

# RF 激励 CO<sub>2</sub> 激光器中的阻抗匹配分析

王又青 安承武 李再光

(华中理工大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

**提要** 根据传输线中高频电磁波的传播理论及网络理论分析了射频(RF)激励 CO<sub>2</sub> 激光器中的阻抗匹配问题, 获得了等效阻抗匹配网络的设计方法及计算有关参数的普遍表达式。这一结果同样适用于其它高频激励 CO<sub>2</sub> 激光器的阻抗匹配网络的参数计算。

**关键词** 阻抗匹配, RF 激励, CO<sub>2</sub> 激光器

## 1 引言

自 80 年代初以来, 射频(RF)激励高功率 CO<sub>2</sub> 激光器的技术得到了飞速发展, 尤其是对长寿命、结构紧凑的扩散冷却 CO<sub>2</sub> 激光器, RF 激励更易于实现大面积均匀放电, 因而更加受到人们的重视。

RF 主要是指在 10~ 200 MHz 范围内的无线电电磁波、高频电磁波的传输是一个波过程, 在不同阻抗的界面之间会产生反射。为了使 RF 功率有效地注入到负载中, 必须采用阻抗匹配技术。目前市场上的大功率 RF 电源, 其阻抗  $Z_1$  一般为 50  $\Omega$  (或 75  $\Omega$ ), 只有当负载阻抗  $Z_2$  与  $Z_1$  相匹配时, 负载上得到的功率才能达到最大。但实际上, 对激光器放电室来说, 其负载阻抗与腔体结构、工作气体气压及放电状态等均有很大关系, 通常可视为一个阻容性负载, 一般需要采用一个匹配网络来实现负载的阻抗转换, 达到与 RF 源之间的阻抗匹配。现在国内外虽有许多 RF 激励千瓦级 CO<sub>2</sub> 激光器的有关报道<sup>[1~4]</sup>, 但没给出关于阻抗匹配网络参数的理论设计与分析。本文从电磁波传播理论出发得到了高频电磁波传输过程中的等效阻抗匹配网络的设计与计算方法, 并在此基础上用网络理论推导出了更为一般的匹配网络参数的计算公式, 从而使阻抗匹配更加简便, 对实际研究工作有帮助。

## 2 传输线中 RF 电磁波的传输

对图 1(a) 所示的传输线, 射频电压和电流均以波动形式向前传播, 为方便起见, 取  $z$  轴方向与电磁波的传播方向相反, 并取传输线上某参考点为  $z = 0$ , 其等效电路如图 1(b) 所示。那么, 传输线上任意一点  $z$  处的电压和电流满足下式<sup>[5]</sup>

$$\begin{cases} dU = (R_{01}dz + j\omega L_{01}dz)I \\ dI = (G_{01}dz + j\omega C_{01}dz)U \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} dU/dz = Z_{01}I \\ dI/dz = Y_{01}U \end{cases} \quad (1)$$

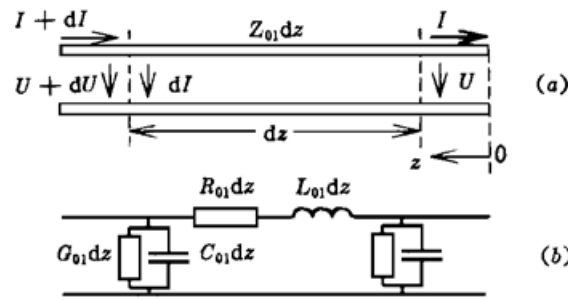


图 1 (a) 实际的射频传输线; (b) 射频传输线的等效电路

Fig. 1 (a) The real RF transmission line; (b) The equivalent circuit of the RF transmission line

其通解为

$$\begin{cases} U = ae^{\gamma z} + be^{-\gamma z} \\ I = \frac{1}{Z_0}(ae^{\gamma z} - be^{-\gamma z}) \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\begin{cases} \gamma = \sqrt{Z_{01}Y_{01}} = \sqrt{(R_{01} + j\omega L_{01})(G_{01} + j\omega C_{01})} = \alpha + j\beta \\ Z_0 = \frac{Z_{01}}{\gamma} = \sqrt{\frac{Z_{01}}{Y_{01}}} = \sqrt{\frac{R_{01} + j\omega L_{01}}{G_{01} + j\omega C_{01}}} \end{cases}$ ,  $\gamma$  为传播常数,  $\alpha$  为衰减常

数,  $\beta$  为相位常数,  $Z_0$  为传输线特征阻抗,  $Z_{01}, Y_{01}$  分别为单位长度上的串联阻抗和并联导纳。

设  $z = 0$  处的电压和电流分别为  $U_2$  和  $I_2$ , 则有

$$\begin{cases} U_2 = a + b \\ I_2 = \frac{1}{Z_0}(a - b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{2}(U_2 + I_2 Z_0) \\ b = \frac{1}{2}(U_2 - I_2 Z_0) \end{cases} \quad (3)$$

代入(2)得

$$\begin{cases} U = U_2 \cdot \text{ch}\gamma z + I_2 \cdot Z_0 \text{sh}\gamma z \\ I = \frac{U_2}{Z_0} \cdot \text{sh}\gamma z + I_2 \cdot \text{ch}\gamma z \end{cases} \quad (4)$$

对理想传输线,  $\alpha = 0, \gamma = j\beta$ , 于是(4)式可由下面矩阵方程表示

$$\begin{bmatrix} U \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\beta z & jZ_0 \sin\beta z \\ j\frac{\sin\beta z}{Z_0} & \cos\beta z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

无耗情况下,  $R_{01} = 0, G_{01} = 0$ , 故有

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_{01}}{C_{01}}} \quad \beta = \omega \sqrt{L_{01}C_{01}} = \frac{\omega}{V_p} = \frac{2\pi f}{V_p} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

这里,  $V_p = \frac{1}{\sqrt{L_{01}C_{01}}}$  为波的相速度,  $\lambda$  为波长。令  $\frac{U_2}{I_2} = Z_2$  为  $z = 0$  处的阻抗,  $Z_2$  即是后接传输

线的入端阻抗, 若参考点  $z = 0$  处接负载, 则  $Z_2$  即是负载阻抗, 那么, 传输线上任意一点看向负载的阻抗为

$$Z(z) = \frac{U}{I} = Z_0 \frac{Z_2 + jZ_0 \text{tg}\beta z}{Z_0 + jZ_2 \text{tg}\beta z} = Z_{in} \quad (6)$$

可见, 当  $z = \lambda/4$  (或  $\lambda/4$  的奇数倍) 时, 有

$$z(\lambda/4) = Z_0^2/Z_2 \tag{7}$$

(7) 式表明, 如在负载  $Z_2$  前接入一段长度为  $\lambda/4$ , 特征阻抗为  $Z_0$  传输线, 即能将  $Z_2$  转换成  $Z(\lambda/4)$ 。

### 3 阻抗匹配及其等效网络

对于 RF 功率源, 其源阻抗  $Z_s$  一般都设计为  $50 \Omega$  (或  $75 \Omega$ ), 并通过相应特征阻抗  $Z_0 = Z_s$  的传输线将电功率传递到负载  $Z_2$  上。这时从 RF 源输出端看向负载的阻抗可由(6)式求得, 此时, RF 源的输出功率为<sup>[5]</sup>

$$P_{out} = \text{Re}(U_0 \cdot I_0^*) = \text{Re} \left[ U_0 \frac{Z_{in}}{Z_s + Z_{in}} \cdot \left[ \frac{U_0}{Z_s + Z_{in}} \right]^* \right] = \text{Re} \left[ \left| \frac{U_0}{Z_s + Z_{in}} \right|^2 \cdot Z_{in} \right] \tag{8}$$

其中  $U_0, I_0$  为 RF 源电压与输出电流的有效值。从(8)式可得当输出功率达到最大时, 应满足下式

$$Z_s = Z_{in}^* \tag{9}$$

即有

$$\left[ \frac{Z_2 + jZ_0 \tan \beta z}{Z_0 + jZ_2 \tan \beta z} \right]^* = 1$$

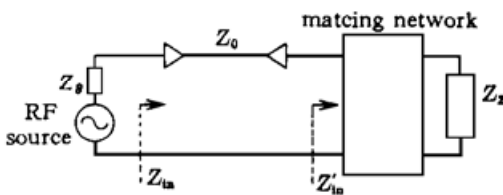


图 2 射频功率传输与阻抗匹配方框图

Fig. 2 The block diagram of RF power transmission and impedance matching

要使(9)式成立, 就必须有  $Z_2 = Z_0$ 。但实际上负载阻抗不可能正好为  $Z_0$ , 因此必须在传输线  $Z_0$  与负载  $Z_2$  之间引入一个匹配网络来进行阻抗转换, 使从匹配网络前看向负载的阻抗  $Z'_{in}$  刚好等于  $Z_0$ , 这样才能保证在 RF 功率源输出端得到最大的传输效率。如果传输线是无损的, 那么这时在负载端也就能得到最大功率。如图 2 所示。

为方便起见, 我们下面先来讨论一下纯阻性负载时的情况, 即  $Z_2 = R_L$ 。

由(7)式可知, 只要在  $Z_0$  传输线与负载  $R_L$  之间引入一段长  $\lambda/4$ , 特征阻抗  $Z'_0$  满足  $Z'_0 = \sqrt{Z_0 R_L}$  的传输线时, 就能将负载  $R_L$  转换成  $Z_0$  值, 从而与  $Z_0$  传输线形成匹配。此时由(5)式即可得该匹配传输线相应的系数矩阵为

$$[A]_a = \begin{bmatrix} 0 & jZ'_0 \\ j\frac{1}{Z'_0} & 0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

由于负载是各不相同的, 因此没有现存的特征阻抗为  $Z'_0$  的传输线可供选择使用。这就需要设计一个集中参数网络来等效这段  $\lambda/4$  长度的匹配传输线, 如图 3 所示。对于图 3 所示的四端  $\pi$  形网络, 其矩阵方程为<sup>[6]</sup>

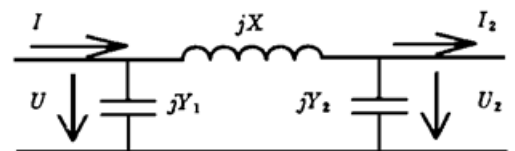


图 3  $\pi$ -形阻抗匹配网络

Fig. 3 The  $\pi$ -shaped impedance matching network

$$\begin{bmatrix} U \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - Y_2 X & jX \\ j[Y_1 + Y_2(1 - Y_1 X)] & 1 - Y_1 X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{11}$$

其系数矩阵为

$$[A]_b = \begin{bmatrix} 1 - Y_2X & jX \\ j[Y_1 + Y_2(1 - Y_1X)] & 1 - Y_1X \end{bmatrix} \quad (12)$$

要使图 3 所示的四端  $\pi$  形网络与长度为  $\lambda/4$ , 特征阻抗为  $Z'_0$  的无耗均匀传输线等效, 就必须满足下式

$$[A]_a = [A]_b$$

比较(10), (12)式即有

$$\begin{cases} 1 - Y_2X = 0 \\ 1 - Y_1X = 0 \\ X = Z'_0 \\ Y_1 + Y_2(1 - Y_1X) = 1/Z'_0 \end{cases} \quad (13)$$

解得有关网络参数为

$$\begin{cases} Y_1 = Y_2 = 1/Z'_0 \\ X = Z'_0 \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} L = \frac{X}{\omega} = \frac{\sqrt{Z_0 R_L}}{\omega} \\ C_1 = C_2 = \frac{Y_1}{\omega} = \frac{1}{\omega \sqrt{Z_0 R_L}} \end{cases} \quad (14)$$

此时, 输入匹配网络的有功功率为

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re}(U \cdot I^*) = \operatorname{Re} \left[ (jZ'_0 I_2) \left( j \frac{1}{Z'_0} U_2 \right)^* \right] \\ &= \operatorname{Re}(I_2 \cdot U_2^*) = P_2 \end{aligned}$$

即该匹配网络将负载  $R_L$  转换成了  $Z_0$ , 并且有功功率的传递效率为 100%, 从而与 RF 源实现了阻抗匹配。由(14)式可知, 回路参数  $L, C_1, C_2$  与  $R_L$  及角频率有关。

从上面分析可知, 当  $R_L$  改变时,  $Z'_{in}$  随之改变(即  $Z'_{in}$  不再为  $Z_0$ ), 此时  $L, C_1, C_2$  均应相应改变以达到新的匹配状态。由于这三个参数均需同时调整以满足特定条件, 因此上述匹配方式使用起来不太方便。

## 4 实用阻抗匹配网络

由(5), (11)式知, 图 3 所示的  $\pi$  形网络具有和匹配传输线相类似的矩阵方程, 因此我们仍在图 3 的基础上进行分析。其入端阻抗为

$$\begin{aligned} Z'_{in} &= \frac{U}{I} = \frac{(1 - Y_2X)U_2 + jXI_2}{j[Y_1 + Y_2(1 - Y_1X)]U_2 + (1 - Y_1X)I_2} \\ &= \frac{(1 - Y_2X)R_L + jX}{(1 - Y_1X) + jR_L[Y_1 + Y_2(1 - Y_1X)]} \\ &= \operatorname{Re}(Z'_{in}) + j\operatorname{Im}(Z'_{in}) \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(Z'_{in}) = \frac{R_L}{A^2 + R_L^2 B^2} \\ \operatorname{Im}(Z'_{in}) = \frac{XA - R_L^2 \cdot \frac{1 - BX}{A} \cdot B}{A^2 + R_L^2 B^2} \end{cases} \quad (16)$$

这里

$$\begin{cases} A = 1 - XY_1 \\ B = Y_1 + Y_2A \end{cases} \quad (17)$$

要满足匹配条件, 应有下式成立

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(Z'_{in}) = Z_0 \\ \operatorname{Im}(Z'_{in}) = 0 \end{cases} \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} \frac{R_L}{Z_0} = A^2 + R_L^2 B^2 \\ XA = R_L^2 \cdot \frac{1 - BX}{A} \cdot B \end{cases} \quad (18)$$

解得

$$\begin{cases} A^2 = \frac{Z_0 R_L - X^2}{Z_0^2} \\ B = \frac{X}{Z_0 R_L} \end{cases} \quad (19)$$

当  $X > \sqrt{Z_0 R_L}$  时,  $A^2 < 0$ , 即  $A$  为虚数, 这时得到的匹配网络虽然也能将负载  $R_L$  转换成  $Z_0$ , 但网络内部有有功损耗, 降低了负载上的有功功率, 而且  $X$  越大, 内部损耗越大, 因此这里不予考虑。

当  $X \leq \sqrt{Z_0 R_L}$  时, 有

$$A = \pm \frac{\sqrt{Z_0 R_L - X^2}}{Z_0} \quad (20)$$

则

$$\begin{cases} C_1 = \frac{Y_1}{\omega} = \frac{1}{\omega X} (1 - A) = \frac{1}{\omega X} \left[ 1 \mp \frac{\sqrt{Z_0 R_L - X^2}}{Z_0} \right] \\ C_2 = \frac{Y_2}{\omega} = \frac{1}{\omega X} \left[ 1 - \frac{Z_0}{R_L} \cdot A \right] = \frac{1}{\omega X} \left[ 1 \mp \frac{\sqrt{Z_0 R_L - X^2}}{R_L} \right] \end{cases} \quad (21)$$

由  $Y_1 > 0, Y_2 > 0$  得感抗  $X$  的取值范围为

$$\begin{cases} \sqrt{Z_0(R_L - Z_0)} < X \leq \sqrt{Z_0 R_L} & (R_L > Z_0) \\ \sqrt{R_L(Z_0 - R_L)} < X \leq \sqrt{Z_0 R_L} & (R_L < Z_0) \end{cases} \quad (22)$$

此时其系数矩阵为

$$[A]_b = \begin{bmatrix} \pm \frac{\sqrt{Z_0 R_L - X^2}}{R_L} & jX \\ j \frac{X}{Z_0 R_L} & \pm \frac{\sqrt{Z_0 R_L - X^2}}{Z_0} \end{bmatrix}$$

不难证明, 输入匹配网络的有功功率为

$$\begin{aligned} P &= \operatorname{Re}(U \cdot I^*) \\ &= \operatorname{Re}\{[(1 - XY_2)U_2 + jXI_2][(1 - XY_1)I_2 + jY_1 + jY_2(1 - XY_1)U_2]^*\} \\ &= \operatorname{Re}\{(1 - XY_1)(1 - XY_2)U_2 \cdot I_2^* + X[Y_1 + Y_2(1 - XY_1)]I_2 \cdot U_2^*\} \\ &= (1 - XY_1)(1 - XY_2) \cdot \operatorname{Re}(U_2 \cdot I_2^*) + X[Y_1 + Y_2(1 - XY_1)] \cdot \operatorname{Re}(I_2 \cdot U_2^*) \\ &= P_2 \end{aligned}$$

其中,  $\operatorname{Re}(U_2 \cdot I_2^*) = \operatorname{Re}(I_2 \cdot U_2^*) = P_2$ 。显然, 输入匹配网络的有功功率全部被负载所吸收。

当  $X = \sqrt{Z_0 R_L} = Z'_0$  时,  $Y_1 = Y_2 = 1/Z'_0$ , 这即为(14)式所表示的特例情况。所以, (21)式是匹配网络参数的一般表达式。值得提出的是, 由该一般表达式所确定参数后的  $\pi$  形网络不能用某一特征阻抗的传输线来等效, 因为该网络所确定的系数矩阵与特征阻抗传输线的系数矩阵没有完全相同的形式, 因此也就写不出相应的特征阻抗表达式。

综上所述, 当所选电感在(22)式范围内时, 只需调节  $C_1, C_2$  值, 并使其满足(21)式时, 回路

即达到匹配状态, 这时负载上仍可得到最大功率。由于调节元件较少, 实现起来也就方便多了。

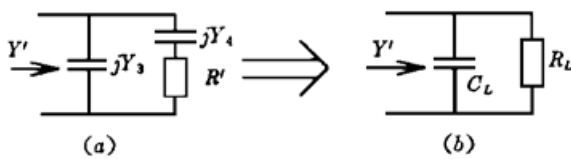
同理, 当选定  $C_1$  (或  $C_2$ ) 时, 也可按上面方法推导出其它两个参数  $L, C_2$  (或  $C_1$ ) 的关系表达式, 这里不再赘述。

理论上, 这种匹配网络参数的设计方法对所有高频功率源与负载间的匹配都是适用的。

而实际上, 该类激光器的放电等离子体对外表现为一个阻容性负载, 通常可等效成图 4(a) 所示回路, 其入端导纳为

$$Y' = jY_3 + \frac{1}{R' + \frac{1}{jY_4}} = \frac{R'Y_4^2}{1 + (R'Y_4)^2} + j\left[Y_3 + \frac{Y_4}{1 + (R'Y_4)^2}\right] = \frac{1}{R_L} + j\omega C_L \quad (23)$$

即图 4(a) 所示回路可等效为图 4(b) 所示回路, 其中



$$R_L = \frac{1 + (R'Y_4)^2}{R'Y_4^2},$$

$$C_L = Y_3 + \frac{Y_4}{1 + (R'Y_4)^2}$$

图 4 射频激励 CO<sub>2</sub> 激光器放电室的等效电路

Fig. 4 The equivalent circuit of the discharge chamber of RF excited CO<sub>2</sub> laser

$C_2 = C'_2 + C_L$ , 其中,  $C'_2$  为可调电容, 此时即可用前面的方法来进行阻抗匹配设计。

所以, 当在此容性负载与传输电缆间插入  $\pi$  形匹配网络时, 可将  $C_L$  视作匹配网络的一部分, 即

### 5 试验结果与讨论

按照上述理论分析, 我们对图 5 所示放电结构进行了实验研究。其中, 放电电极之间的分布电容为  $C_L = 130$  pf。当放电气压约为 4 kPa, 电感约为  $L = 0.18 \mu\text{H}$  左右, 可调电容调至  $C = 185$  pf 时, 放电达到最佳匹配状态, 实测得到放电等离子体的等效电阻约为  $R_L = 18 \Omega$ 。

此时, 如将  $R_L, C_L$  作为已知参量代入(21) 式, 即可得  $C = 175$  pf,  $L = 0.172 \mu\text{H}$ 。可见, 理论计算结果与实验值十分接近。这里值得指出的是应尽量将实验回路中的杂散参数的影响降至最小。另外, 文献[4] 中的实验结果也与上述理论分析基本相符。文献[7] 中匹配网络参数的选择方法也仅是上述理论分析结果的一个特例, 其所得结果与本文完全符合。

综上所述, 本文通过详细的理论分析, 所得到的等效匹配网络的设计方法及计算有关网络参数的普遍表达式, 不仅使得匹配调节大为简化, 而且与实验值能很好地吻合。理论上讲, 这一结果同样适用于其他高频激励 CO<sub>2</sub> 激光器的阻抗匹配网络的参数计算, 对实际应用有很大指导意义, 只需事先按文中关系式估算出匹配网络中有关调节元件的大概范围, 再稍加调整, 即可容易地得到最佳放电匹配状态。

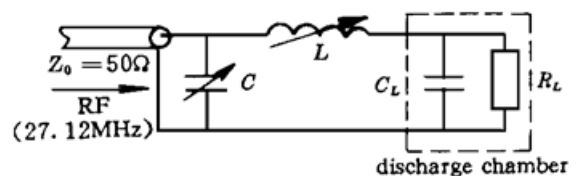


图 5 实验电路示意图

Fig. 5 Schematic diagram of the experimental circuit

### 参 考 文 献

- 1 W. Schock, Th. Hall, E. Wildermuth. Compact transverse flow CO<sub>2</sub> laser with RF excitation. *SPIE*, 1988, **1031 GCL** : 76~ 81
- 2 B. Walter. A new concept of an rf-excited CO<sub>2</sub> laser with solid state generators. *SPIE*, 1988, **1031 GCL** : 82

- 3 杨小康,王兆申,王 坚 等. 快轴流 CO<sub>2</sub> 激光器的射频激励研究. 应用激光, 1994, **14**(3) : 121
- 4 兰 戈,赵 刚,屈乾华 等. 射频激励宽波导 CO<sub>2</sub> 激光器研究. 激光技术, 1993, **17**(2) : 90
- 5 赵家升,黄尚锐 编. 电磁场与微波技术, 第六、七、十章. 武汉: 华中理工大学出版社, 1993, 139~ 145, 161~ 164, 246~ 259
- 6 邱光源 主编. 电路, 第四章. 北京: 人民教育出版社, 1978, 183~ 191, 415~ 435
- 7 V. O. Stokes. Radio Transmitters-R. F. Power Amplification, Printed in Great Britain by Spottiswoode, Ballantyne & Co. Ltd. London and Colchester, 1970. 第四章

## Study of Matching Network in the RF Excited CO<sub>2</sub> Laser

Wang Youqing An Chengwu Li Zaiguang

(National Lab. of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074)

**Abstract** The basic issues of impedance matching in a radio frequency discharge excited CO<sub>2</sub> laser are theoretically discussed in detail. A general and very applicable formula for selecting the parameters of the equivalent matching network is obtained. The results are also used to calculate the matching network parameters for other high frequency discharge excited CO<sub>2</sub> lasers.

**Key words** radio frequency discharge excited CO<sub>2</sub> laser, impedance matching