

掺钛蓝宝石固体激光谐振腔的 稳定特性研究*

黄旭光 黄斐然 余振新

李荣基

(中山大学超快速激光光谱学国家重点实验室 广州 510275)

(香港中文大学物理系 香港)

提要 运用 $ABCD$ 传输矩阵理论对掺钛蓝宝石固体激光谐振腔的稳定特性进行了研究, 得出了该类激光谐振腔的稳区解析解, 讨论了谐振腔的像散补偿、束腰大小和位置与腔参数的关系等问题。

关键词 掺钛蓝宝石激光器, 谐振腔的稳定特性, $ABCD$ 传输矩阵

1 引言

掺钛蓝宝石固体激光器除了具有结构简单、性能稳定、寿命长和室温运转等一般固体激光器的特点以外, 还具有比染料激光宽得多的波长可调谐范围的突出性能, 完全可望取代传统的染料激光器, 在连续可调谐运转和超短光脉冲产生两大方面得到广泛应用。因此, 有关掺钛蓝宝石固体激光的研究工作一直受到国内外的高度重视。其中对掺钛蓝宝石固体激光谐振腔进行腔型设计分析, 不仅有助于选择最佳腔参数, 优化腔型结构, 实现高效的连续激光振荡, 而且对如何调整谐振腔, 使之从连续过渡到克尔透镜自锁模状态、产生超短脉冲激光有指导作用。因为自锁模通常发生在稳区和非稳区交界附近。以往对掺钛蓝宝石激光器腔型研究主要集中在分析自锁模的腔结构参数^[1~4]。Knowls 等人^[5]采用数值算法分析了掺钛蓝宝石激光谐振腔的稳定特性。但这种数值算法不仅繁琐、计算量大且耗时, 不利于进行任意或改变腔参数的计算, 往往只给出特定腔参数的求解结果, 无法对谐振腔参数进行定性讨论, 给出同类腔的一般或普遍稳定特性。

本文通过对掺钛蓝宝石激光谐振腔进行传输矩阵理论研究, 推导出有关谐振腔稳区条件的解析表达式, 并对掺钛蓝宝石激光谐振腔稳区、像散补偿和束腰等参数进行了一般性讨论。

2 稳定性理论

通常掺钛蓝宝石激光器采用四镜折叠腔型, 具有 X 型和 Z 型两种等价形式。采用传输矩阵方法对图 1 所示四镜折叠腔的光束传输情况进行分析。由于折叠腔的球面反射镜布儒斯特角切割的晶体均会引入像散, 使子午面和弧矢面内的光束性质不同, 因此必须先分别求解这两个

* 广东省科学基金和中山大学科学基金资助项目。

收稿日期: 1996—08—12; 收到修改稿日期: 1996—10—28

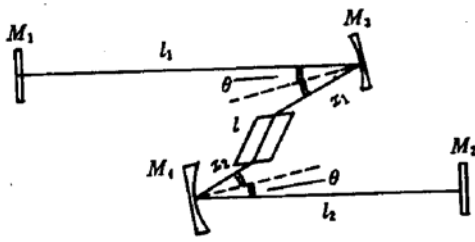


图 1 Z 型四镜折叠腔形图
Fig. 1 The Z- fold four-mirror cavity

面的稳区。不失一般性,假设臂长 $l_1 \leq l_2$, x_1 和 x_2 分别是 M_3 和 M_4 镜到激光晶体两表面的距离(图 1), $x = x_1 + x_2$ 。由于 l_1 和 l_2 的变化对稳区影响不明显,晶体长度 l 和两球面反射镜的曲率半径 R_3 和 R_4 一般都已事先选定,而稳区对 x 和折叠角 θ 的变化比较敏感,因此以 x 和 θ 为变量讨论腔的稳定特性。选 M_1 镜所在平面为参考平面,则光束从 M_1 镜到 M_2 镜的单程传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 & l_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_{i4} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/f_{i3} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (i = t, s) \quad (1)$$

式中,焦距

$$f_{ij} = \begin{cases} f_j \cos \theta = R_j \cos \theta / 2 & (i = t) \\ f_j / \cos \theta = R_j / 2 \cos \theta & (i = s) \end{cases} \quad (2)$$

其中 f_j 和 R_j ($j = 3, 4$) 分别为两折叠镜的焦距和曲率半径,晶体传输矩阵元^[6]

$$t_i = \begin{cases} l/n^3 & (i = t) \\ l/n & (i = s) \end{cases} \quad (3)$$

n 为激光晶体的折射率。其余参量的意义如图 1 所示。计算整理得

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}_i = \begin{bmatrix} 1 - \frac{l_2(f_{i3} + f_{i4}) + (x + t_i)(f_{i4} - l_2)}{f_{i3}f_{i4}} & l_1 + l_2 + x + t_i - \frac{l_1 l_2 (f_{i3} + f_{i4} - x - t_i) + (x + t_i)(f_{i3} l_2 + f_{i4} l_1)}{f_{i3}f_{i4}} \\ \frac{x + t_i - f_{i3} - f_{i4}}{f_{i3}f_{i4}} & 1 - \frac{l_1(f_{i3} + f_{i4}) + (x + t_i)(f_{i3} - l_1)}{f_{i3}f_{i4}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中 $x = x_1 + x_2$ 。

根据复杂谐振腔的 G 参数理论^[7],谐振腔的稳定条件为

$$0 \leq G_1 G_2 \leq 1 \quad (5)$$

其中 $G_1 = a - b/R_3, G_2 = d - b/R_4$, 这里是平面镜, $R_3 = R_4 = \infty$, 因此有

$$\begin{aligned} G_{1i} &= 1 - \frac{l_2(f_{i3} + f_{i4}) + (x + t_i)(f_{i4} - l_2)}{f_{i3}f_{i4}} \\ G_{2i} &= 1 - \frac{l_1(f_{i3} + f_{i4}) + (x + t_i)(f_{i3} - l_1)}{f_{i3}f_{i4}} \end{aligned} \quad (6)$$

为了求解稳定条件(5),可由(6)式中消去 $x + t_i$,得到如下的谐振腔 G 参数直线方程

$$G_{2i} = \frac{l_1 - f_{i3}}{l_2 - f_{i4}} G_{1i} + \frac{f_{i4}^2(l_1 - f_{i3}) - f_{i4}^2(l_1 - f_{i3})}{f_{i3}f_{i4}(l_2 - f_{i4})} \quad (7)$$

由 G 参数直线与双曲线 $G_1 G_2 = 1$ 及坐标轴 $G_1 = 0, G_2 = 0$ 四个交点决定谐振腔的稳区和相应的临界 x 值

$$\left. \begin{aligned} C_{1i} &= f_{i3} + f_{i4} - t_i \\ C_{2i} &= f_{i3} + \frac{f_{i4}l_2}{l_2 - f_{i4}} - t_i \\ C_{3i} &= f_{i4} + \frac{f_{i3}l_1}{l_1 - f_{i3}} - t_i \\ C_{4i} &= \frac{f_{i3}l_1}{l_1 - f_{i3}} + \frac{f_{i4}l_2}{l_2 - f_{i4}} - t_i \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

在实际的激光系统, 一般有 $f_3 = f_4 = f = R/2$, 于是(8)式变为

$$\left. \begin{aligned} C_{1i} &= 2f_i - t_i \\ C_{2i} &= f_i + \frac{fd_2}{l_2 - f_i} - t_i \\ C_{3i} &= f_i + \frac{fd_1}{l_1 - f_i} - t_i \\ C_{4i} &= \frac{fd_1}{l_1 - f_i} + \frac{fd_2}{l_2 - f_i} - t_i \end{aligned} \right\} \quad (8')$$

稳区一般分为两个区域, 即 $C_{1i} \leq x \leq C_{2i}$ 和 $C_{3i} \leq x \leq C_{4i}$ 。这两个子区域的大小为

$$\Delta_i = C_{2i} - C_{1i} = C_{4i} - C_{3i} = \frac{f_i^2}{l_2 - f_i} \quad (9)$$

根据(8')式可以以 $x-\theta$ 为坐标轴分别作出子午面和弧矢面稳区四条边界, 构成两平面各自稳区, 它们的公共区域即为四镜折叠谐振腔的稳区。由于这是一个不涉及增益的裸腔理论, 而且没有考虑热透镜效应, 以致所给出的稳区参数与 x 有关, 与 x_1 或 x_2 无关。但事实上晶体不能任意放置, 须使两折叠镜间的腰斑位置落在晶体内。

图 2 是典型的掺钛蓝宝石激光谐振腔稳区图。该谐振腔参数为: 晶体长度 $l = 2 \text{ cm}$, $n = 1.76$, 球面折叠镜的曲率半径 $R = 2f = 10 \text{ cm}$, 臂长 $l_1 = 60 \text{ cm}$, $l_2 = 100 \text{ cm}$ 。从图中可见, 该腔型存在四个稳区, 只要折叠角 θ 和距离 x 这对敏感量处于这些区域内, 谐振腔为稳定的。这是激光器连续运转的必要条件之一。

根据稳区边界的解析式(8'), 不必作任何数值计算, 便可马上得到四镜折叠腔稳区的普遍特性:

(1) 稳区与腔型对称性关系。由(8')式, 当谐振腔对称时, 即 $l_1 = l_2$, 则 $C_{2i} = C_{3i}$, 存在一整块稳区; 当谐振腔不对称时, $C_{2i} < C_{3i}$, 稳区将分裂成多个子稳区。并且非对称性越大, 分裂越严重, 稳区越小。因此, 腔型应尽量接近对称, 以利于得到大的稳区。两折叠镜的距离 x 有较大的变化容许量。

(2) 稳区与折叠镜曲率半径的关系。由(8'), (9)两式可知, 当 R 增大时, 所有边界均向右移, 但 2, 4 边界(右边界)比 1, 3 边界(左边界)移动更大, 使子稳区的 Δ_i 随 R 增大而增大。因此选择大的曲率半径有利于得到大的稳区。但 R 过大激光功率会下降。

(3) 稳区与臂长的关系。由(8')式可知, 稳区第一边界 C_{1i} 仅取决于折叠镜曲率半径 R 、折射角 θ 和棒长 l , 与臂长无关。第 2 边界 C_{2i} 还与长臂 l_2 有关。第 3 边界 C_{3i} 与短臂 l_1 有关。第 4 边界 C_{4i} 与长、短臂均有关。因此, 长臂的增大会使两个子稳区的右边界向左移动, 导致两子稳区变小; 而短臂的增大仅引起第二子稳区左移, 基本不影响子稳区的大小。在实验上若要增大任何一臂的长度, 则相应地应适当减少两折叠镜之间的距离 x , 使之仍处于稳区。

(4) 像散补偿和 θ 的选择。由于折叠镜和激光晶体的像散效应, 腔内各处的激光束一般是

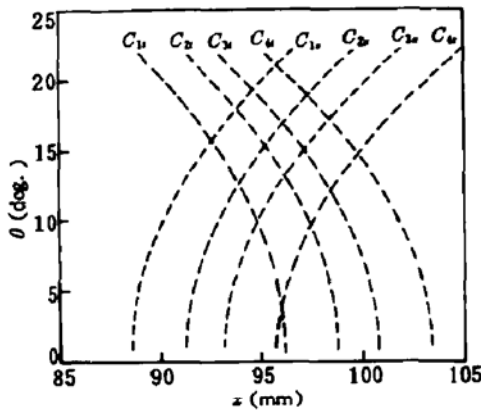


图 2 四镜腔典型的稳区图
Fig. 2 A typical diagram of stable regions of the cavity

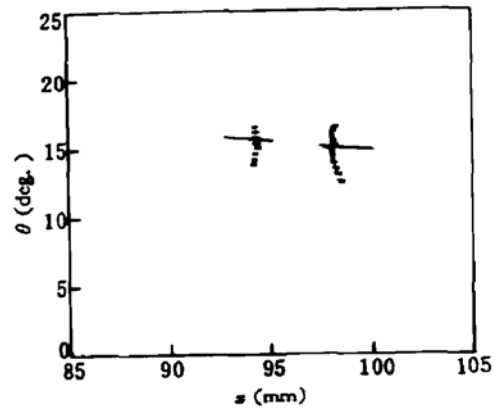


图 3 M_1 镜处的像散补偿点
Fig. 3 The points of astigmatic compensation on M_1

椭圆高斯光束。只有光束半径满足 $W_1 = W_s$ ，像散补偿的某些特定点才是圆形高斯光束。通常希望输出光斑为圆形，故要求输出端镜例如 M_1 镜处满足像散补偿。由谐振腔传输理论可得参考平面 M_1 处的束腰 W_1 为

$$W_{11} = \sqrt{\frac{\lambda |bG_2|}{\pi \sqrt{G_1 G_2 (1 - G_1 G_2)}}} = \sqrt{\frac{\lambda (l_1 - f_1)}{\pi} \sqrt{\frac{(x - C_{31})(C_{41} - x)}{(x - C_{11})(x - C_{21})}}} \quad (10)$$

根据上式和像散补偿条件计算发现，在图 2 的稳区内只有为数很少的点能实现圆形高斯光束输出(见图 3)。其中子午面与弧矢面的第一边界 C_{1r} 和 C_{1s} 交点对应的折叠角 θ_1 附近满足像散补偿的点最多，距离 x 的稳区允许量最大，在实验上一般选用这一角度。当 θ 大于或小于 θ_1 时，稳区(x 的允许量)均变小，偏离 θ_1 越远稳区越小。

事实上，由 $C_{1r}(\theta_1) = C_{1s}(\theta_1)$ ，并利用(8')，(2)和(3)式，可得 θ_1 满足

$$2\left(\frac{f}{\cos\theta_1} - f\cos\theta_1\right) = \frac{l}{n} - \frac{l}{n_3} \quad (11)$$

方程左边是两折叠镜因像散带来的 t, s 面焦距差异，右边是晶体布儒斯特角引起的在 t, s 面内的等效晶体厚度差。这正是另一类常用的“像散补偿条件”^[8]。

我们根据图 2 的腔参数建立了一个钛宝石激光系统，通过调节 M_4 的位置进行了稳区测定实验，结果发现，当 M_3 和 M_4 镜的折叠角 θ 约为 15° 时， M_4 镜有两个大小分别为 2 mm 和 2.6 mm 的范围可以产生激光振荡，而这两个振荡区相距约 2.3 mm。当 θ 取 10° 和 19° 时仅有一个大小约 2.5 mm 的调节范围可产生振荡。另外，发现当 M_3 和 M_4 镜的折叠角在 θ_1 值附近时 M_1 和 M_2 镜上的光束为圆形，偏离 θ 时变为椭圆。可见，以上结果都与理论相符合。

3 光束腰斑

四镜折叠腔存在三个腰斑，其中 W_1 和 W_2 位于两平面镜 M_1 和 M_2 处，腰斑 W_c 在激光晶体中央。

3.1 腰斑 W_1 与臂长的关系。 W_1 由(10)式决定,先讨论 W_1 与 l_2 的关系。令 $y = \left[\frac{\pi W_1^2}{\lambda(l_1 - f)} \right]^2$,

$$\text{则 } y = \frac{(x - C_3) \left(\frac{fl_1}{l_1 - f} + \frac{fl_2}{l_2 - f} - x \right)}{(x - C_1) \left(x - f - \frac{fl_2}{l_2 - f} \right)}$$

$$\text{对 } l_2 \text{ 求导,得 } \frac{dy}{dl_2} = - \frac{(x - C_3)f^4}{(x - C_1)(l_1 - f)(l_2 - f)(x - C_2)^2}$$

可见,1) 在第 1 子稳区, W_1 随 l_2 增大而增大; 2) 在第 2 子稳区, W_1 随 l_2 增大而减少。

3.2 腰斑 W_c 及其位置。 W_c 是关系到振荡光束与泵浦光束模体积是否匹配、激光功率大小和自锁模成败的重要参数,可通过 M_1 镜到晶体中央的传输矩阵来计算。设 h_i ($i = s$ 和 t) 为晶体前表面到振荡光腰处的距离,即光腰位置,则有

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}_s &= \begin{bmatrix} 1 & h_s \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_s & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 1 - \frac{x_1 + \frac{h_s}{n}}{f_s} & l_1 \left(1 - \frac{x_1 + \frac{h_s}{n}}{f_s} \right) + x_1 + \frac{h_s}{n} \\ -\frac{1}{nf_s} & \frac{1}{n} \left(1 - \frac{l_1}{f_s} \right) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}_t &= \begin{bmatrix} 1 & h_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_t & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} 1 - \frac{x_1 + \frac{h_t}{n^3}}{f_t} & nl_1 \left(1 - \frac{x_1 + \frac{h_t}{n^3}}{f_t} \right) + n \left(x_1 + \frac{h_t}{n^3} \right) \\ -\frac{1}{nf_t} & \frac{1}{n^2} \left(1 - \frac{l_1}{f_t} \right) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

上式右边的第二矩阵分别为 s, t 面内晶体布儒斯特角表面的入射传输矩阵。根据传输理论的 g 参数变换关系,以 $R_s = R_t = \infty$ 代入,并利用(12)式整理,得

$$\begin{cases} h_s = \frac{nf_s \left[\frac{\pi^2 W_{1s}^4}{\lambda^2} + l_1(l_1 - f_s) \right]}{\frac{\pi^2 W_{1s}^4}{\lambda^2} + (l_1 - f_s)^2} - nx_1 \\ W_{cs} = W_{1s} \frac{f_s}{\sqrt{\frac{\pi^2 W_{1s}^4}{\lambda^2} + (l_1 - f_s)^2}} \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} h_t = \frac{n^3 f_t \left[\frac{\pi^2 W_{1t}^4}{\lambda^2} + l_1(l_1 - f_t) \right]}{\frac{\pi^2 W_{1t}^4}{\lambda^2} + (l_1 - f_t)^2} - n^2 x_1 \\ W_{ct} = W_{1t} \frac{nf_t}{\sqrt{\frac{\pi^2 W_{1t}^4}{\lambda^2} + (l_1 - f_t)^2}} \end{cases} \quad (13')$$

根据上面各式可以得到以下结果:

1) 当 $l_1 = l_2, x_1 = x_2 = x/2$, 则 $h_s = h_r = l/2$, 即束腰 W_c 在晶体正中心, 但一般情况下 s 和 t 面的光腰位置不重合, 并偏离晶体中心, 束腰大小也不相等。2) 因 $\frac{dW_c}{dW_1} \propto (l_1 - f)^2 - \frac{\pi^2 W_1^4}{\lambda^2}$, 一般地, $(l_1 - f)^2 \gg \frac{\pi^2 W_1^4}{\lambda^2}$, 故 $\frac{dW_c}{dW_1} > 0$, 即 W_c 随 W_1 的增大而增大。由 W_1 与 l_2 的关系, W_c 在第一子稳区随 l_2 增大而增大, 在第二子稳区随 l_2 增大而减少。

因此, 对于确定的泵浦光束参数, 可通过调节臂长和距离 x 等腔参数选择匹配的 W_c , 以获得较高的激光输出功率或实现自锁模。

本文的结果完全适用于新型激光晶体 Cr:LiSAF 和 Cr:LiCAF 等所有采用同类谐振腔的激光器。

参 考 文 献

- 1 D. Georgiev, J. Herrmann, U. Stamm. Cavity design for Optimum nonlinear absorption in Kerr-lens mode-locking solid-state lasers. *Opt. Commun.*, 1992, **92**(4,5,6): 368~375
- 2 V. Magni, G. Gerulloo, S. De Slivestri *et al.*. Close form Gaussian beam analysis of resonators containing a Kerr medium for femtosecond lasers. *Opt. Commun.*, 1993, **101**(5,6): 365~370
- 3 J. Herrmann. Theory of Kerr-lens mode locking; role of self-focusing and radially varying gain. *J. Opt. Soc. Am. B.* 1994, **11**(3): 489~512
- 4 V. Magni, G. Gerulloo, S. De Slivestri *et al.*. Astigmatism in Gaussian-beam self-focusing and resonators for Kerr-lens mode locking. *J. Opt. Soc. Am. B.* 1995, **12**(3): 476~485
- 5 M. R. H. Knowles, C. E. Webb. Cavity configuration for copper vapour laser pumped titanium sapphire laser. *Opt. Commun.*, 1992, **89**: 493~506
- 6 D. C. Hanan. Astigmatic Gaussian beams produced by axially asymmetric laser cavity. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1969, **QE-5**: 483~488
- 7 S. E. Siegman. *Laser*. Mill Valley, California; University Science Books, 1986, Ch. 20
- 8 H. Kogelnik, E. Ippen, A. Pienes *et al.*. Astigmatically compensated cavities for CW dye lasers. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1972, **QE-8**: 373~379

Research on the Stability of a Ti:sapphire Laser Resonator

Huang Xuguang Huang Feiran Yu Zhenxin

(Ultrast Laser Spectroscopy Laboratory, Zhongshan University, Guangzhou 510275)

LEE Wing-kee

(Department of Physics, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong)

Abstract The stability of a Ti:sapphire laser resonator is studied by means of ABCD transfer matrix theory. Analytic solutions of stable regions of the resonator have been obtained. Astigmatism compensation, beam waist sizes and their positions, and their relationship with cavity parameters are discussed.

Key words Ti:Al₂O₃ solid-state laser, stability of resonator, ABCD transfer matrix