

# 离子波纹场纵向电场分量对离子 波纹激光的影响\*

刘濮鲲

(北京大学技术物理系重离子物理研究所 北京 100871)

熊彩东

(电子科技大学高能电子学研究所 成都 610054)

**提要** 通过非线性数值模拟,研究了离子波纹激光(IRL)中离子波纹场的纵向电场分量对束-波相互作用的影响。结果表明,离子波纹场的纵向分量对 IRL 的工作状况具有较大的影响。其中相互作用长度的选择是非常重要的。

**关键词** 离子波纹,纵向场分量,电子束,激光

## 1 引 言

自从离子波纹激光(Ion-Ripple Laser, IRL)的概念由 Chen 和 Dawson<sup>[1,2]</sup>在不久前提出以来,已引起人们的兴趣<sup>[3-5]</sup>。在 IRL 中,一相对论电子束斜穿过一等离子体内的准稳态离子波纹,在离子波纹的周期性静电场作用下,借助于背向拉曼散射产生电磁辐射。与常规自由电子激光(FEL)<sup>[6]</sup>相比,由于 IRL 具有易调的短 wiggler 波长,稳态的高 wiggler 场强;离子波纹的产生较容易,不需太多能量;原理上,IRL 不需要外磁场,也不要求外部结构(波导、腔体);电子束在等离子体内产生的离子通道,还提供了对 IRL 辐射的导行<sup>[7]</sup>,因此,作为一种产生从微波到软 X 射线的可调谐相干辐射的新体系,IRL 可能具有重要的发展前景。

Chen 和 Dawson<sup>[1,2]</sup>导出了 IRL 的波耦合的流体理论色散关系,讨论了 IRL 的辐射放大机制和它的可能应用,并采用  $1\frac{2}{2}$  维粒子模拟的方法来验证他们的理论。Dai 和 Xu<sup>[3]</sup>给出了描述拉曼情况下 IRL 的波耦合的三维理论,着重分析了喇曼型 IRL 中的部分介电导行。Kupershmidt 和 Ron<sup>[4]</sup>则提出了一种产生离子波纹 wiggler 的新方法,并认为这种新的体系能产生比 Chen 和 Dawson 提出的离子声波体系更短波长的辐射。在文献[5]中,我们利用三波互作用的动力学耦合模理论研究了 IRL 中电子束的纵向动量离散效应。以上这些工作均未考虑离子波纹场的纵向电场分量(即平行于电子束方向的分量)。因此,本文将通过非线性数值模拟来研究离子波纹场的纵向分量对 IRL 的工作状况的影响。

\* 国家自然科学基金资助项目。

## 2 计算方程

考虑一相对论电子束以初始速度  $v_{z0}$  斜穿过一离子波纹, 与离子波纹的交角为  $\theta$ 。该离子波纹既可采用 Chen 和 Dawson<sup>[1]</sup> 的离子声波系统产生, 也可采用 Kupersmidt 和 Ron<sup>[4]</sup> 提出的用两束外部激光束入射到等离子体内的混合系统产生。由于互作用的时间尺度比离子运动的时间尺度短得多, 因此离子波纹将被束电子看成是一稳态的 wiggler。我们假定: 1) 在等离子体内已经存在离子波纹, 不考虑过渡情况; 2) 相对论电子束较窄且离子波纹足够宽, 离子波纹场的横向 ( $x, y$ ) 空间变化可以忽略; 3) 在电子束运动的通道内没有等离子体电子; 4) 忽略束电子与波纹离子之间的碰撞。离子波纹电场可写作<sup>[1]</sup>:

$$\vec{E}_{ir} = E_x \hat{x} + E_{iz} \hat{z} \quad (1)$$

式中  $E_{ix} = (4\pi n_0 e / k_w) \epsilon_i \sin\theta \cos(k_w z)$ ,  $E_{iz} = - (4\pi n_0 e / k_w) \epsilon_i \cos\theta \cos(k_w z)$ ,  $\epsilon_i = \epsilon_{ir} \cos\theta$ ,  $k_w = k_{ir} \cos\theta$ ,  $\epsilon_{ir}$  为离子密度波纹,  $k_{ir}$  为离子波纹的波数,  $n_0$  为等离子体的平均密度。

由于 IRL 只能是线极化的, 因此我们采用如下形式的线极化平面电磁波:

$$\begin{cases} \vec{E}_l = E_l \cos(\omega t - kz) \hat{x} \\ \vec{B}_l = (c/v_{ph}) E_l \cos(\omega t - kz) \hat{y} \end{cases} \quad (2)$$

式中  $E_l$  为场的辐值,  $v_{ph} = \omega/k$  为波的相速,  $c$  为真空中的光速,  $\omega$  和  $k$  分别为波的角频率和波数。

在描述相对论电子与波互作用的闵可夫斯基方程

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = - |e| (\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}) \quad (3)$$

中, 令  $\vec{q} = \vec{p}/m_0 c$ , 得

$$\frac{d\vec{q}}{dz} = - \frac{\gamma |e|}{m_0 c^2 q_z} (\vec{E}_{ir} + \vec{E}_l + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}_l) \quad (4)$$

此处利用了关系  $d/dt = v_z d/dz$ 。

由  $q = p/m_0 c = \gamma\beta$  和  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  (这里  $\beta = v/c$ ,  $\gamma$  为相对论因子), 很容易得到

$$\gamma = \sqrt{1 + q^2} \quad (5)$$

于是, 电子的非线性相对论运动方程可写成

$$\begin{cases} \frac{dq_x}{d\bar{z}} = - \frac{\sqrt{1+q^2}}{q_z} \left[ \vec{E}_{ix} + \vec{E}_l \left[ 1 - \frac{q_z}{\beta_{ph} \sqrt{1+q^2}} \right] \cos \left[ \bar{\omega} \left( \bar{t} - \frac{\bar{z}}{\beta_{ph}} \right) \right] \right] \\ \frac{dq_z}{d\bar{z}} = - \frac{\sqrt{1+q^2}}{q_z} \left[ \vec{E}_{iz} + \frac{q_x}{\beta_{ph} \sqrt{1+q^2}} E_l \cos \left[ \bar{\omega} \left( \bar{t} - \frac{\bar{z}}{\beta_{ph}} \right) \right] \right] \\ \frac{d\bar{x}}{d\bar{z}} = \frac{q_x}{q_z} \\ \frac{d\bar{t}}{d\bar{z}} = \frac{\sqrt{1+q^2}}{q_z} \end{cases} \quad (6)$$

式中  $\bar{\omega} = \omega/k_w c = (\Delta + \beta_{z0}) / (1 - \beta_{z0}/\beta_{ph})$ ,  $\Delta$  为归一化的频率失谐量, 其它量按如下方式归一化

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= k_w x, \quad \bar{z} = k_w z, \quad \bar{t} = k_w ct, \\
 \beta_{ph} &= v_{ph}/c, \quad \bar{\omega}_{pe} = \omega_{pe}/k_w c, \\
 E_l &= |e| E_l / (m_0 c^2 k_w), \\
 E_{ix} &= |e| E_{ix} / (m_0 c^2 k_w) = \bar{\omega}_{pe}^2 \epsilon \sin \theta \cos \bar{z}, \\
 E_{iz} &= |e| E_{iz} / (m_0 c^2 k_w) = -\bar{\omega}_{pe}^2 \epsilon \cos \theta \cos \bar{z}.
 \end{aligned} \tag{7}$$

束-波换能效率  $\eta$  定义为电子束失去的动能与初始动能之比:

$$\eta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{[\sqrt{1+q^2(\bar{z}=0)}] - [\sqrt{1+q_i^2(\bar{z})}]}{[\sqrt{1+q^2(\bar{z}=0)}] - 1} \tag{8}$$

式中  $N$  为采样电子的数目,  $q_i(z)$  为第  $i$  个电子在纵向位置  $z$  的归一化动量值。

### 3 数值计算与分析

通过联立求解式(6)和(8), 可求得 IRL 的束-波相互作用效率  $\eta$ 。数值模拟的迭代步骤如下: 首先, 给各物理量赋初值; 接着, 由式(6) 解出各采样电子的  $q_i$  值; 然后, 将  $q_i(\bar{z})$  代入式(8) 求出效率  $\eta$ ; 最后, 将该步的迭代终值反馈回式(6), 进行下一步迭代。如此循环下去, 便得到效率  $\eta$  随归一化的纵向位置  $\bar{z}$  的演化曲线。

我们利用变步长的四阶龙格-库塔法求解微分方程组。采样方式为在  $-\pi \leq \bar{t} \leq \pi$  的范围内均匀地选取  $N$  个电子。由于  $\bar{t} = k_w ct$ , 因此在范围  $-\pi \leq \bar{t} \leq \pi$  内采样等效于在一个波纹周期内采样, 也就是等效于沿纵向在一个 wiggler 波长范围内采样。非线性数值模拟的结果如图 1 所示。

图中给出了考虑与不考虑离子波纹场的纵向分量时, 相互作用效率  $\eta$  随归一化的纵向位置  $\bar{z}$  的演化曲线。从图中可以看出, 离子波纹场的纵向分量对 IRL 的工作状况具有较大的影响。当考虑该纵向分量时, 束-波换能状态要受到它的调制, 呈现周期性的变化。在整个束-波相互作用期间, 沿纵向运动的电子群聚中心交替位于吸收和失去能量的相位。但在束-波相互作用达到饱和之前, 群聚电子交出的能量总是大于它获得的能量。我们对选取的参数满足  $k_w c \gg \omega_{pe}/\gamma^{3/2}$  的情况<sup>[11]</sup> 也进行了计算。结果表明, 此时整个束-波相互作用效率都显著降低(这一点从饱和效率  $\eta \sim \omega_{pe}/2\gamma_0^{3/2} k_w c$ <sup>[11]</sup> 也可看出), 尽管考虑离子波纹场纵向分量影响后的  $\eta \sim \bar{z}$  曲线中效率周期性起伏的绝对值明显减小, 但与不考虑纵向场分量的  $\eta \sim \bar{z}$  曲线相比, 其相对起伏仍然较大, 即这时离子波纹场的纵向分量对 IRL 的影响仍不可忽视。由此可见, 对 IRL 而言, 相互作用长度的选择是非常重要的。

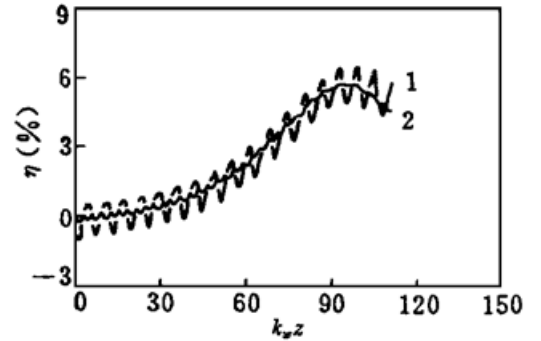


图 1 考虑(点线 1)与不考虑(实线 2)离子波纹场纵向分量时, 效率  $\eta$  沿纵向的演化曲线。此处  $\gamma_0 = 2.96$ ,  $\theta = 60^\circ$ ,  $\epsilon = 0.1$ ,  $E_l = 0.5$ ,  $\beta_{ph} = 1.0093$ ,  $\Delta = 0.003$ ,  $k_w c/\omega_{pe} = 1.8$

Fig. 1 Efficiency  $\eta$  versus normalized longitudinal position  $k_w z$  with the longitudinal component of the ion-ripple field taken (curve 1) and not taken (curve 2) into consideration, where  $\gamma_0 = 2.96$ ,  $\theta = 60^\circ$ ,  $\epsilon = 0.1$ ,  $E_l = 0.5$ ,  $\beta_{ph} = 1.0093$ ,  $\Delta = 0.003$ , and  $k_w c/\omega_{pe} = 1.8$

例如,在图 1 的参数下,当归一化的相互作用长度等于 96 时,输出端的效率为 4.9%;而当归一化的相互作用长度等于 99 时,效率为 6.6%。因此,在 IRL 的设计中,相互作用长度必须仔细调整到最佳值。同时,由于即使所选参数满足  $k_w c \gg \omega_{pe}/\gamma^{3/2}$ ,IRL 的效率对相互作用长度的敏感性仍不能消除,而且这时效率下降很多,故离子波纹波数和电子束能量似不宜过大。但为了获得更短波长(如紫外或 X 射线区)的辐射,又要求增加波纹波数和电子束能量。为此,必须根据需要在两者之间寻找合适的平衡点。

### 参 考 文 献

- 1 Chen K. R., Dawson J. M.. Ion-ripple laser. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(1) : 29~ 32
- 2 Chen K. R., Dawson J. M.. Amplification mechanism of ion-ripple lasers and its possible application. *IEEE Trans. on Plasma Sci.*, 1993, **21**(1) : 151~ 155
- 3 Dai Z.-M., Xu L.. A Raman ion-ripple laser in a plasma waveguide. *Phys. Lett. A*, 1993, **182**(2, 3) : 305~ 308
- 4 Kupersmidt H., Ron A.. Ion-ripple wiggler for short-wavelength laser. *Appl. Phys. Lett.*, 1993, **63**(13) : 1733~ 1735
- 5 Liu Pukun, Qian Shangjie, Tang Changjian. Effect of longitudinal momentum spread in ion-ripple laser. *Chin. Phys. Lett.*, 1994, **11**(3) : 149~ 152
- 6 Brau C. A.. Free-electron laser. *Science*, 1988, **239** : 1115~ 1121
- 7 Whittum D. H., Sessler A. M., Dawson J. M.. Ion-channel laser. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, **64**(21) : 2511~ 2514

## Influence of Longitudinal Component of the Ion-ripple Electric Field on Ion-ripple Laser

Liu Pukun

(Department of Technology Physics, Peking University, Beijing 100871)

Xiong Caidong

(Institute of High Energy Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054)

**Abstract** The influence of the longitudinal component of the ion-ripple electric field on beam-wave interaction in an ion-ripple laser is investigated by nonlinear numerical simulation. The results show that the longitudinal electric field of the ion-ripple has a large influence on the operation of the ion-ripple laser, and the choice of the interaction length is very important.

**Key words** ion-ripple, longitudinal field, electron beam, laser