

相对论效应产生的高次谐波

沈百飞 余 玮 曾贵华 徐至展

(中国科学院上海光机所 上海 201800)

提要 用单电子模型研究了相对论效应,特别是相对论坐标变换所引起的高次谐波,得到了谐波产生和激光强度的关系,还得到了谱分布和观测角的关系,特别给出了谱线强度分布的周期和观测角的关系。这一效应可以定性解释相对论强激光和固体靶相互作用所产生的高次谐波。

关键词 高次谐波,相对论强激光,相对论坐标变换

1 引 言

高次谐波作为产生短波长相干光的一种有效方法,正日益受到人们的注意。人们很早就用激光和气体相互作用,得到了高次谐波^[1]。用 CO₂ 激光斜入射和固体靶相互作用产生高次谐波,也获得了成功^[2]。通常认为这是共振吸收引起的高次谐波,这时奇次和偶次谐波都有。S. C. Wilks 等认为,当激光具有相对论效应时,电子质量的相对论效应及有质动力的共同作用能产生奇次谐波^[3]。最近英国卢瑟福实验室 P. A. Norreys 等人用波长 1.053 μm,脉宽为 2 ps,强度为 1×10¹⁹ W/cm² 的激光和固体相互作用产生了 67 次谐波(15.7 nm),转换效率高达 10⁻⁶^[4]。他们认为这仍是共振吸收引起的高次谐波。在此之前,人们已用波长 800 nm,脉宽为 150 fs,强度为 1×10¹⁷ W/cm² 的激光和固体靶相互作用,得到了 7 次和 15 次谐波^[5,6]。本文认为正入射激光和固体靶相互作用时(这时共振吸收不存在),除电子的相对论质量和有质动力外,相对论时空观,即洛伦兹变换引起的效应也将起很大作用。其中最显著的变化是,所产生的谐波,在不垂直于靶面的方向上,不只有奇次谐波,同时还有偶次谐波。当泵浦激光斜入射时,这种效应同样存在。E. S. Sarachik 等曾给出自由电子在线偏振及圆偏振强激光场中散射的一些公式,但没有给出针对谐波的数值讨论^[7],S. V. Bulanov 等也用粒子模拟作过一些初步计算,但也没有计算高次谐波^[8]。

2 单电子模型

当强激光和固体作用时,在激光脉冲前沿即形成高密度等离子体,且激光场对电子的作用力远大于核对电子的束缚力,因此,如果不考虑等离子体的集体效应,电子是自由的。考虑一线偏振强激光 ($a = a_0 \cos \omega t$) 和自由电子相互作用,我们知道激光强度和振幅的关系为

$$a_0 = 8.5 \times 10^{-10} \lambda (\mu\text{m}) I_0^{1/2} (\text{W}/\text{cm}^2) \quad (1)$$

即对于波长为 $1.06 \mu\text{m}$ 的激光, 强度分别为 1×10^{18} , 5×10^{18} , 1×10^{19} 时, 相应的归一化的振幅 a_0 分别为 0.9, 2.0, 2.8。在激光场中运动的电子, 其速度和位置分别为

$$\beta = a/\gamma \tag{2}$$

$$r = \frac{c}{\omega_0} \sin^{-1} [a_0 \sin \omega_0 t / (1 + a_0^2)^{1/2}] \tag{3}$$

其中 $\beta = v/c$ 为归一化的速度, $\gamma = (1 + a^2)^{1/2}$ 为相对论因子。电子振荡会辐射电磁波, 在远场情况下^[9]

$$E(x, t) = \frac{e}{c} \left[\frac{\beta \beta \cos \alpha}{(1 - \beta \cos \alpha)^3 R} \right]_{\text{ret}} \tag{4}$$

其中, α 为观测方向和电子运动方向的夹角, R 为观测点到电子的距离, ret 表示括号中量用“推迟时”。上式中, $(1 - \beta \cos \alpha)^3$ 这一项是由相对论坐标变换产生的, 如果不考虑这一项, 可以看到辐射场只有奇次谐波项, 如果考虑这一项, 则奇次、偶次谐波都将产生。

现在我们关心的是实验室坐标系辐射强度的频谱分布^[9]:

$$\frac{d^2 I}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 \omega^2}{4\pi^2 c} \int_{-\infty}^{\infty} |\beta \sin \alpha \exp[i\omega(t - r(t) \cos \alpha / c)] dt|^2 \tag{5}$$

假设泵浦激光为平面单色光, 所得到频谱应为分离谱:

$$\frac{dp_n}{d\Omega} \propto \int \beta \sin \alpha \cos[\omega(t - r(t) \cos \alpha / c)] dt \Big|_{\omega = n\omega_0}^2 \tag{6}$$

我们知道, 通常的汤姆生散射是不会改变入射光的波长的, 但是当入射光有相对论强度时, 由于相对论时空转换所引起的强非线性, 却能产生入射波的各阶谐波。

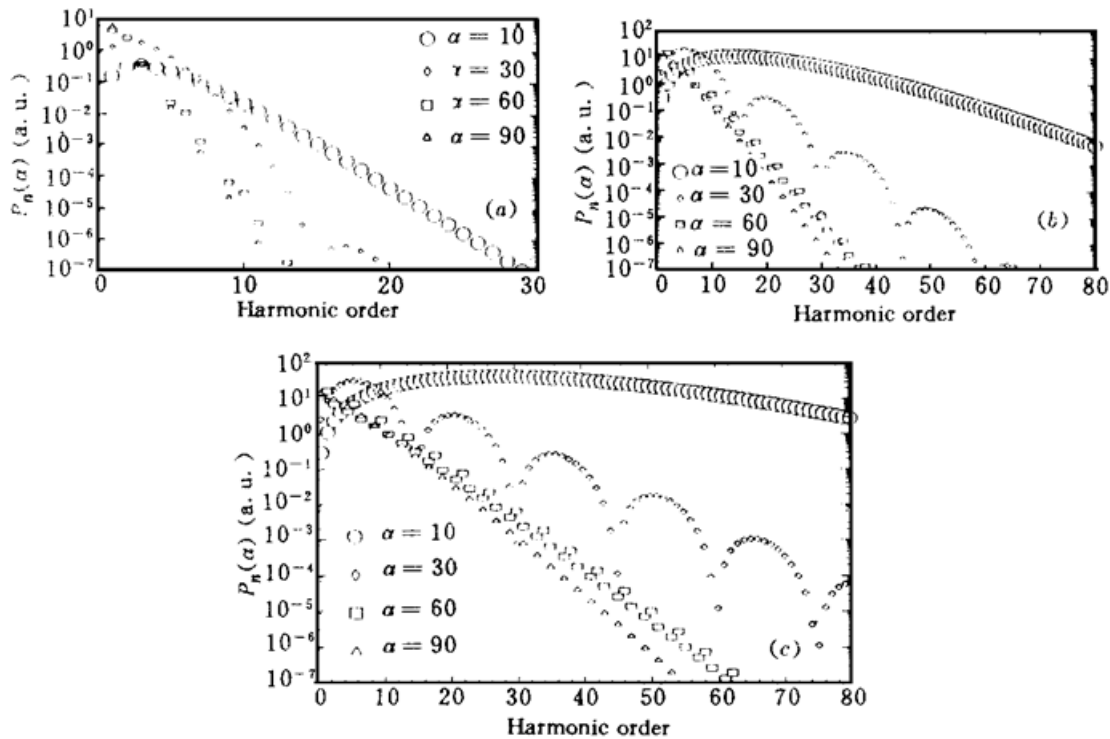


图 1 在不同观测角下谐波强度随谐波阶数的变化。激光强度分别为 (a) $a = 1$, (b) $a = 3$, (c) $a = 5$

Fig. 1 Intensities against harmonic order for various measuring angles and various irradiances (a) $a = 1$, (b) $a = 3$, (c) $a = 5$

3 数值计算

对(6)式数值求解,可以得到各种情况下的频谱分布。我们先看几种激光强度下不同方向上频谱的分布。从图 1 可以看出,辐射大都集中在电子运动方向的附近,这是我们熟知的相对论运动电子的辐射特性;对于高阶谐波,同样在靠近电子运动方向的地方有较大的辐射;激光强度的增加十分有利于高次谐波的发射。另一有趣的现象是谐波的强度有明显的周期性,特别是当 $\alpha = 60^\circ$ 时,谐波发射每隔三次缺一次。我们发现这一周期的大小可由下式计算

$$n = 2/(1 - \cos\alpha) \tag{7}$$

需要说明的是,这一现象实验中可能难于被观测到。这是由于这一周期对夹角 α 很敏感,如夹角为 18° 时,周期为 40.9,夹角为 19° 时,周期为 36.7。在实际实验中,激光由于聚焦,入射角有一定的范围,因而所观测到的应是不同夹角的叠加。图 2 给出了 $a = 3$ 时各阶谐波占该方向上总辐射的比值,同样的,在电子运动方向附近,高阶谐波所占的成份较多。图 3 给出了部份谐波辐射随发射角的变化。同样地谐波的发射也有一定的周期性,第一个零点的角度同样可以用上面的公式计算,即

$$\cos\alpha = 1 - 2/n \tag{8}$$

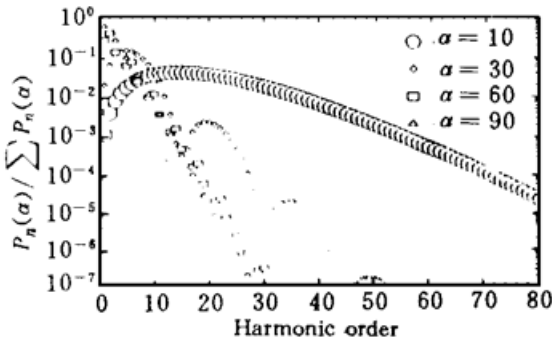


图 2 在不同观测角下,归一化谐波强度随谐波阶数的变化,激光强度 $a = 3$

Fig. 2 Intensities normalized by the total intensity in the same direction against harmonic order for various measuring angles. The laser intensity $a = 3$

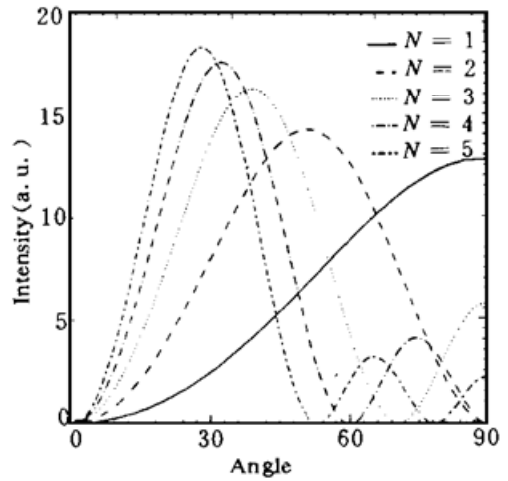


图 3 各阶谐波强度的角分布。激光强度为 $a = 3$
Fig. 3 Angular distribution of harmonic intensities.

The laser intensity $a = 3$

图 4 给出了观测方向和电子振荡方向夹角为 18° 时,各次谐波强度随激光强度的变化。取 18° 是因为在 Norreys 等的实验中,激光入射方向和观测方向的夹角为 108° ,因而当激光为 P 偏振,激光在低于临界密度等离子体中传播时,电子振荡方向和观测方向的夹角为 18° 。这里我们首先看到了谐波强度的周期性和激光强度无关。同时看到谐波发射,特别是高次谐波发射的转换效率和激光强度很有关系,激光强度增加时,高次谐波的转换效率迅速增加。

在 Norreys 等的实验中, S 偏振和 P 偏振激光所得到的实验结果基本相同,这似乎与我们的理论不符合。因为 S 偏振时,观测方向和电子振荡方向夹角为 90° ,根据上面的计算,夹角 90° 时只有奇次谐波,且转换效率较低。我们认为这可能是由于上面所说的入射角有一个分布,这

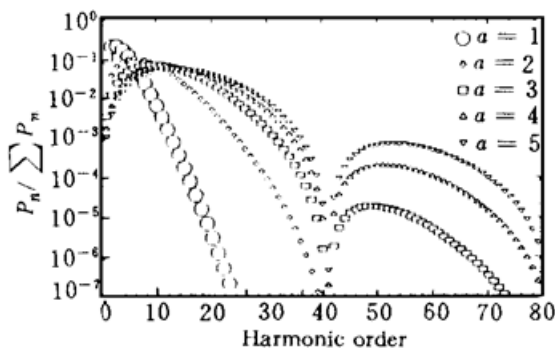


图4 观测角为 18° 时, 不同激光强度下谐波强度随谐波阶数的变化

Fig. 4 Intensities against harmonic order for various irradiances. The measuring angle $\alpha = 18^\circ$

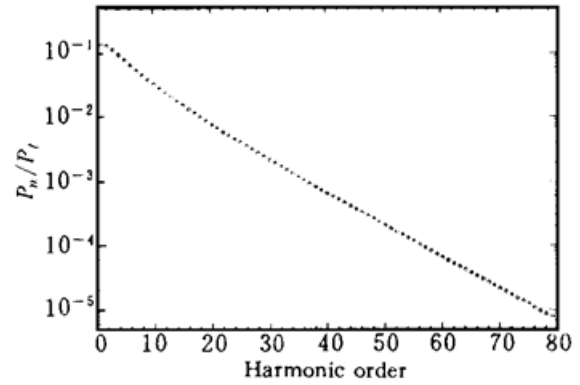


图5 归一化的空间积分的谐波强度

Fig. 5 Total strength over all space normalized by total scattering strength against harmonic order

样入射光就不再是严格的 S 偏振, 同时等离子体表面的不均匀可能是更重要的原因。这种不均匀可能是瑞利-泰勒不稳定造成的。由于等离子体表面的不均匀, 实验测到的可能是所有方向的叠加。如果用共振吸收来解释, 在表面光滑的情况下 S 偏振的激光也不能产生高次谐波。求辐射对整个空间的积分可用如下公式

$$P_{ni} = \int 2\pi \sin\alpha P_n(\alpha) d\alpha \quad (9)$$

其中, $P_n(\alpha)$ 为 n 次谐波单位立体角的辐射功率。 P_{ni} 为 n 次谐波整个空间的辐射功率。类似的可以计算总的辐射功率 P_t 。图5为各次谐波占总辐射的比。这给出了谐波转换效率的上限, 即如果所有的入射激光都被散射, 那么就有这么大谐波转换效率。

本文所讨论的只是最简单的单电子情况, 仔细的计算还应对所有的电子进行积分。由于相对论情况下, 固体密度等离子体趋肤深度范围内, 激光场强度的计算如今还没有很好的办法, 完全能和实验进行比较的计算还不能给出。

忽略其它效应对谐波的贡献, 为了估计各次谐波的转换效率, 我们可以先计算单电子的散射截面, 对于线偏振激光, 即为汤姆生散射截面^[9]

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 = 0.665 \times 10^{-24} \text{ cm}^2 \quad (10)$$

如果是圆偏振激光则应乘上 $2\gamma^2$, 其中 γ 为相对论因子, 因此圆偏振激光可能更有利高次谐波的产生。当激光和固体相互作用时, 由于表面的不均匀性, 相互作用的总电子数很难准确估计。取电子密度为 $1 \times 10^{24} \text{ cm}^{-3}$, 假设激光和一个激光波长范围内的等离子体相互作用, 总的散射效率, 即散射光功率和入射光功率的比为 7×10^{-5} 。用这个值乘上图5中的值即为各次谐波的转换效率。由此得到的转换效率比实验值小, 这可能是由于表面不均匀使得激光在表面多次反射, 从而大大增加了相互作用的电子数。这也提示我们用凹槽靶可能更有利于高次谐波的发射。转换效率的仔细估计需用粒子模拟。

总之, 相对论效应是产生高次谐波的重要机制, 这一机制对强相对论激光特别有效, 可能就是 Norreys 等实验中产生高次谐波的机制。

参 考 文 献

- 1 A. McPherson, G. Gibson, H. Jara *et al.*. Studies of multiphoton production of vacuum-ultraviolet radiation in the rare gases. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1987, **4**(4) : 595; X. F. Li, A. L'Huillier, M. Ferray *et al.*. Multiple-harmonic generation in rare gases at high laser intensity. *Phys. Rev. A*, 1989, **39**(6) : 5751
- 2 R. L. Carman, C. K. Rhodes, R. F. Benjamin. Observation of harmonic in the visible and ultraviolet created in CO₂-laser-produced plasma. *Phys. Rev. A*, 1981, **24**(5) : 2649
- 3 S. C. Wilkes, W. L. Kruer, W. B. Mori. Odd harmonic generation of ultra-intense laser pulses reflected from overdense plasma. *IEEE Transactions on Plasma Science*, 1993, **21**(1) : 120
- 4 P. A. Norreys, M. Zepf, S. Moustazis *et al.*. Efficient XUV harmonics generated from picosecond laser pulse interaction with solid targets. *Phys. Rev. Lett.*, 1996, **76** : 1872
- 5 S. Kohweyer, G. D. Tsakiris, C.-G. Wahlstrom *et al.*. Harmonic generation from solid-vacuum interface irradiated at high laser intensities. *Opt. Commun.*, 1995, **117** : 431
- 6 D. von der Linde, T. Engers, G. Jenke *et al.*. Generation of high harmonics from solid surfaces by intense femtosecond laser pulses. *Phys. Rev. A*, 1995, **52** : R25
- 7 E. S. Sarachik, G. T. Schappert. Classical theory of the scattering of intense laser radiation by free electron. *Phys. Rev. D*, 1970, **1**(10) : 2738
- 8 S. V. Bulanov, N. M. Naumova, F. Pegoraro. Interaction of ultrashort, relativistically strong laser pulse with an overdense plasma. *Phys. Plasma*, 1994, **1**(3) : 745
- 9 J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, Inc. 1975, 654~ 693

Harmonic Generation Due to Relativistic Effects

Shen Baifei Yu Wei Zeng Guihua Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract With single electron model, harmonic generation is observed from relativistic effects, especially the transformation from the rest frame of the particle to the observer's frame. Angular distribution and the dependence on laser intensity are given. It's found that the harmonic intensities have periodic variation against the angle and the harmonic order. Methods discussed in this paper may be used to explain the experiment carried by P. A. Norreys *et al.*

Key words high order harmonic, relativistic laser, relativistic transformation