

# 光学榕树网络与全混洗网络之间的 转换及实现\*

刘中林 曹明翠 李洪谱 万安君 李再光

(华中理工大学激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

**提要** 光学榕树网络的快速控制需要在全混洗网络和光学榕树网络间进行快速的相互转换。分别给出了光学榕树网络转换成全混洗网络及全混洗网络转换成光学榕树网络时结点、链路、输入端口、输出端口的映射规则,并用电子学进行快速实现。

**关键词** 光交换,光互连网络,映射规则

## 1 引言

自由空间光互连网络和自由空间光交换网络,由于能够克服许多高速数字系统中的互连“瓶颈”,将在并行计算机系统、高速通信交换系统中得到重要应用。这种网络在高速的 FET-SEED 灵巧像素光开关结点列阵之间通过光束在自由空间进行互连,从而充分利用了光电子器件的高速度及自由空间的高带宽、并行性、无串话等特性,以完成信息的高速互连及交换。目前,自由空间光交换网络作为一种宽带交换技术,正逐步用来实现未来宽带综合业务数字网(B-ISDN)中的异步转移模式(ATM)<sup>[1]</sup>。

光开关结点列阵之间采用规则的光互连网络进行互连。目前已经实现并能实用化的光互连网络为光学榕树网络(Optical Banyan Network)。实现这种网络仅需要 $1 \times 3$  BPG 计算全息元件<sup>[2]</sup>,从而费用低,结构简单,可靠性高,因此将会得到实用。然而网络的高速控制一直是需要解决的问题。如果采用全混洗网络(Perfect Shuffle Network),则网络的高速控制易于实现<sup>[3]</sup>。由于光学 Banyan 网络与全混洗网络拓扑等价<sup>[4]</sup>,它们之间可通过映射规则进行相互转换,从而对于采用光学 Banyan 网络的自由空间光交换系统其控制问题可相应得到解决。

本文给出了光学 Banyan 网络与全混洗网络相互转换时结点、链路、输入端口、输出端口(统称网络元素)的映射规则,并以  $N = 8$  的网络为例,用极简单的电子元件快速实现。

## 2 网络间相互转换时的映射规则

这里所讨论的两种网络输入输出端口数均为  $2N$ ,由  $(n + 1)$  级结点和  $n$  级链路组成, $n = \log_2 N$ 。每个结点头有  $N$  个  $2 \times 2$  结点,每个链路级有  $2N$  根链路,网络的结点头标记为  $i, 0 \leq$

\* 国家863高技术基金和国防科工委预研基金资助项目。

收稿日期·1995年9月8日;收到修改稿日期·1995年11月6日

$i \leq n$ . 第  $i$  结点和第  $i+1$  结点和级间的链路称为第  $i$  链路级,  $0 \leq i < n$ . 第 0 结点的输入为网络的输入, 第  $n$  结点的输出为网络的输出。

如果网络 1 为全混洗网络, 网络 1 中用  $n$  位二进制代码  $(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1)_i$  标记第  $i$  结点上某个结点的物理地址。物理地址表示结点的相对位置。经等价变换, 变成网络 2, 即光学 Banyan 网络。此时结点上标记的地址成为网络 2 中的逻辑地址。仍用  $(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1)_i$  表示。等价变换的方法来源于伙伴结点的概念<sup>[5]</sup>。网络 2 中该结点还有一个物理地址  $(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1)_i$ , 其逻辑地址可认为是由映射  $\alpha$  作用到物理地址上产生

$$(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1)_i = \alpha[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1)_i] = \overbrace{(P_{n-i}, P_{n-i-1}, \dots, P_1)}^{n-i} \overbrace{(P_n, P_{n-1}, \dots, P_{n-i+1})}_i (0 \leq i \leq n) \quad (1)$$

网络 1 中第  $i$  链路级的某根链路其物理地址用  $n+1$  位二进制代码  $(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1, B_0)_i$  表示。该链路连在结点  $(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1)_i$  右端的两个端子上。如果连在上端子则  $B_0 = 0$ , 如果连在下端子则  $B_0 = 1$ 。等价变换成网络 2 后, 链路上标记的物理地址成为其逻辑地址。该链路在网络 2 中还有一个物理地址  $(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0)_i$ , 其逻辑地址可认为是由映射规则  $\beta$  作用到物理地址上产生

$$(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1, B_0)_i = \beta[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0)_i] = \overbrace{(P_{n-i}, P_{n-i-1}, \dots, P_1)}^{n-i} \overbrace{(P_n, P_{n-1}, \dots, P_{n-i+1})}_i \overbrace{(P_0)}^1 (0 \leq i < n) \quad (2)$$

同理, 网络 2 中输入端口与输出端口的映射规则  $\gamma, \delta$  分别为:

$$(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1, B_0) = \gamma[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0)] = (P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0) \quad (3)$$

$$(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1, B_0) = \delta[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0)] = (P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0) \quad (4)$$

可见  $\gamma, \delta$  为恒等映射。作为例子, 考虑  $N = 8$  的网络,  $n = \log_2 N = 3$ 。

结点映射

$$(B_3, B_2, B_1)_i = \alpha[(P_3, P_2, P_1)_i] = \begin{cases} (P_3, P_2, P_1) & (i = 0 \text{ 结点和级}) \\ (P_2, P_1, P_3) & (i = 1 \text{ 结点和级}) \\ (P_1, P_3, P_2) & (i = 2 \text{ 结点和级}) \\ (P_3, P_2, P_1) & (i = 3 \text{ 结点和级}) \end{cases} \quad (5)$$

链路映射

$$(B_3, B_2, B_1, B_0)_i = \beta[(P_3, P_2, P_1, P_0)_i] = \begin{cases} (P_3, P_2, P_1, P_0) & (i = 0 \text{ 链路级}) \\ (P_2, P_1, P_3, P_0) & (i = 1 \text{ 链路级}) \\ (P_1, P_3, P_2, P_0) & (i = 2 \text{ 链路级}) \end{cases} \quad (6)$$

输入端口映射

$$(B_3, B_2, B_1, B_0) = \gamma[(P_3, P_2, P_1, P_0)] = (P_3, P_2, P_1, P_0) \quad (7)$$

输出端口映射

$$(B_3, B_2, B_1, B_0) = \delta[(P_3, P_2, P_1, P_0)] = (P_3, P_2, P_1, P_0) \quad (8)$$

见图 1 和图 2。

如果网络 1 为光学 Banyan 网络, 网络 2 为全混洗网络, 用与前面类似的方法标记网络 2 中各网络元素的逻辑地址。网络 2 中结点的映射规则为:

$$(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1)_i = \alpha^{-1}[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1)_i] = \overbrace{(P_i, P_{i-1}, \dots, P_1)}^i \overbrace{(P_n, P_{n-1}, \dots, P_{i+1})}_i (0 \leq i \leq n) \quad (9)$$

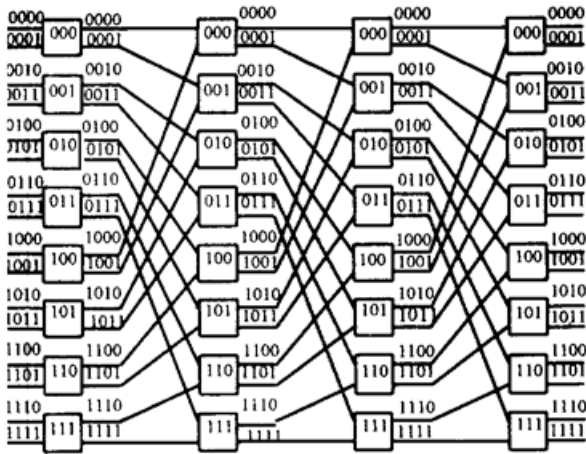


Fig. 1 The perfect shuffle network labeled with physical addresses

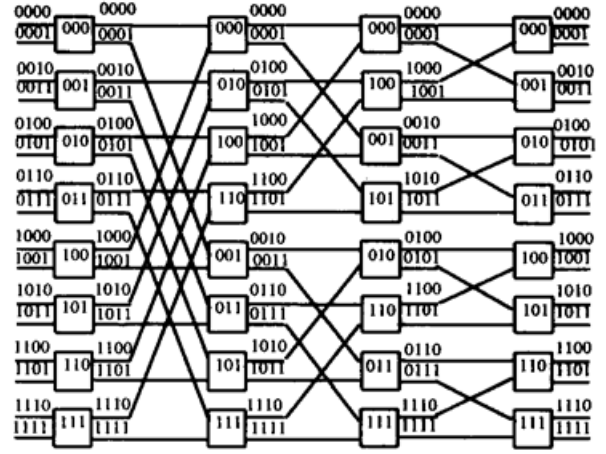


Fig. 2 The optical banyan network labeled with logical addresses

链路的映射规则为:

$$(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1, B_0)_i = \beta_i^{-1}[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0)_i] = \overbrace{(P_i, P_{i-1}, \dots, P_1)}^i \overbrace{(P_n, P_{n-1}, \dots, P_{i+1}, P_0)}^i (0 \leq i < n) \quad (10)$$

输入端口映射规则为:

$$(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1, B_0) = \gamma^{-1}[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0)] = (P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0) \quad (11)$$

输出端口映射规则为:

$$(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1, B_0) = \delta^{-1}[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0)] = (P_n, P_{n-1}, \dots, P_1, P_0) \quad (12)$$

可见  $\gamma^{-1}, \delta^{-1}$  为恒等映射。作为例子, 考虑  $N = 8$  的网络,  $n = \log_2 N = 3$ 。

结点映射:

$$(B_3, B_2, B_1)_i = \alpha^{-1}[(P_3, P_2, P_1)_i] = \begin{cases} (P_3, P_2, P_1) & (i = 0 \text{ 结节点级}) \\ (P_1, P_3, P_2) & (i = 1 \text{ 结节点级}) \\ (P_2, P_1, P_3) & (i = 2 \text{ 结节点级}) \\ (P_3, P_2, P_1) & (i = 3 \text{ 结节点级}) \end{cases} \quad (13)$$

链路映射:

$$(B_3, B_2, B_1, B_0)_i = \beta_i^{-1}[(P_3, P_2, P_1, P_0)_i] = \begin{cases} (P_3, P_2, P_1, P_0) & (i = 0 \text{ 链路级}) \\ (P_1, P_3, P_2, P_0) & (i = 1 \text{ 链路级}) \\ (P_2, P_1, P_3, P_0) & (i = 2 \text{ 链路级}) \end{cases} \quad (14)$$

输入端口映射:

$$(B_3, B_2, B_1, B_0) = \gamma^{-1}[(P_3, P_2, P_1, P_0)] = (P_3, P_2, P_1, P_0) \quad (15)$$

输出端口映射

$$(B_3, B_2, B_1, B_0) = \delta^{-1}[(P_3, P_2, P_1, P_0)] = (P_3, P_2, P_1, P_0) \quad (16)$$

见图 3 和图 4。

可以证明, 上面得到的映射规则  $\alpha$  与  $\alpha^{-1}, \beta_i$  与  $\beta_i^{-1}, \gamma$  与  $\gamma^{-1}, \delta$  与  $\delta^{-1}$  互为逆映射。逆映射可将逻辑地址转换回物理地址。首先证明  $\alpha^{-1}\alpha = 1$ 。将  $\alpha^{-1}$  作用在逻辑地址上:

$$\alpha^{-1}[(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1)_i] = \alpha^{-1}\alpha[(P_n, P_{n-1}, \dots, P_1)_i] \quad (17)$$

将(1)式代入上式左边,再利用(9)式,则有:

$$\begin{aligned} \alpha^{-1}[(B_n, B_{n-1}, \dots, B_1)_i] &= \overbrace{\alpha^{-1}[(P_{n-i}, P_{n-i-1}, \dots, P_1, P_n, P_{n-1}, \dots, P_{n-i+1})_i]}^{n-i} \\ &= (P_n, P_{n-1}, \dots, P_{n-i+1}, P_{n-i}, P_{n-i-1}, \dots, P_1)_i \quad (0 \leq i \leq n) \end{aligned}$$

与(17)式比较得  $\alpha^{-1}\alpha = 1$ 。

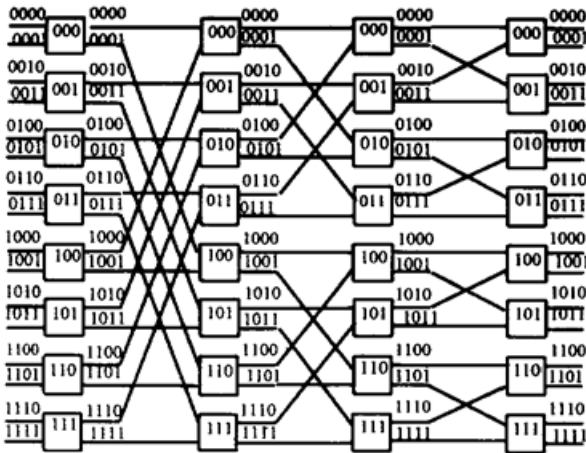


Fig. 3 The optical banyan network labeled with physical addresses

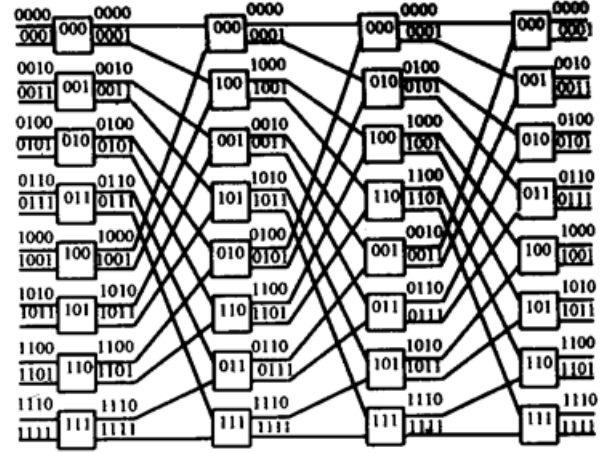


Fig. 4 The perfect shuffle network labeled with logical addresses

如果将  $\alpha$  作用在逻辑地址上,代入(9)式,再利用(1)式,可得  $\alpha\alpha^{-1} = 1$ 。可见  $\alpha$  与  $\alpha^{-1}$  互为逆映射。其余三种映射可类似证明。

### 3 相互转换的电子学实现

当网络1为全混洗网络,网络2为光学 Banyan 网络时,在网络2中从物理地址到逻辑地址的映射可认为是寻找光学 Banyan 网络中具有某个物理地址的网络元素在全混洗网络中的物理地址。这也可认为是由光学 Banyan 网络向全混洗网络的转换。图5以  $N = 8$  的网络为例实现了这一过程。例如,在图2(光学 Banyan 网络)中第1结点级的第001结点,在光学 Banyan 网络中的物理地址为(001)。经图5中  $i = 1$  node stage 的电子线路变换后,成为逻辑地址(010),标记在该结点上。这就是说,光学 Banyan 网络中第1结点级的(001)结点相当于全混洗网络第1结点级中的(010)结点。其他结点及链路、输入端口、输出端口均类似,从而实现了光学 Banyan 网络向全混洗网络的转换。

图6则实现了相反的过程。例如,在图4(全混洗网络)中第2结点级的第101结点,在全混洗网络中的物理地址为(101)。经图6的  $i = 2$  node stage 电子线路变换后,成为逻辑地址(011),标记在该结点上。这就是说,全混洗网络中第2结点级的(101)结点相当于光学 Banyan 网络中的(011)结点。其他结点及链路、输入端口、输出端口均类似。从而实现了全混洗网络向光学 Banyan 网络的转换。

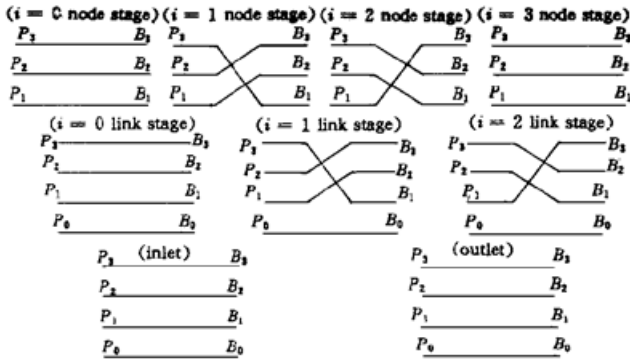


Fig. 5 Electrical implementation of mapping rules  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  and  $\delta$

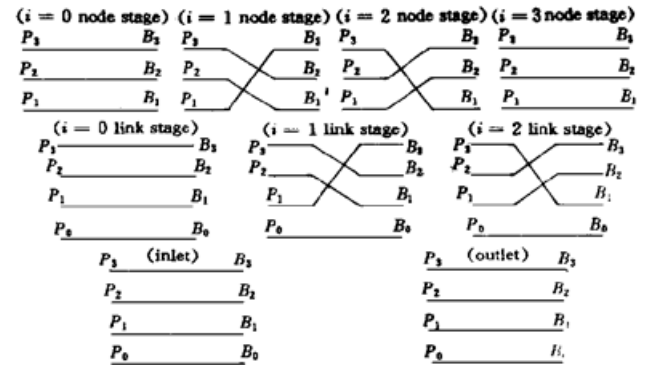


Fig. 6 Electrical implementation of mapping rules  $\alpha^{-1}$ ,  $\beta^{-1}$ ,  $\gamma^{-1}$  and  $\delta^{-1}$

## 4 结 论

光学 Banyan 网络的快速控制需要在全混洗网络与光学 Banyan 网络之间进行快速的相互转换, 这包括结点、链路、输入端口、输出端口地址的相互转换。从伙伴结点的概念出发, 可以得到光学 Banyan 网络向全混洗网络转换时上述四种网络元素的映射规则  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  以及全混洗网络向光学 Banyan 网络转换时的映射规则  $\alpha^{-1}$ ,  $\beta^{-1}$ ,  $\gamma^{-1}$ ,  $\delta^{-1}$ 。并且  $\alpha$  与  $\alpha^{-1}$ ,  $\beta$  与  $\beta^{-1}$ ,  $\gamma$  与  $\gamma^{-1}$ ,  $\delta$  与  $\delta^{-1}$  互为逆映射。用简单的电子学方法可快速实现上述所有的转换过程。

## 参 考 文 献

- 1 S. J. Hinterlong, H. M. Hall, Jr.. Bring photonics to broadband switching. *AT&T Technical Journal*, 1994, November/December ·71~ 80
- 2 T. J. Cloonan, G. W. Richards, R. L. Morrison *et al.*. Shuffle-equivalent interconnection topologies based on computer-generated binary-phase gratings. *Appl. Opt.*, 1994, **33**(8) ·1405~ 1430
- 3 G. W. Richards. Concurrent multistage network control arrangement. U. S. Patent, 4, 991, 168, 1991. 2, 5
- 4 C. L. Wu, T. S. Feng. On a class of multistage interconnection networks. *IEEE Trans. on Comput.*, 1980, **C-29**(8) ·694~ 702
- 5 D. P. Agrawal. Graph theoretical analysis and design of multistage interconnection networks. *IEEE Trans. on Comput.*, 1983, **C-32**(7) ·637~ 648

## Transformations between Optical Banyan Networks and Perfect Shuffle Networks and Their Implementation

Liu Zhonglin Cao Mingcui Li Hongpu Wan Anjun Li Zaiguang

(National Lab. of Laser Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, 430074)

**Abstract** Fast control of optical banyan networks needs transformations between perfect shuffle networks and optical banyan networks. In this paper, mapping rules of nodes, links, inlets and outlets are given when optical banyan networks are transformed to perfect shuffle networks and perfect shuffle networks are transformed to optical banyan networks. Electrical implementation of all these mapping rules is presented.

**Key words** photonic switching, optical interconnection network, mapping rule