

# 气体激光器圆柱形微波激励谐振腔的 微扰理论分析及其应用\*

徐国昌

(东南大学电子工程系 南京 210018)

**提要** 导出了工作于  $TM_{010}$  模的圆柱形微波等离子体腔中等离子体与腔谐振频率关系的精确解析式和微扰近似公式, 比较结果表明: 在微波激励低气压气体激光器中微扰理论可相当精确地分析微波等离子体对腔的扰动效应。给出了消除等离子体与管壳的扰动引起的腔失谐的方法, 从而在气体激光器中成功地形成了稳定与均匀的微波等离子体和稳定的激光输出。用微扰理论使此腔又具有测量等离子体电子密度和管壳微波介电常数的功能。

**关键词** 气体激光器, 微波激励谐振腔, 微扰理论

## 1 引言

近几年来气体激光器由于采用了微波激励技术得到了令人瞩目的新发展<sup>[1-3]</sup>。微波激励等离子体产生激光的优点为电子碰撞截面大、电子密度高和电光转换效率高, 又是一种性能最好的放电(消除了直流放电的寄生振荡、低噪声等), 可望在大功率、高效率和高光束质量上有新的突破。

该新型激光器的微波激励谐振腔有圆柱形或矩形结构等<sup>[4-6]</sup>, 腔中包含有微波等离子体与管壳, 谐振腔呈现不规则, 等离子体具有复介电常数, 因此腔内电磁场分布变得相当复杂, 难以进行理论分析。等离子体与管壳对电磁场的“扰动”, 导致了微波等离子体及其产生激光的不均匀性与不稳定性, 这已成为微波激励气体激光器迅速发展的一大难点。它是交叉学科的前沿课题, 并且低气压等离子体稳定性研究和参数测量也是等离子体物理学的重大前沿课题<sup>[7]</sup>, 但这方面的研究甚少<sup>[8,9]</sup>, 其精确的理论实验研究工作亟待开展。

本文根据微波微扰理论设计了独特的谐振腔结构, 使得气体激光管引入后仍然可用微扰理论进行电磁场的特性分析。文中导出了工作于  $TM_{010}$  模的圆柱形微波激励谐振腔中等离子体与腔谐振频率关系的精确解析式和微扰近似公式, 对精确解和微扰近似解进行了比较分析, 给出了研究等离子体扰动效应的微扰理论适用范围, 该研究结果未见文献报道。计算了管壳扰动引起的腔谐振频率漂移, 理论值与实验吻合。在此基础上, 借助宽范围谐振频率调节机构能够完全补偿与消除微波等离子体与管壳引起的腔的失谐及微波电磁场模式之间的相互干扰,

\* 国家自然科学基金资助项目。

从而在气体激光管中成功地形成了均匀与稳定的微波等离子体和稳定的激光输出。用微波微扰理论,使本腔又具有二种功能:(1)测量不同工作气体的微波等离子体的电子密度;(2)测量不同管壳的微波介电常数。最后描述了稳定的激光输出与谐振腔微波入射功率的关系曲线。

## 2 理论研究

形状不规则的微波谐振腔内的电磁场严格求解是很困难的。但是,当谐振腔的结构设计合理,引入物体的体积较小或者介电常数变化较小时,可以应用微扰理论。由于谐振腔有无限多个振荡模式,多模振荡使腔内场分布复杂化,而无法获得均匀稳定的微波放电和稳定激光输出。本文设计了独特的组合式圆柱形微波等离子体谐振腔(见图1)。腔仅工作于 $TM_{010}$ 模,该模式的特点为场分量只有 $E_z$ 和 $H_\phi$ ,轴向电场强度 $E_z$ 或微波电场能量主要集中在腔轴附近,在轴线上为最大值 $E_m$ ;角向磁场强度 $H_\phi$ 集中在腔壁附近,在轴线上为零。气体激光管管轴置于腔轴上,当其管径远小于腔内径时,则可认为管内电场相同并等于 $E_m$ ,由于管子截面恰好处于电场能集中的区域,微波能仍然能以较高的比率沉积到气体放电中,从而获得均匀和强的的微波放电并可以进行微扰理论分析。

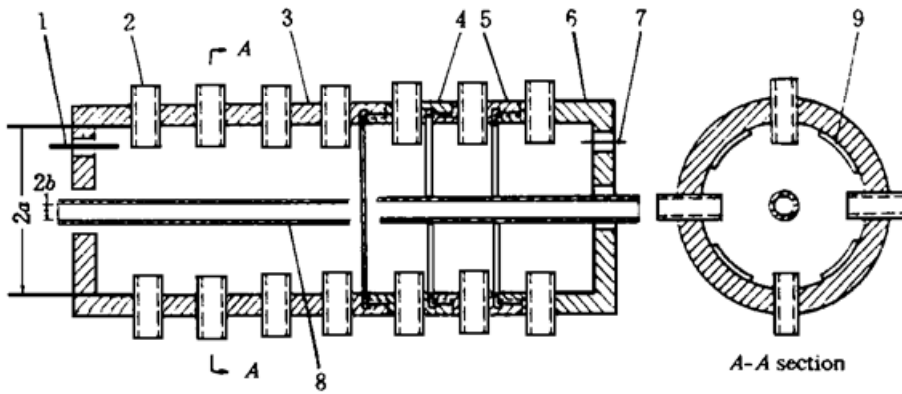


图1 组合式圆柱形多功能微波激励谐振腔( $TM_{010}$ 模)示意图

- 1: 可调耦合探针; 2: 调谐螺钉; 3: 主腔体; 4, 5: 可拆卸腔体;  
6: 主腔体; 7: 接晶体检波器; 8: 气体激光器; 9: 可拆卸金属脊

Fig. 1 Schematic diagram of the assembled cylindrical microwave excited cavity ( $TM_{010}$  mode) with multifunction

- 1: Adjustable coupling probe; 2: Turning screw; 3: Main cavity; 4, 5: Disassembled cavity;  
6: Main cavity; 7: Coupling to the crystal receiver; 8: Gas laser; 9: Disassembled metal spine

### 2.1 微波等离子体腔 $TM_{010}$ 模谐振频率精确解析式

当置于腔轴上的气体激光管放电时,其结构理论上可看作是一段两端短路的长度为 $L$ ,均匀和各向同性的有损等离子体圆波导。若管壳较薄,该微波等离子体腔由三个部分组成:(1)微波等离子体区 $r \leq b$ , (2)自由空间区 $b \leq r \leq a$ , (3)外导电层 $r = a$ 。其中 $2b$ 为激光管管壳内径, $2a$ 为谐振腔内径。

各向同性、均匀有损微波等离子体具有复介电常数<sup>[10]</sup>

$$\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} \left[ 1 + j \frac{\nu}{\omega} \right] \quad (1)$$

式中 $\nu$ 是引起动量交换的电子碰撞频率, $\omega$ 是腔的谐振频率,等离子体频率 $\omega_p$ 为

$$\omega_p^2 = \frac{n_e e^2}{m \epsilon_0} \quad (2)$$

其中  $\epsilon_0$  是空气介电常数,  $n_e$  是电子密度。

由电磁场理论我们导出了微波等离子体谐振腔  $TM_{010}$  模的特征方程为

$$E_z = E_0 J_0(k\epsilon^{1/2}r) \quad 0 \leq r \leq b \quad (3a)$$

$$E_z = A J_0(kr) + B N_0(kr) \quad b \leq r \leq a \quad (3b)$$

式中  $k\epsilon^{1/2}$  是电磁波在等离子体中的复传播常数, 波数  $k = \omega/c$ 。

轴向电场强度  $E_z$  及它的导数在  $r = b$  处必须连续, 在  $r = a$  处必须为零, 则可导出微波等离子体腔  $TM_{010}$  模的谐振频率的精确解析表达式

$$\frac{[-N_0(ka)J_0(kb)/J_0(ka)] + N_0(kb)}{[-N_0(ka)J_1(kb)/J_0(ka)] + N_1(kb)} = \frac{J_0(k\epsilon^{1/2}b)}{\epsilon^{1/2}J_1(k\epsilon^{1/2}b)} \quad (4)$$

式中  $J_0, N_0, J_1$  和  $N_1$  是序数分别为 0 和 1 的第 1 类和第 2 类贝塞尔函数。

## 2.2 微扰近似公式

等离子体可看成是一种特殊介质, 由于等离子体体积  $\tau_p$  和管壳体积  $\tau_c$  皆远小于谐振腔体积  $V$ , 因此可以用微波微扰理论分析计算它们引起的腔谐振频率的漂移<sup>[11]</sup>

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = - \frac{\int (P^* \cdot E_0 + M^* \cdot B_0) dV}{4U_0} \quad (5)$$

式中  $E_0, B_0$  和  $\omega_0$  是未受微扰时腔的场强和谐振频率。 $P$  和  $M$  是电极化强度和磁化强度。腔中时间平均贮能  $U_a$  为<sup>[12]</sup>

$$U_a = \frac{1}{2} \pi \epsilon_0 L E_m^2 a^2 J_1^2(\chi_{01}) \quad (6)$$

式中  $\chi_{01}$  是  $J_0(r) = 0$  的第一个根。

由于置于腔轴上的激光管管径远小于谐振腔内径, 可近似认为在等离子体与管壳中的磁场为零, 而电场处处相同, 其值为轴电场强度  $E_m$ 。此外, 考虑到激光管是沿轴线方向放置, 故  $P = (\epsilon - \epsilon_0) E_m$ <sup>[11]</sup>, 于是(5)式可简化为

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = - \frac{\int (\epsilon - \epsilon_0) E_m^2 dV}{2\pi \epsilon_0 L E_m^2 a^2 J_1^2(\chi_{01})} \quad (7)$$

对于较大截面激光管, 应按  $TM_{010}$  模电场强度的轴向分布函数进行积分, 求出平均场强  $E_a$ , 置于腔轴上的激光管内电场仍看成处处相同, 其值为  $E_a$ , 则上述微扰理论分析仍可适用。

### 2.2.1 微波等离子体引起腔的谐振频率的漂移

由于微波等离子体中的电场是近似均匀分布, 因此由(1)式可得其介电常数的变化量为

$$\Delta\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r - \epsilon_0 = - \epsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + \nu^2} (1 + j \frac{\nu}{\omega}) \quad (8)$$

将(8)式代入(7)式则得

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{(b/a)^2 \omega_p^2}{2J_1^2(2.405) (\omega^2 + \nu^2)} (1 + j \frac{\nu}{\omega}) \quad (9)$$

(9)式可用于分析计算不同激光工作气体微波等离子体引起的谐振频率的漂移。由于微波等离子体的介电常数始终小于 1, 所以  $\Delta\epsilon$  是负值, 等离子体使得腔的谐振频率增加。

对于低气压工作气体, 通常有  $\nu/\omega \ll 1$ , 则(9)式简化为

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{(b/a)^2 (\omega_p/\omega)^2}{2J_1^2(2.405)} \quad (10)$$

由此可见,低气压微波等离子体引起的腔的谐振频率的漂移量与  $(\omega_p/\omega)^2$  成线性关系,如图 2

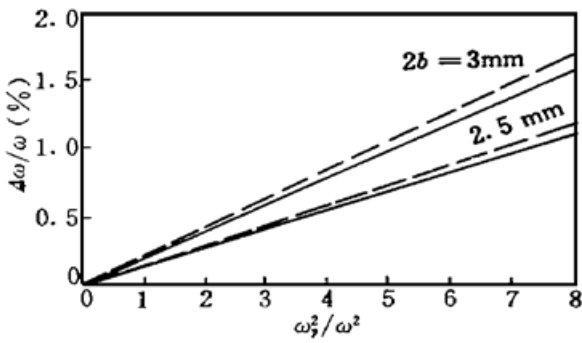


图 2  $TM_{010}$  模  $\Delta\omega/\omega$  与归一化等离子体密度的关系

实线 —— (4) 式,虚线 —— (10) 式,  
 $2a = 88.2 \text{ mm}, \nu/\omega \ll 1$

Fig. 2  $\Delta\omega/\omega$  as a function of the normalized plasma density for the  $TM_{010}$  mode. The dashed curve is calculated from a perturbation formula Eq. (10) and the solid curve results from an exact formula Eq. (4) for  $2a = 88.2 \text{ mm}$  and  $\nu/\omega \ll 1$

虚线所示。本文实验测量表明,低气压微波等离子体引起腔的谐振频率的漂移量一般小于 1%,因此由图 2 得到一个有重要应用价值的新结果:对于低气压微波激励气体激光器,当  $b/a \ll 1$  时,用微扰近似公式(10)可以相当精确地分析微波等离子体引起的腔的谐振频率漂移,其误差小于 5%。

### 2.2.2 管壳介质引起的腔的谐振频率的漂移

由(7)式可推导出管壳介质引起的腔的谐振频率漂移的微扰近似公式

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = -0.46 \frac{(\epsilon_g/\epsilon_0 - 1)(d_1^2 - d_2^2)}{a^2} \quad (11)$$

式中  $\epsilon_g$  是管壳介质的介电常数,  $d_1$  和  $d_2$  分别是管壳的外径和内径。显然,与等离子体相反,管壳介质使得微波谐振腔的谐振频率降低,其值取决于管壳材料、尺寸及腔的内径。

值得指出的是,通过精确测量腔的谐振频率的漂移量,利用(9),(10),(11)与(2)式反过来又可以精确求得微波激励气体激光器的重要参数:电子密度和管壳的微波介电常数。

## 3 理论和实验结果比较和分析

图 1 中组合式圆柱形谐振腔是用可拆卸的多节腔体连接成以便改变腔长。腔的内径为  $\phi 88.2 \text{ mm}$ , He-Ne 激光管的内外径分别为  $\phi 2.5$  和  $\phi 9.4 \text{ mm}$ , 玻管材料介电系数  $\epsilon_g$  为 4.5。腔壁上四排精密调谐螺钉 2 对称分布。腔的内壁上的金属脊 9 是用于扩大腔的谐振频率调谐范围,旨在对不同气体成分、压力与不同管壳的气体激光管都能进行  $TM_{010}$  模式的微波激励。微波激励频率为 2458 MHz,通过可调耦合探针 1 输入谐振腔。

调节全部调谐螺钉使端面与谐振腔内壁表面平齐,可调耦合探针 1 接 XB<sub>7</sub> 微波信号发生器,探针 7 接晶体检波器,其检出信号由选频放大器指示。调节微波信号频率,当选频放大器指示最大时则为某一模式的谐振频率,两种腔长的空腔谐振频率的测量值如表 1 所示。

表 1 空腔谐振频率

Table 1 Resonant frequency of the empty cavity

Cavity	1			2		
Resonant frequency (MHz)	2606	2661	2843	2608	2692	2916
Mode	$TM_{010}$	$TM_{011}$	$TM_{012}$	$TM_{010}$	$TM_{011}$	$TM_{012}$

由表 1 可知,当腔长改变时,各个模式的谐振频率发生了不同程度的改变,只有谐振频率为 2606 MHz 的基本不变,因为  $TM_{010}$  模的谐振波长等于圆波导中  $TM_{01}$  模的截止波长,与腔长  $L$  无关,由此可以正确断定它是  $TM_{010}$  模。

激光管管壳插入腔后,使原工作于某一模式的空腔失谐,选频放大器指示值迅速下跌,调节微波信号频率进行跟踪,可测得含管壳(激光管未放电)时该模式的谐振频率与  $\Delta\omega$ 。冷测表

明,空腔的各模式谐振频率都因管壳微扰产生了显著的频率漂移,使模式之间相互混淆不清,由表 1 已知,其它干扰模式的谐振频率与  $TM_{010}$  模相差较大,易鉴别。跟踪  $TM_{010}$  模的关键是排除  $TM_{011}$  模。表 2 列出  $TM_{010}$  与  $TM_{011}$  两种模式因玻壳介质引起的谐振频率漂移的实验值。

表 2 玻管引起的谐振频率漂移量

Table 2 The shift in resonant frequency by a glass tube

Cavity 1			Cavity 2			Mode
Resonant frequency (MHz)	Shift in resonant frequency (%)		Resonant frequency (MHz)	Shift in resonant frequency (%)		
Empty cavity	Cavity containing a glass tube		Empty cavity	Cavity containing a glass tube		
2606	2448	- 6.06	2608	2450	- 6.09	$TM_{010}$
2661	2492	- 6.35	2692	2526	- 6.17	$TM_{011}$

由(11)式算得的  $\Delta\omega/\omega_0$  理论值为 - 6.79%, 它与表 2 中实验值基本相符,误差不大于 12%。误差是由于理论计算时管壳截面的电场强度都按腔轴上最大电场强度  $E_m$  计算,故而偏高。显然,管壳外径越小,则理论值与实验值误差越小。该误差可借助于金属脊与调谐螺钉予以完全补偿。

使含管壳的谐振腔仅工作于  $TM_{010}$  模,由磁控管产生的微波能经可调耦合探针 1 输入腔内。实验结果表明,管壳内工作气体击穿瞬时微波谐振腔的最佳调谐并不对应于微波放电时的最佳调谐,这是由于微波等离子体引起腔的谐振频率的漂移造成的。漂移量测法之一为:在选频放大器监视下,两种最佳调谐时磁控管振荡频率改变量。虽然与管壳介质相比其漂移量较小,但仍然会导致微波输入功率的显著下降以及微波放电的不稳定性和不均匀性。图 3 为微波等离子体引起的  $TM_{010}$  模的  $\Delta\omega/\omega_0$  随腔的微波输入功率变化的实验曲线。这在物理上可如下解释,随着腔的微波输入功率增大,激光器中气体放电的电子密度升高,因此微波等离子体对腔的“扰动”效应增强。

微波等离子体引起的腔的失谐可借助于精密调谐螺钉予以补偿与消除。

无论是圆柱形谐振腔或其它结构形状的微波激励谐振腔内,微波等离子体和管壳介质都会引起微波等离子体腔的谐振频率失谐,使微波入射功率显著减小,反射功率增大,导致微波

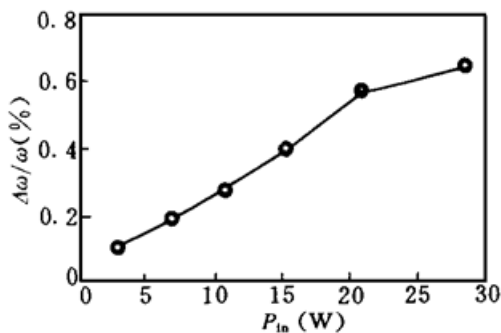


图 3 微波等离子体引起的  $TM_{010}$  模的  $\Delta\omega/\omega_0$  与谐振腔微波输入功率的关系

Fig. 3  $\Delta\omega/\omega_0$  for  $TM_{010}$  mode caused by microwave plasma versus the microwave input power into the cavity

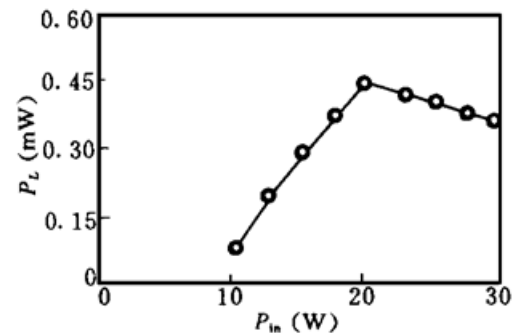


图 4 激光输出功率与腔微波输入功率的关系  
Fig. 4 Dependence of the output power of the laser on the microwave input power into the cavity

等离子体及其产生激光的不稳定性和不均匀性。严重时会发生局部乃至全部区域放电熄灭。

因此,气体激光器的微波激励谐振腔的设计与一般微波谐振腔有重要的区别。本文用微扰理论充分考虑了微波等离子体与管壳介质的“扰动”,设计的组合式圆柱形多功能微波激励谐振腔与文献[5]相比较,在原理与结构上有了很大革新,在性能上有了显著提高。用本腔成功地获得了均匀与稳定的微波等离子体与稳定的激光输出。图4给出了He-Ne工作物质的激光输出与微波输入功率的关系。需要指出的是,2.45 GHz不是He-Ne工作物质最佳微波激励频率,这方面的深入研究将另外撰文报道。

致谢 作者感谢复旦大学李富铭教授的指教与鼓励及曹世昌教授的指导与帮助。

### 参 考 文 献

- 1 Horst Seunik, Hans Krueger. Gas laser having microwave excitation. Date of U. S. Patent, Jan. 22, 1991
- 2 S Grudszus, M Marz. Influence of gas dissociation and Xenon addition on steady-state microwave-excited CO<sub>2</sub> laser discharges. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1993, **26**: 1980~ 1986
- 3 D. A. Andrews, T. A. King. UHF excitation of helium-neon lasers. *J. Phys. D: Appl. Phys.*, 1989, **22**: 1308
- 4 B. Freisinger, J. H. Schafer, J. Unhlenbusch *et al.*. Microwave excited CO<sub>2</sub> lasers. *SPIE*, 1989, **1132**: 22
- 5 Janny Bramley. Microwave-pumped atomic gas laser. Date of U. S. Patent, Oct. 24, 1989
- 6 V. N. Slinko, A. S. Sulakshin, S. S. Sulakshin. Efficient stimulated emission from a microwave-pumped XeCl laser. *Sov. J. Quant. Electr.*, 1988, **18**: 186~ 187
- 7 国家自然科学基金委员会. 等离子体物理学. 北京: 科学出版社, 1994, 132~ 138
- 8 Bielesch U., Budde M., Fischbach M. *et al.*. Multikilowatt CO<sub>2</sub> laser system excited by microwaves. *Laser und Optoelektronik*, 1992, **24**: 68~ 75
- 9 Ya. N. Muller, V. A. Khrustalev. Determination of unsaturated gain of an He-Ne laser with transverse microwave pumping. *Sov. J. Quant. Electr.*, 1981, **11**: 401~ 402
- 10 Richard D. Gill. Plasma Physics and Nuclear Fusion Research. London: Academic, 1981, 46~ 48
- 11 Curtis C. Johnson. Field and Wave Electrodynamics. New York: Mc Graw-Hill, 1965, 229~ 231
- 12 Om P. Gandhi. Microwave Engineering and Applications. New York: Pergamon, 1981, 253~ 254

## Theoretical Perturbation Analysis and Its Application to the Cylindrical Microwave Excited Resonant Cavity of Gas Lasers

Xu Guochang

(Department of Electron Engineering, Southeast University, Nanjing 210018)

**Abstract** An analytical expression and a perturbation formula for the cavity resonant frequency dependence upon plasma are derived for the cylindrical TM<sub>010</sub>-microwave plasma cavity. A comparison between the exact and the approximate solutions showed that the perturbation theory can be used accurately to analyze the perturbing effect on the cavity resonant frequency caused by microwave plasma in low-pressure microwave excited gas lasers. A new method is proposed to prevent the detuning of the cavity from the perturbation of the plasma and the glass tube, so that a uniform and steady-state microwave plasma is successfully formed and the stable laser output is also obtained. The electron density and microwave dielectric constant of the tube material can be measured by the perturbation approach.

**Key words** gas laser, microwave excited resonant cavity, perturbation theory