第24卷 第12期
1997年12月

中 国 激 光
CHINESE JOURNAL OF LASERS

Vol. A24, No. 12
December, 1997

应变和温度同时测量的交叉灵敏度分析

马建军 汤伟中

(浙江大学信息与电子工程学系电子信息技术研究所 杭州 310027)

提要 运用高双折射椭圆纤芯光纤应变和温度灵敏度的公式及相位的泰勒展开式，给出了估计交叉灵敏度大小的公式，阐明了其物理意义，并结合实际数据估计了忽略交叉灵敏度，对于任意应变和温度变化值，由线性方程组求得的解与实际值间的误差，得出了一些具有实际意义的结论。

关键词 光纤传感器，应变测量，温度测量，交叉灵敏度

1 引 言

应变和温度的分离是灵巧结构研究中的一个重要问题。马赫-曾德尔干涉型光纤传感器固然对应变有很高的灵敏度，但对于温度同样非常灵敏，这使得其在实用场合需要附加补偿装置，机构复杂。在同一根光纤上实现应变和温度的分离与其它任何传感器相比无疑是最理想的，可以使得在复合材料中敷设光纤传感器大为简化，具有潜在的实用价值。近年来，国外已提出了多种应变、温度同时测量的原理，并给出了实验结果[1~7]。

同一根光纤中进行应变和温度同时测量的基本思想是建立一个关于应变和温度变化的线性方程组。但这个方程组是泰勒展开式的线性项构成的，只有近似的意义，忽略高阶项必然带来误差。其中第一非线性交叉项——交叉灵敏度对于线性方程组的求解值与实际值间的误差影响最大，已引起国外学术界的注意，并已对应用高双折射光纤传感应变和温度[1,5]给出了交叉灵敏度的一些定性分析，还由实验[5,7]给出了交叉灵敏度的数值。但对于任何应变和温度变化情况下忽略交叉灵敏度将给线性近似方程组求解的值带来多大的误差尚未见定量分析的报道，而这种定量分析显然又具有很重要的意义。本文拟就应变和温度的交叉灵敏度问题根据理论模型给出定量计算公式并结合实例进行比较。

2 应变和温度交叉灵敏度定量计算公式的给出

对于椭圆纤芯高双折射光纤，在某一个波长范围，可以只传播 LP_{01} 模和 LP_{11}^{even} 模，从而使 LP_{11}^{even} 模能沿光纤稳定传播。LP_{11}^{even} 模与 LP_{01} 模一起可构成双模干涉和／或偏振干涉来同时测量应变和温度[6]。定义两个偏振双折射为 $\Delta\beta_0 \equiv \beta_0^x - \beta_0^y$，$\Delta\beta_1 = \beta_1^x - \beta_1^y$，两个模间双折射为 $\Delta\beta_x \equiv \beta_0^x - \beta_1^x$，$\Delta\beta_y \equiv \beta_0^y - \beta_1^y$，其中 β_0^x 和 β_0^y，β_1^x 和 β_1^y 分别为 LP_{01}^x 和 LP_{01}^y 模，LP_{11}^x 和 LP_{11}^y 模的传播常数。并有[6]

收稿日期： 1996—10—03；收到修改稿日期： 1996—11—25

$$\Delta\beta_0 - \Delta\beta_1 = \Delta\beta_x - \Delta\beta_y \tag{1}$$

这些双折射使两个偏振模或空间模在沿波导传播长度 L 后的相位差为

$$\phi_i = \Delta\beta_i L,\ i = x, y, 0, 1 \tag{2}$$

设光纤仅受应变和温度的扰动，则由泰勒公式在初始环境温度 T_0 和应变 ε_0 下将(2)式展开得

$$\Delta\phi_i = \left[\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial T}L + \Delta\beta_i\frac{\partial L}{\partial T}\right]_{\varepsilon_0,T_0}\Delta T + \left[\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\varepsilon}L + \Delta\beta_i\frac{\partial L}{\partial\varepsilon}\right]_{\varepsilon_0,T_0}\Delta\varepsilon + \left[\Delta\beta_i\frac{\partial^2 L}{\partial T\partial\varepsilon} + L\frac{\partial^2(\Delta\beta_i)}{\partial T\partial\varepsilon} + \frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\varepsilon}\cdot\frac{\partial L}{\partial T} + \frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial T}\frac{\partial L}{\partial\varepsilon}\right]_{\varepsilon_0,T_0}\Delta\varepsilon\Delta T + (\Delta\varepsilon)^2\text{和}(\Delta T)^2\text{的高阶项}\quad i = x, y, 0, 1 \tag{3}$$

定义
$$A_{i,\varepsilon} = \frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\varepsilon}L + \Delta\beta_i\frac{\partial L}{\partial\varepsilon}\qquad i = x, y, 0, 1 \tag{4}$$

和
$$A_{i,T} = \frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial T}L + \Delta\beta_i\frac{\partial L}{\partial T}\qquad i = x, y, 0, 1 \tag{5}$$

为应变和温度灵敏度。

而定义

$$A_{i,\varepsilon T} = \frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left[\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial T}L + \Delta\beta_i\frac{\partial L}{\partial T}\right] = \frac{\partial A_{i,T}}{\partial\varepsilon} = \Delta\beta_i\frac{\partial^2 L}{\partial T\partial\varepsilon} + L\frac{\partial^2(\Delta\beta_i)}{\partial T\partial\varepsilon} + \frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\varepsilon}\frac{\partial L}{\partial T} + \frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial T}\frac{\partial L}{\partial\varepsilon}\quad i = x, y, 0, 1 \tag{6}$$

为应变和温度间的交叉灵敏度。

故(3)式又可写为

$$\Delta\phi_i \approx A_{i,\varepsilon}\Delta\varepsilon + A_{i,T}\Delta T + A_{i,\varepsilon T}\Delta\varepsilon\Delta T\quad i = x, y, 0, 1 \tag{7}$$

为分析方便，已假设 $(\Delta\varepsilon)^2$ 和 $(\Delta T)^2$ 的高阶项与前面三项相比可以忽略。一般情况下，也认为(7)式第三项(交叉灵敏度项)较小而加以忽略，从而获得较易求解的线性方程，即

$$\Delta\phi_i \approx A_{i,\varepsilon}\Delta\varepsilon + A_{i,T}\Delta T\quad i = x, y, 0, 1 \tag{8}$$

可以根据双模和偏振干涉原理以及 F-P 干涉等原理[1,5]获得关于 $\Delta\varepsilon$ 和 ΔT 的线性方程组，从而解出应变和温度值。

很显然，考虑交叉灵敏度的非线性方程组(7)与线性近似的方程组(8)相比，求得的应变和温度与实际值较为接近，但当被测量变化较小时，由(8)式可获得足够精确的值，且用线性方程组近似求解可充分利用较为成熟的线性方程组的数值方法理论，可使问题大大简化，因此(8)式在实际应用中仍具有重要意义，而参量变化较大时，忽略交叉灵敏度对于求解精度的影响究竟如何便显得十分重要。有必要进行全面的分析。下面我们根据理论模型加以讨论。

S. Y. Huang[6] 等给出了弱导椭圆纤芯高双折射光纤对光纤拉伸和温度的灵敏度的公式，为叙述方便，将其改写后重新列出如下：

1) 轴向应变灵敏度　设光纤是弹性均匀材料，即纤芯和包层的杨氏模量 E 和泊松比 ν 是相同的，且光纤在初始时处于自由状态，即无光纤拉伸，这时应变 $\varepsilon_0 = 0$；如果光纤因受到轴向应力而在长度 L 方向上产生 $\delta L(\delta L \ll L)$ 的拉伸量，这时 $\varepsilon = \delta\varepsilon = \delta L/L$，则有

$$\frac{\delta(\Delta\beta_i)}{\delta\varepsilon} = \frac{\delta(\Delta\beta_i)}{\delta L/L} = -0.047\Delta\beta_i + 0.605\lambda\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda}\quad i = x, y, 0, 1 \tag{9}$$

$$A_{i,\varepsilon} = \frac{\delta(\Delta\phi_i)}{\delta\varepsilon} = \frac{\varepsilon(\Delta\phi_i)}{\delta L/L} = \left[0.953\Delta\beta_i + 0.605\lambda\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda}\right]L\quad i = x, y, 0, 1 \tag{10}$$

2) 温度变化灵敏度　温度变化引起光纤尺寸和折射率变化，设热变化是均匀的，纤芯和包层有相同的热膨胀系数 α 和热光系数 ζ，$\alpha\sim5\times10^{-7}/℃$，$\zeta\sim1\times10^{-5}/℃$，有

$$A_{i,T}=\frac{\delta(\Delta\phi_i)}{\delta T}=-\lambda\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda}L(\alpha+\zeta)\quad i=x,y,0,1 \tag{11}$$

由(6)，(9)，(11)式，我们可以导出

$$A_{i,\varepsilon T}=\frac{\partial}{\partial\varepsilon}\left[-\lambda\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda}L(\alpha+\zeta)\right]=$$

$$-\lambda(\alpha+\zeta)L\left[1.558\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda}+0.605\lambda\frac{\partial^2(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda^2}\right]\quad i=x,y,0,1 \tag{12}$$

这就是用弱导椭圆纤芯高双折射双模或偏振干涉原理测量应变和温度情况下交叉灵敏度计算的一般公式。$\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda}$，$\frac{\partial^2(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda^2}$ 是两个与光纤双折射特性有关的量，可以根据光纤参数来计算，也可以通过实验测得的双折射与波长的关系曲线获得。

由式(6)，交叉灵敏度实际上反映了在不同的应变(或温度)时，温度灵敏度(或应变灵敏度)不是一个常数，而是在随着应变(或温度)的变化而变化，交叉灵敏度的大小描述了温度灵敏度(或应变灵敏度)偏离常数的程度。实验中通过在不同应变(或温度)下测量温度灵敏度(或应变灵敏度)，作出 $A_{i,T}\sim\varepsilon$ 或 $A_{i,\varepsilon}\sim T$ 曲线，该曲线的斜率便反映了交叉灵敏度的大小。在(12)式的推导过程中，可以发现，交叉灵敏度既与光纤的热膨胀系数 α，光热系数 ζ 有关，又与光纤的杨氏模量 E，泊松比 ν 有关，因此应变和温度同时作用于光纤时，干涉相位变化不是应变和温度单独作用时产生的相位变化的简单迭加，还存在着热学量和力学量的相互作用，这个作用反映为交叉灵敏度，其大小刻划了这种相互作用的程度。

3 计算实例

以 Polaroid 光纤为例(文献[6]图 2 (a) 考虑 x 方向的模间双折射 $\Delta\beta_x$)，取波长较长端的 580 nm 和 600 nm 作为双波长双模干涉应变和温度传感器的工作波长。根据 S. Y. Huang[6] 给出的 Polaroid 光纤的 $\Delta\beta\sim\lambda$ 曲线，可以近似地估计该交叉灵敏度的大小。

3.1　在所选波长范围内 $\Delta\beta\sim\lambda$ 曲线不为直线，则(12)式中 $\frac{\partial^2(\Delta\beta_x)}{\partial\lambda^2}\neq0$，该值可以根据 $\Delta\beta\sim\lambda$ 曲线的数据进行近似计算。结合式(10)，(11)可以计算出在光纤长度取 1 m 时光纤应变和温度的灵敏度矩阵为

$$\begin{bmatrix}22000 & 0.10\\ 21000 & 0.12\end{bmatrix}$$

第一列和第二列分别对应波长 $\lambda=580$ nm 和 $\lambda=600$ nm 时轴向应变 $\Delta\varepsilon$(以应变 ε 衡量)和温度变化 ΔT (以摄氏度℃衡量)的灵敏度。显然，带有交叉灵敏度项的非线性方程组的解与实际值更为接近，可以以此来近似衡量线性方程组的解与实际值的差异。设这两个方程组求出的应变和温度变化值的绝对误差分别为 $\delta(\Delta\varepsilon)$ 和 $\delta(\Delta T)$，则可列出关于应变和温度变化求解误差的方程组

$$\begin{cases}22000\delta(\Delta\varepsilon)+0.10\delta(\Delta T))-A_{x,\varepsilon T}|_{\lambda=580\,\mathrm{nm}}\Delta\varepsilon\Delta T=0\\ 21000\delta(\Delta\varepsilon)+0.12\delta(\Delta T))-A_{x,\varepsilon T}|_{\lambda=600\,\mathrm{nm}}\Delta\varepsilon\Delta T=0\end{cases} \tag{13}$$

由(12)式可以求得 $A_{x,\varepsilon T}|_{\lambda=580\,\mathrm{nm}}\sim0.690\mathrm{rad}/\varepsilon\cdot℃$，$A_{x,\varepsilon T}|_{\lambda=600\,\mathrm{nm}}\sim1.04\mathrm{rad}/\varepsilon\cdot℃$，代入(13)式可

计算出

$$\begin{cases}\delta(\Delta\varepsilon) \sim 3.91 \times 10^{-5}\Delta\varepsilon\Delta T \\ \delta(\Delta T) \sim 15.5\Delta\varepsilon\Delta T\end{cases} \tag{14}$$

相对误差为

$$\begin{cases}\delta(\Delta\varepsilon)/\Delta\varepsilon \sim 3.91 \times 10^{-5}\Delta T \\ \delta(\Delta T)/\Delta T \sim 15.5\Delta\varepsilon\end{cases} \tag{15}$$

其中误差 $\delta(\Delta\varepsilon)$ 和 $\delta(\Delta T)$ 均取其绝对值。

不失其合理性，下面对(14)和(15)式的分析中我们设所测量的应变 ε 和温度 T 范围分别在 4000 ε 和 100℃ 以下。

由(14)和(15)式可以得出结论如下：

(1) 如果分别以 ε 和摄氏度 ℃ 衡量应变和温度，当两个参量的变化都较小时，可以通过线性近似方程组得到较准确的近似值，这与泰勒展开的近似原则相一致；

(2) 同样的应变(或温度)值，如果温度(或应变)变化较小，则应变(或温度)求解的绝对误差较小；应变的相对误差与温度变化成正比，而与应变变化无关，对温度的相对误差也有同样结论；

(3) 当两个参量之一的变化量级越接近或大于 $\Delta\varepsilon\Delta T$ 的量级时，则该量求解的相对误差越小，对于 $\Delta\varepsilon\Delta T$ 较大的情形，两个量之一如果小于 $\Delta\varepsilon\Delta T$ 的量级很多，将引起该量较大的误差，当然，这时另一个量则可以有较高的精度；

(4) 显然，由 $\varepsilon = \delta L/L$ 和(14)式，如果仅仅关心光纤的绝对拉伸值而不是应变，则当光纤长度提高一个数量级，同样的拉伸量及温度变化值的求解精度也提高一个量级；

(5) 在所测量的应变和温度范围内，应变和温度相对误差均有一个上限，即应变的最大相对误差为 ~ 0.391%，温度的最大相对误差为 ~ 6.2%，与温度比较而言，在任何应变和温度值时均可以用线性近似方程组获得应变的较精确的解。

3.2 设在所选波长范围内 $\Delta\beta \sim \lambda$ 特性曲线为直线，即斜率$\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda}$在这一波长范围是常数，于是$\frac{\partial^2(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda^2} \approx 0$，这样交叉灵敏度(12)与温度灵敏度(11)式的比值为

$$\frac{A_{i,\varepsilon T}}{A_{i,T}} \approx 1.558 = \text{常数} \tag{16}$$

(16)式的重要性在于，如果双折射光纤的 $\Delta\beta \sim \lambda$ 特性曲线在某一波长范围的斜率$\frac{\partial(\Delta\beta_i)}{\partial\lambda}$恒为常数，即为一直线时，该光纤应变和温度的交叉灵敏度 $A_{i,\varepsilon T}$ 将仅仅与温度灵敏度 $A_{i,T}$ 有关，而与应变灵敏度 $A_{i,\varepsilon}$ 无关，这意味着在这种情况下，忽略交叉灵敏度引起的应变误差 $\delta(\Delta\varepsilon) \equiv 0$，而引起的温度相对误差为

$$\delta(\Delta T)/\Delta T = 1.558\Delta\varepsilon \tag{17}$$

因此，我们可以据此设计制造一种椭圆纤芯高双折射光纤，使其在应变和温度传感器工作波长范围内的 $\Delta\beta \sim \lambda$ 特性曲线为直线，这样忽略交叉灵敏度得到的关于应变和温度的线性方程组的解与较精确的考虑交叉灵敏度而得到的非线性方程组的解相比，应变的求解精度相同；将(17)式与(15)式比较，可以看出，同样的应变和温度变化，温度的相对误差也减少了一个数量级，其最大相对误差为~0.62%。设计制造这样一种光纤实现应变和温度传感显然更有意义。

因此，利用具有这种特性的高双折射光纤测量应变与温度时，如果能遵循以上两个例子所

归纳出的原则设计应变和温度传感器，忽略交叉灵敏度，即使被测量变化较大，仍然可以用线性近似的方程组解出较高精度的参量值。

参 考 文 献

1 Ashish M. Vengsarkar, W. Craig Michie, Ljilja Jankovic *et al.*. Fiber-optic dual-technique sensor for simultaneous measurement of strain and temperature. *J. of Lightwave Technol.*, 1994, LT-12(1): 170～177

2 S. E. Kanellopoulos, V. A. Handerek, A. J. Rojers. Simultaneous strain and temperature sensing employing a photogenerated polarization coupler and low-order modes in an elliptically cored fibre. *Electr. Lett.*, 13th, 1994, 30(21): 1786～1787

3 M. G. Xu, J.-L. Archambault, L. Reekie *et al.*. Discrimination between strain and temperature effects using dual-wavelength fibre grating sensors. *Electr. Lett.*, 23 rd, 1994, 30(13): 1085～1087

4 G. Z. Wang, A. B. Wang, K. A. Murphy *et al.*. Two-mode Fabry-Perot optical fibre sensors for strain and temperature measurement. *Electr. Lett.*, 26 th, 1991, 27(20): 1843～1845

5 F. Farahi, D. A. Jackson. Temperature and strain sensing using monomode optical fiber. *SPIE, Fiber Optic Sensors: Engineering and Applications*, 1991, 1511: 234～243

6 Shang-Yuan Huang, James N. Blake, Byoung Yoon Kim. Perturbation effects on mode propagation in highly elliptical core two-mode fibers. *J. of Lightwave Technol.*, 1990, LT-8(1): 23～33

7 F. Farahi, David J. Webb, Julian D. C. Jones, David A. Jackson. Simultaneous measurement of temperature and strain: cross-sensitivity consideration. *J. of Lightwave Technol.*, 1990, LT-8(2): 138～142

An Analysis of Cross-sensitivity for Simultaneous Measurement of Strain and Temperature with Elliptical-core Fiber Sensors

Ma Jianjun Tang Weizhong

(*Lab. of Electronic Information Technique, Department of Information and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou* 310027)

Abstract Utilizing a theoretical model and Taylor expansion, the formula of cross-sensitivity, which can evaluate the practical elliptical-core fiber sensor for simultaneous measurement of strain and temperature, is presented. Physical meaning of the cross-sensitivity is given. With the experimental data the errors induced by the cross-sensitivity are calculated and some conclusions are obtained.

Key words optical fiber sensors, strain measurement, temperature measurement, cross-sensitivity