

## 远场的薄色散介质对超短脉冲的影响

华仁忠 钱列加 邓锡铭

(中国科学院上海光机所, 上海 201800)

**提要** 时空耦合效应导致超短脉冲在远场频谱分布的复杂性。这种复杂性使放置于远场的薄色散介质对光脉冲同时产生时间展宽和波前弯曲等变化。同时给出了解析结果和数值计算实例。

**关键词** 超短脉冲, 传输, 色散

文献[1]中,我们分析了时空上均为高斯型的,脉宽可与光波周期相比拟的超短脉冲在远场的一些新型时空特性。由于远场与焦点处的时空特性是相似的,我们也指出了以前的分析有利于超短脉冲的应用及实验现象的分析。本文将进一步分析放置于远场的薄色散介质对其时空特性的影响。并以常用的 BK7 玻璃作色散介质,对取一定参数的光脉冲为例,给出了一个具体例子。最后指出本文的结果也可适用于光脉冲经聚焦后焦点处的情况。

按文献[1],我们所分析的超短脉冲在近场的时空分布为:

$$E(r, z = 0, t) = E_0 \exp(-pt^2) \exp(-r^2/\sigma_0^2) \exp(i\omega_0 t) \quad (1)$$

上式中,光脉冲在空间沿传输轴( $z$ 轴)是柱对称的。 $p$ 与时间脉宽有关, $\sigma_0$ 是近场的光斑尺寸, $\omega_0$ 是中心时间频率。当传输距离 $z$ 远大于对应于中心频率 $\omega_0$ 的瑞利距离时,光脉冲在空间的频谱分布为:

$$\tilde{E}(r, z, \omega) = (\pi/p)^{1/2} E_0 \frac{\sigma_0^2}{2cz} \cdot i\omega \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4p}\right] \times \exp\left[-i\omega\left(\frac{z}{c} + \frac{r^2}{2cz}\right) - \omega^2\left(\frac{\sigma_0 r}{2cz}\right)^2\right] \quad (2)$$

现设在该处垂直于 $z$ 轴放置一薄色散介质。对于几个 fs 的超短脉冲来说,几十  $\mu\text{m}$  的厚度将使其时间宽度加倍,对于如此薄的介质,高斯光束经过时相当于经过一段长度为 $d/n_0$ 的自由空间( $d$ 为介质的厚度, $n_0$ 是对应中心频率 $\omega_0$ 的折射率)及与介质色散有关的位相项。由于 $d/n_0$ 是附加于远场的一小段空间,它们对时间频率为 $\omega$ 的高斯光束分量的影响可以为一与色散无关的相位延时,又此时光束曲率半径 $R(z) \approx z$ 很大,对应于色散介质不同位置处,光线走过的距离可认为是相同的,故在频域中薄色散介质的作用可表示为加入总的位相因子:

$$T_d(\omega) = \exp[-i\beta(\omega)d] \quad (3)$$

$d$ 是介质的厚度, $\beta(\omega)$ 是对应于 $\omega$ 的波矢。本文仅将 $\beta(\omega)$ 展开到 $(\omega - \omega_0)$ 的平方项,即

$$\beta(\omega) = \beta(\omega_0) + \beta'(\omega_0)(\omega - \omega_0) + \beta''(\omega_0)(\omega - \omega_0)^2 \quad (4)$$

以后我们将群速度 $\beta'(\omega_0)$ 和群速度色散 $\beta''(\omega_0)$ 简记为 $\beta'$ 和 $\beta''$ ,且 $\beta(\omega_0) = \beta$ 。为了便于读者理解,我们将透过色散介质的频谱分布写为:

$$\begin{aligned} \tilde{E}(r, z+d, \omega) &= \tilde{E}(r, z, \omega) T_e(\omega) = \left(\frac{\pi}{p}\right)^{1/2} E_0 \cdot \frac{\sigma_0^2}{2cz} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{4p}\right) \exp[id(-\beta + \beta'\omega_0 - \beta''\omega_0^2)] \\ &\times \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \exp\left\{-\omega^2 \left[ \frac{1}{4p} + \left(\frac{\sigma_0 r}{2cz}\right)^2 + j\beta''d \right]\right\} \right) \\ &\times \exp\left[i\omega \left( t - \frac{z}{c} - \frac{r^2}{2cz} - \beta'd + 2\beta''\omega_0 d - i\frac{\omega_0}{2p} \right)\right] \end{aligned} \quad (5)$$

(5)式中已利用了关系式

$$\frac{\partial F}{\partial t} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} i\omega \tilde{F}(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (6)$$

其中  $F(t)$  与  $\tilde{F}(\omega)$  互为傅里叶变换对。为了有效地得到(5)式中的积分式,我们可利用下式( $\Gamma$ 可为复数)

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{\omega^2}{4\Gamma} + i\omega t\right) d\omega = \sqrt{\frac{\Gamma}{\pi}} \exp(-\Gamma t^2) \quad (7)$$

这样得到透过色散介质的电场为:

$$\begin{aligned} E(r, z+d, t) &= -\exp(i\phi_0) \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{4p}\right) \times E_0 \times \frac{\sigma_0^2}{cz} \cdot \frac{1}{\sqrt{p}} \cdot \left[ \frac{p}{k(r, z) + 4i\beta''pd} \right]^{3/2} \\ &\times \left[ t'(\tau, z) - i\frac{\omega_0}{2p} \right] \times \exp\left\{-\frac{p[t'(\tau, z) - i(\omega_0/2p)]^2}{k(r, z) + 4i\beta''pd}\right\} \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$k(r, z) = 1 + P\left(\frac{\sigma_0 r}{cz}\right)^2 \quad (9)$$

$$\phi_0 = (-\beta + \beta'\omega_0 - \beta''\omega_0^2)d \quad (10)$$

$$t'(\tau, z) = t - \frac{z}{c} - \frac{r^2}{2cz} - \beta'd + 2\beta''\omega_0 d \quad (11)$$

在实际应用中,人们一般更关心光强分布,经过恰当的运算和简化后可得

$$\begin{aligned} I(r, z+d, t) &= E_0^2 \left(\frac{p\sigma_0^2}{cz}\right)^2 \frac{1}{[k^2(r, z) + (4p\beta''d)^2]^{3/2}} \cdot \exp\left\{-\frac{\omega_0^2}{2p} \left[1 - \frac{1}{k(r, z)}\right]\right\} \\ &\times \left[ t'^2(\tau, z) + \left(\frac{\omega_0}{2p}\right)^2 \right] \times \exp\left\{-\frac{2pk(r, z)}{k^2(r, z) + (4p\beta''d)^2} \left[ t' - \frac{2\beta''\omega_0 d}{k(r, z)} \right]^2\right\} \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式中与薄色散介质的影响有关的部分主要在含  $t'$  的后面二项上,尤其是最后一个指数项。该指数项中方括号前面的项与脉冲的时间包络宽度有关,可大略地用该高斯函数的宽度来估算时间包络宽度

$$\tau = \tau_0 \sqrt{k(r, z) + \frac{(4p\beta''d)^2}{k(r, z)}} \quad (13)$$

其中,  $\tau_0 = \sqrt{2\ln 2/p}$  是该脉冲在近场的脉宽。由于  $k(r, z)$  在光强太弱时与 1 相差不大,因此在满足下式时

$$4p\beta''d \approx \sqrt{3} \quad (14)$$

脉冲的时间包络扩展为近场的二倍左右。由(14)式及  $\tau_0$  与  $p$  的关系,当介质厚度  $d > (\sqrt{3}/8\ln 2) \cdot (\tau_0^2/\beta'')$  时,脉宽的变化是严重的。除了脉宽变化外,指数式中反映光强分布空间弯曲的项有二项:即无色散介质时(11)式中的  $r^2/2cz$  项及与色散介质有关的  $-2\beta''\omega_0 d/k(r, z)$

项。后一项引起这种弯曲程度的变化可定性分析如下：离轴不同径向距离处光场的中心频率是不同的<sup>[1]</sup>：

$$\omega_c \propto \omega_0 \left( \frac{1}{k(r, z)} + \frac{2p}{\omega_0^2} \right) \quad (15)$$

在离轴较远的位置，中心频率较低，对正常色散介质来说，即该处的时间包络顶点行进较快，从而使波前弯曲的趋势变缓。

下面我们将由以上的分析举一实例。设所用的超短脉冲脉宽为  $\tau_0 = 3$  fs,  $\omega_0 = 2.356 \times 10^{15}$  Hz ( $\lambda_0 = 0.8 \mu\text{m}$ ),  $\sigma_0 = 1$  mm,  $z = 10z_R$  (此时可认为光场分布为远场值, 见文献[2]), 所用色散介质为 BK7 玻璃, 其  $\beta''(\omega_0)$  可由其折射率公式<sup>[3]</sup>得到,  $\beta'' = 0.44 \times 10^{-25} \text{ s}^2/\text{m}$ 。根据以上参数得到的空间频谱分布见图 1, 此图与文献[1]中的图 1 相同, 我们重新给出的目的是为了

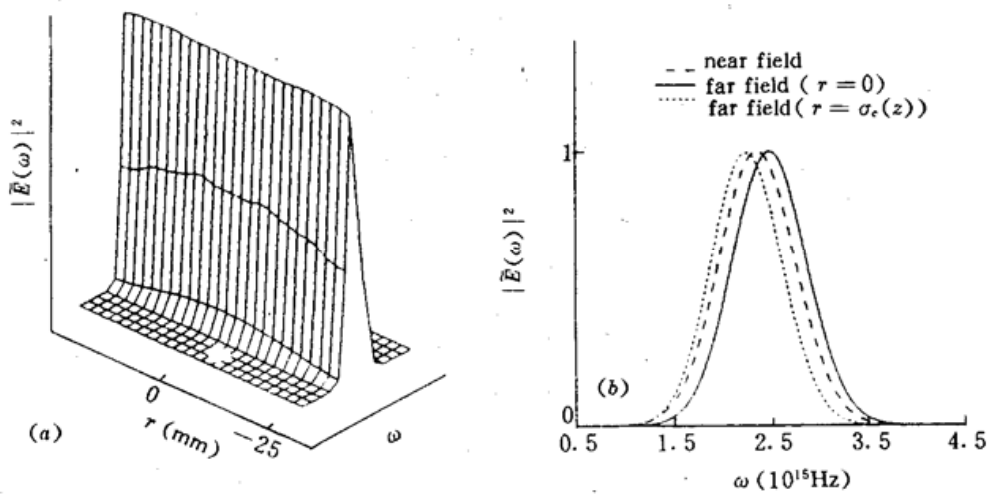


Fig. 1

(a) three-dimensional view of the spectral intensity of the incident pulsed Gaussian beam on the dispersive medium in the far field. (b) normalized spectral intensity showing the spectral shift

说明这种频谱变化的重要性。图中  $\sigma_c(z)$  是中心频率传输到轴向  $z$  处的光斑尺寸。由(15)式, 轴上的中心频率与  $r = \sigma_c(z)$  处相差  $0.1\omega_0$ , 正是这种频移引起波前弯曲的变化。图 2 反映  $d$  取不同值时, 光强的时空分布。由(14)式可知,  $d$  为几十  $\mu\text{m}$  时, 脉宽的变化即很明显。图 2 中虚线根据间隔更小的光强等高线图绘得, 是连接离轴不同距离空间点上时间包络中心脊线。由此图可明显地看到脉宽加宽和波前弯曲变缓两种效应。随着  $d$  的增加, 脉冲的时空形状由图 2(b) 的月牙形变为图 2(f) 的类三角形。

计算结果同时告诉我们, 在感兴趣的光强范围内,  $k(r, z)$  的变化是不大的(参考文献[1]), 因而脉冲的时间展宽是重要的效应, 而波前弯曲的变化是比较弱的, 整个光脉冲的时空形状主要由前者决定。

本文通过详细的分析表明, 由于在远场时离轴向各处频谱分布的特殊性, 放置于该处的薄色散介质除了对脉冲展宽外, 还会引起波前弯曲的变化, 而整个光脉冲分布的时空形状也发生了显著的变化, 了解这些变化, 对正确应用极短脉宽的超短脉冲是有用的。另外, 由于远场特性与焦点处特性的相似性, 放在焦点处的任何有色散的介质将大大影响该处光场的时空分布, 这在实际应用中是应加以考虑和分析的。

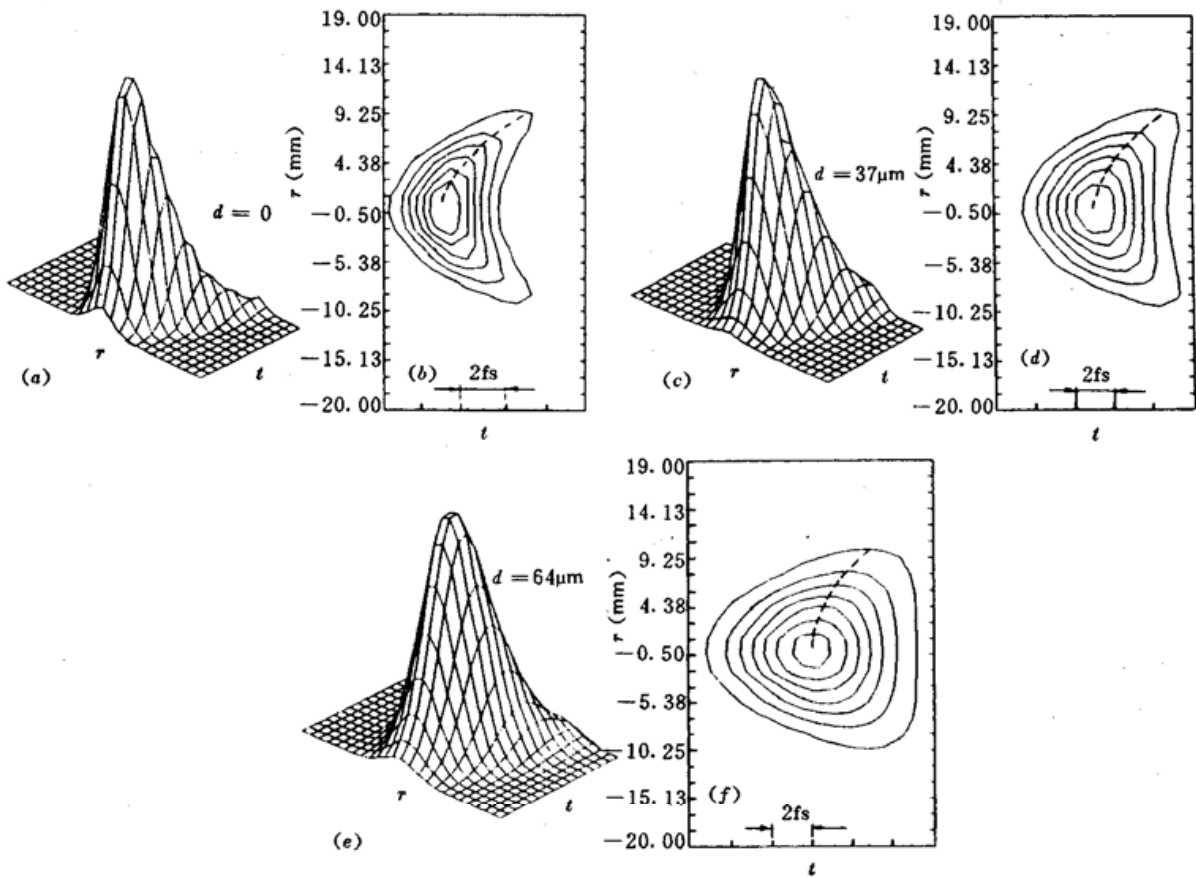


Fig. 2 Space-time distribution of the pulsed Gaussian beam in the far field through a thin medium of dispersion, (a), (c), (e) three-dimensional views.  $d$  is the thickness. Their contour maps are (b), (d), (f). The dashed lines connect the maxima of the temporal envelopes at different radial distances

### 参 考 文 献

- 1 华仁忠, 钱列加, 范滇元等. 超短脉冲在远场的时空特性. 中国激光, (待发表)
- 2 R. W. Ziolkowski, T. B. Tudkins. Propagation characteristics of ultrawide-bandwidth pulsed Gaussian beams. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1992, 9: 2021~2030
- 3 Optics Guide 5, Catalogue of the Melles Griot Inc., California, 1995.

## Influence of Thin Dispersive Medium on Ultrashort Pulsed Gaussian Beams in the Far Field

Hua Renzhong Qian Liejia Deng Ximing

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

**Abstract** The far field spectral distributions of ultrashort pulsed Gaussian beams are greatly influenced by space-time coupling. Because of the complex spectral distributions, thin dispersive medium will not only broaden the pulse temporal widths but also change the curves of the pulse fronts. The analytical results are supported by numerical simulations of certain pulsed beams and dispersive medium.

**Key words** ultrashort pulse, propagation, dispersion