

线性偏振和方位偏振 Bessel-Gauss 光束的 传输特性比较*

赵道木 朱九皋 王绍民

(杭州大学物理系, 杭州 310028)

提要 利用 Collins 衍射积分公式, 给出了线性偏振 Bessel-Gauss 和方位偏振 Bessel-Gauss 光束通过 $ABCD$ 轴对称光学系统的解析表达式。作为应用, 对该两类光束通过单透镜系统的传输特性作了数值计算比较, 并对结果作了分析和讨论。

关键词 线性偏振 Bessel-Gauss 光束, 方位偏振 Bessel-Gauss 光束, $ABCD$ 矩阵

1 引言

自 Rochester 大学的 Durnin 等人报道 Bessel 光束的演示性实验以来^[1], 由于该类光束具有“无衍射”的奇异特性和诱人的应有前景, 国内外迅速掀起了对 Bessel 光束、Bessel-Gauss 光束、新光束等的研究热潮^[1~8]。近期, T. Erdogan 等从实验上利用共心圆形光栅面辐射量子阱半导体激光器实现了一种近红外、圆对称、方位偏振的激光束^[9], R. H. Jordan 等以此为事实根据, 理论上从矢量波动方程出发, 并作了方位偏振、傍轴近似条件的假定后, 证明了方位偏振 Bessel-Gauss 光束 (J_1-G) 为方位偏振下波动方程 (APSW) 的一个解^[10], 这里所指的方位偏振即为熟知的圆偏振或椭圆偏振。它不同于线性偏振的 Bessel-Gauss 光束 (J_0-G), 线性偏振的 Bessel-Gauss 光束是傍轴近似下标量波动方程的一个解^[5]。方位偏振 Bessel-Gauss 光束形式上为平面波传播因子、一类一阶 Bessel 函数和高斯函数三部分的乘积。其特点是, 无论在近场还是在远场下该光束的光斑中心永远为一黑斑。

对该两类光束的传输特性研究大都局限于自由空间简单情况, 研究表明, 对于近场情况两类光束具有完全不同的性质, 而对于远场情况两类光束具有相似的径向强度分布。就我们所知, 对其通过一般化光学系统的传输变换研究还未见报道。本文将从傍轴近似下的 Collins 衍射积分公式出发, 导出该两类光束通过 $ABCD$ 矩阵表征的轴对称光学系统的解析表达式。作为应用, 并对其通过单透镜系统情况作了数值计算, 比较和讨论了两类光束的传输性质。

2 两类光束通过 $ABCD$ 轴对称光学系统的传输

2.1 线性偏振 Bessel-Gauss 光束

假定在 $z = 0$ 处的线性偏振 Bessel-Gauss 光束的场分布为

* 国家自然科学基金资助项目。

$$E(r_1, 0) = E_0 J_0(\beta r_1) \exp\left(-\frac{r_1^2}{W_0^2}\right) \quad (1)$$

让其通过一 $ABCD$ 矩阵表征的轴对称光学系统, 据 Collins 衍射积分公式^[11]

$$E(r_2, \theta_2, z) = -\frac{i}{\lambda B} \exp(ikz) \int_0^\infty r_1 dr_1 \int_0^{2\pi} d\theta_1 E(r_1, 0) \exp\left\{\frac{ik}{2B}[Ar_1^2 - 2r_1 r_2 \cos(\theta_2 - \theta_1) + Dr_2^2]\right\} \quad (2)$$

将(1)式代入(2)式, 并令

$$\alpha = \frac{1}{W_0^2} - \frac{ikA}{B}, \quad \gamma = \frac{\beta}{2}, \quad \delta = \frac{\beta r_2}{2B}, \quad x = r_1^2 \quad (3)$$

则(2)式变换为

$$E(r_2, z) = -\frac{ik}{2B} E_0 \exp(ikz + \frac{ikD}{2B} r_2^2) \int_0^\infty dx J_0(2\gamma \sqrt{x}) J_0(2\delta \sqrt{x}) \exp(-\alpha x) \quad (4)$$

利用数学关系式^[12]

$$\int_0^\infty dx J_0(2\gamma \sqrt{x}) J_0(2\delta \sqrt{x}) \exp(-\alpha x) = \frac{1}{\alpha} I_0\left(\frac{2\gamma\delta}{\alpha}\right) \exp\left(-\frac{\gamma^2 + \delta^2}{\alpha}\right) \quad (5)$$

式中 I_0 为零阶虚宗量 Bessel 函数, 且

$$I_0(x) = J_0(ix) \quad (6)$$

经整理后, 得

$$E(r_2, z) = E_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left[i\left(kz - \frac{\beta^2 BD}{2k} - \phi\right)\right] J_0\left[\beta r_2 / (A + iB/z)\right] \cdot \exp\left\{[-1/W^2(z) + ik/2R(z)](r_2^2 + \beta^2 B^2/k^2)\right\} \quad (7)$$

其中

$$W(z) = W_0(A^2 + B^2/z^2)^{1/2} \quad (8a)$$

$$R(z) = \frac{A^2 z^2 + B^2}{ACz^2 + BD} \quad (8b)$$

$$\phi(z) = \arctan(B/Az) \quad (8c)$$

分别为高斯光束的光斑尺寸、波前曲率半径、位相因子传输的具体表达式。其中 $z_0 = \pi W_0^2/\lambda$ 为高斯光束的瑞利距离。

考虑简单情况, 若光学系统为一自由空间, 此时(7)和(8)式则退化为文献[5]中的结果。

2.2 方位偏振 Bessel-Gauss 光束

假定在 $z = 0$ 处单色光源产生的方位偏振 Bessel-Gauss 光束的场分布为

$$E(r_1, 0) = \hat{\varphi} \phi(r_1, 0) = \hat{\varphi} E_0 J_1(\beta r_1) \exp\left(-\frac{r_1^2}{W_0^2}\right) \quad (9)$$

$\hat{\varphi}$ 为方位偏振方向的单位矢量, 即为圆偏振或椭圆偏振琼斯法的单位矢量。考虑让其通过一 $ABCD$ 矩阵表征的轴对称光学系统, 据 Collins 衍射积分公式(2), 并作类似于(3)式的替换, 则出射面的场分布为

$$E(r_2, z) = -\hat{\varphi} \frac{ik}{2B} E_0 \exp(ikz + \frac{ikD}{2B} r_2^2) \int_0^\infty dx J_1(2\gamma \sqrt{x}) J_1(2\delta \sqrt{x}) \exp(-\alpha x) \quad (10)$$

利用数学关系式^[12]

$$\int_0^\infty dx J_1(2\gamma \sqrt{x}) J_1(2\delta \sqrt{x}) \exp(-\alpha x) = \frac{1}{\alpha} I_1\left(\frac{2\gamma\delta}{\alpha}\right) \exp\left(-\frac{\gamma^2 + \delta^2}{\alpha}\right) \quad (11)$$

式中 I_1 为一阶虚宗量 Bessel 函数, 且

$$I_1(x) = -iJ_1(ix) \quad (12)$$

经整理后, 得

$$E(r_2, z) = \hat{q}E_0 \frac{W_0}{W(z)} \exp\left[i\left(kz - \frac{\beta^2 BD}{2k} - \phi\right)\right] J_1\left[\beta r_2 / (A + iB/z)\right] \cdot \exp\left\{\left[-1/W^2(z) + ik/2R(z)\right](r_2^2 + \beta^2 B^2/k^2)\right\} \quad (13)$$

其中 $W(z)$ 、 $R(z)$ 、 $\phi(z)$ 同(8)式一致。

考虑简单情况, 若光学系统为一自由空间, 此时(13)式则退化为文献[10]中的结果。

3 应用例子

(7)式和(13)式分别为线性偏振 Bessel-Gauss 光束和方位偏振 Bessel-Gauss 光束通过 ABCD 矩阵表征的轴对称光学系统的一般化表达式。我们利用(7)和(13)式来计算和分析一种简单情况, 即两类 Bessel-Gauss 光束通过单透镜的传输变换问题。易知其传输矩阵为

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & z \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - z/f & z \\ -1/f & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

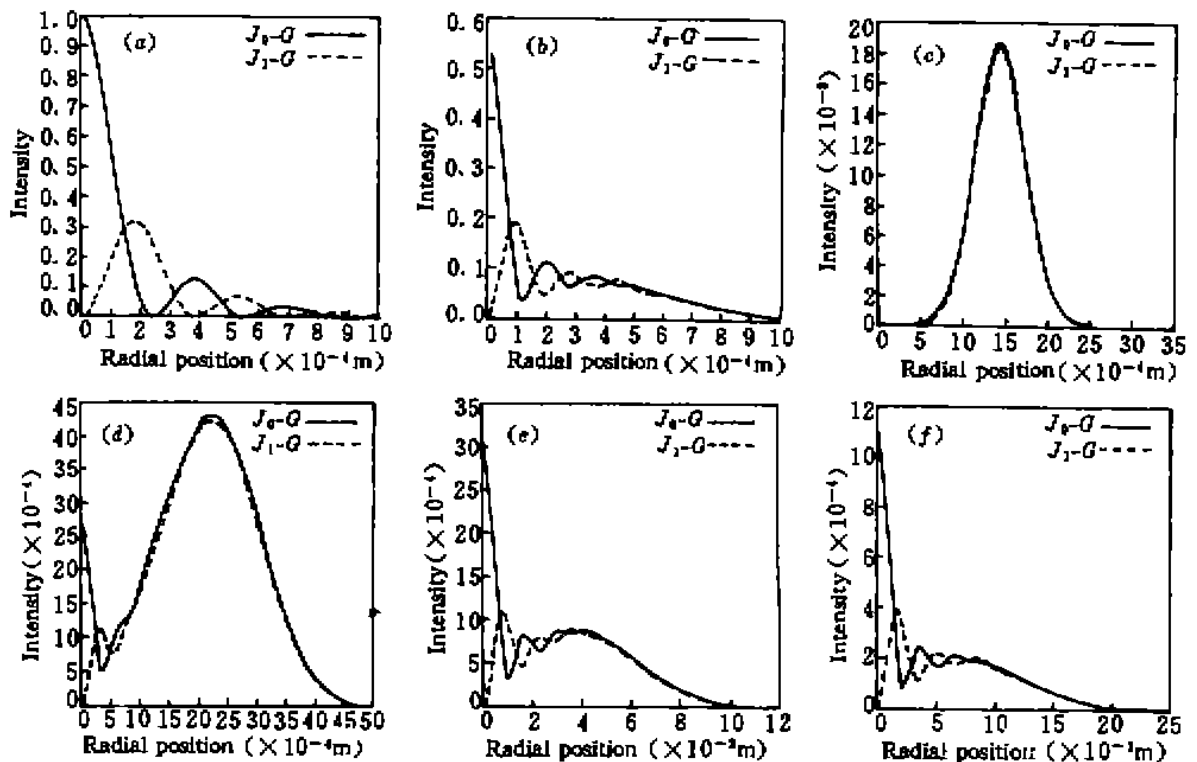


图 1 线性偏振 Bessel-Gauss 光束和方位偏振 Bessel-Gauss 光束通过焦距 $f = 1$ m 透镜变换的径向强度分布曲线。实线: 线性偏振 Bessel-Gauss 光束; 虚线: 方位偏振 Bessel-Gauss 光束。(a) ~ (f) 分别对应于 $z = 0, 0.5, 1.5, 2.5, 5, 10$ m 的情况。光束参数为 $\theta = 1$ mrad, $W_0 = 1$ mm, $\lambda = 632.8$ nm

Fig. 1 The radial intensity distributions of the linearly polarized Bessel-Gauss beam and the azimuthally polarized Bessel-Gauss beam through an optical system with a lens $f = 1$ m. Solid line—linearly polarized Bessel-Gauss beam; dashed line—azimuthally polarized Bessel-Gauss beam. The curves (a), (b), (c), (d), (e) and (f) correspond to the cases of $z = 0, 0.5, 1.5, 2.5, 5$ and 10 m, respectively. The beam parameters are $\theta = 1$ mrad, $W_0 = 1$ mm, and $\lambda = 632.8$ nm

图 1 给出了两类 Bessel-Gauss 光束通过单透镜变换在 $z = 0, 0.5, 1.5, 2.5, 5, 10$ m 处的径向光强分布计算曲线。计算中选取下列参数, $\theta = 1$ mrad, $W_0 = 1$ mm, $\lambda = 632.8$ nm, $f = 1$ m, $E_0 = 1$, 而 $\beta = k \sin \theta$ 。

从图中可以看出, 方位偏振 Bessel-Gauss 的中心点一直为黑点, 这是很显然的。因式(13)中含有 J_1 函数。另外当考虑到远场时, 其线性偏振 Bessel-Gauss 光束和方位偏振 Bessel-Gauss 光束并不具有相似的径向强度分布, 这完全不同于它们在自由空间中的传输情况^[10]。

利用 Collins 衍射积分公式, 得到了线性偏振 Bessel-Gauss 光束和方位偏振 Bessel-Gauss 光束通过一般化轴对称光学系统的解析表达式, 这在实际中分析它们的传输变换问题时是简单而实用的, 避免了中间过程中的繁复的积分运算过程。从分析结果看, 两类光束的变换性质并不相同, 都跟光学系统的矩阵元有关。

参 考 文 献

- 1 J. Durnin, J. J. Miceli, J. H. Eberly. Diffraction-free beam. *Phys. Rev. Lett.*, 1987, 58(15): 1499
- 2 J. Durnin. Exact solution for nondiffracting beams, 1; The scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1987, 4(4): 651
- 3 L. Vicari. Truncation of non diffracting beams. *Opt. Commun.*, 1989, 70(4): 263
- 4 F. Bloisi, L. Vicari. Bessel beams propagation through axisymmetric optical systems. *J. Optics*, 1991, 22(1): 3
- 5 F. Gori, G. Guattari, C. Padovani. Bessel-Gauss beams. *Opt. Commun.*, 1987, 64: 491
- 6 J. Durnin, J. J. Miceli, J. H. Eberly. Comparison of Bessel and Gaussian beams. *Opt. Lett.*, 1988, 13: 79
- 7 吕百达, 张 彬, 蔡邦维. 高阶贝塞耳光束及传输特性研究. *光学学报*, 1993, 13(9): 840
- 8 D. Zhao, S. Wang. New beam propagation through axisymmetric optical systems. *Optik*, 1995, 101(1): 1
- 9 T. Erdogan, O. King, G. W. Wicks et al. Circularly symmetric operation of a concentric-circle-grating, surface-emitting, AlGaAs/GaAs quantum-well semiconductor laser. *Appl. Phys. Lett.*, 1992, 60(16): 1921
- 10 R. H. Jordan, D. G. Hall. Free-space azimuthal paraxial wave equation; the azimuthal Bessel-Gauss beam solution. *Opt. Lett.*, 1994, 19(7): 427
- 11 S. A. Collins. Lens-system diffraction integral written in terms of matrix optics. *J. Opt. Soc. Am.*, 1970, 60: 1168
- 12 Edited by A. Erdelyi. Tables of integral transformations, Vol. 2. 1st Edition, 1954, Mc Graw-Hill Book Company New York Toronto London, 5~92

Comparing of Propagation Characteristics between the Linearly Polarized Bessel-Gauss Beam and the Azimuthally Polarized Bessel-Gauss Beam

Zhao Daomu Zhu Jiugao Wang Shaomin

(Department of Physics, Hangzhou University, Hangzhou 310028)

Abstract With Collins diffraction integral formula in the paraxial approximation, the analytical expressions for the linearly polarized Bessel-Gauss beam and the azimuthally polarized Bessel-Gauss beam through any axisymmetric optical system that can be described by an $ABCD$ ray transfer matrix are given in this paper. For example, the propagation characteristics of these two kinds of Bessel-Gauss beams through an optical system with a lens are compared by a numerical calculation. And the results are also analyzed and discussed.

Key words linearly polarized Bessel-Gauss beam, azimuthally polarized Bessel-Gauss beam, $ABCD$ matrix