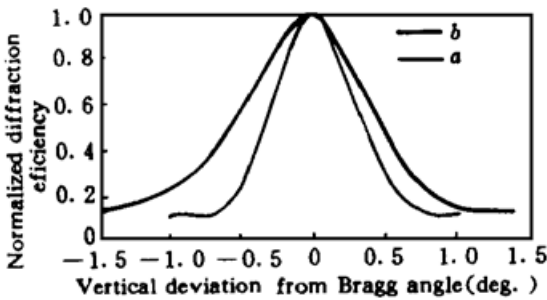


图 6 当读出点源略微偏离垂直线的情况下,光栅的垂直选择性曲线(晶体样品: 2 号)

Fig. 6 The vertical angular selectivity curves for gratings recorded in crystal 2, as readout point sources deviate from the vertical line

线如图 6 所示,图 6 曲线 a 表明峰值右侧半角宽大于左侧,而曲线 b 的左侧半角宽大于右侧。这充分说明简并线并非通常所认为的是垂直线,而是双曲线。

2.3 结果分析

从表 1 看出,选择角的测量结果与理论推算值有差异。其原因讨论如下。

2.3.1 水平选择角的测量值偏大

其原因有两点:

1) 公式(5)及(2)都是把入射光束看成无限大的平面波得到的,在本实验记录光栅时,光束

经光阑后直径大约为 3.0~ 4.5 mm。根据衍射理论,由光束有限大小引起的角度展宽为^[6]

$$2\alpha = 2\arcsin \frac{0.61\lambda}{a} \quad (6)$$

式中 a 为光束的半径。因此若将水平选择角的各测量值减去各自的角度展宽 2α (大约在 $0.01^\circ \sim 0.02^\circ$ 之间), 这样 $\Delta\Theta'_{\text{测}}$ 与其理论值就很接近了。例如, 对于表 1 中 $\theta = 48^\circ$ 的情况, 考虑光束角度展宽的影响后, 水平选择角约为 0.08° , 与其理论值就基本符合了; 衍射引起的角度展宽远小于垂直选择角, 因而对垂直选择角的影响可忽略不计。

2) 实验中, 我们先测垂直选择角, 后测水平选择角。由于光折变晶体中未固定的光栅在读出过程中经受擦除效应, 多次读出使衍射效率的峰值会降低, 相应地会使 $10\% \eta_{\text{max}}$ 值下移, 从而使测得的水平角偏大。

2.3.2 垂直选择角的测量值偏小

实验中, 振镜垂直安装时支架的垂直度不够精确, 使读出光束在垂直面内扫描时, 并非严格的垂线, 而是偏离垂线一微小角度 δ , 这样由图 1 和图 3(a) 的几何关系可知, 垂直选择角 $\Delta\Theta$ 将随 δ 的增大而非线性地减小。例如, 对于表 1 中的晶体 1, 只要垂直扫描线有 0.6° 左右的偏离, 即可使得 $\Delta\Theta'_{\text{测}}$ 从 1.9° 降至 1.0° 左右, 而且这种偏离越厉害, $\Delta\Theta'_{\text{测}}$ 与 $\Delta\Phi'_{\text{理}}$ 的差异就越大。实验中, 若能使 $\delta = 0$, 那么, $\Delta\Theta'_{\text{测}}$ 将增大, 这样测量值就会与理论值很好地相符。目前的实验条件虽然做不到使 δ 严格为零, 但图 5 和图 6 仍能说明这一点。

参 考 文 献

- 1 H. Kogelnik. Coupled-wave theory for thick hologram gratings. *Bell Syst. Tech. J.*, 1968, **48**: 2909~ 2947
- 2 M. Heaton, P. A. Mills, E. G. S. Paige *et al.*. Diffraction efficiency and angular selectivity of volume phase holograms recorded in photorefractive materials. *Optics Acta*, 1984, **31**: 885~ 901
- 3 S. Tao. Spatioangularly multiplexed holographic storage in photorefractive crystals. PhD dissertation. University of London, London UK 1993, 128~ 134
- 4 D. Psaltis, D. Brady, X-G. Gu *et al.*. Holography in artificial neural networks. *Nature*, 1990, **343**: 325 ~ 330
- 5 S. Tao, Z. H. Song, D. R. Selviah. Bragg-shift of holographic gratings in photorefractive Fe·LiNbO₃. *Opt. Commun.*, 1994, **108**: 144~ 152
- 6 母国光, 战元龄编. 光学. 北京: 人民教育出版社, 1979, 307

The Vertical Angular Selectivity and Grating Degeneracy of Volume Holographic Gratings

Yuan Quan Tao Shiquan Jiang Zhuqing Yang Xingchang

(Applied Physics Department, Beijing Polytechnic University, Beijing 100022)

Abstract The vertical angular selectivity of volume holographic gratings in photorefractive crystals is investigated theoretically and experimentally. The vertical selective angle and the shape of the grating degeneracy line are derived by using a simplified geometrical model relating the \mathbf{k} -vector sphere to the reference point plane. The study shows that volume gratings have finite selectivity in vertical direction, so that grating degeneracy does not occur along vertical lines.

Key words angular selectivity, grating degeneracy, multiple storage