

利用光折变全息术实现的光学子波变换*

康辉 许剑 战元龄

(南开大学物理系, 天津 300071)

张铁群

(南开大学现代光学研究所, 天津 300071)

提要 提出了用镀膜方法制备 Haar 模板, 用光折变晶体记录子波函数的全息匹配滤波器, 在一个无焦成像系统中实现了二维子波变换。给出了简要的理论分析和实验结果。

关键词 光学子波变换, Haar 模板, 光折变匹配滤波

1 引言

众所周知, 傅里叶变换是一种常用和有效的数学分析方法。通过对信号进行傅里叶分析, 可将它表示成一组三角(正弦和余弦)基函数的线性组合, 从而可展现出它的频谱特性。但是由于这些基函数的变量在时间(或空间)域中是无限延展的, 所以它便不能直接反映出信号在局部区域内的频谱特征。由此可知, 傅里叶变换是最适合于分析稳态和缓变信号的^[1,2]。

最近几年, 另一种实用和有效的数学处理工具——子波变换得到广泛研究和迅速发展^[1~7]。这是由于它的基函数(即子波函数)不是固定的, 可以根据需要挑选^[2], 并且它在时、空域和频域中均呈现良好的局域特征, 所以它在信号分析中具有多分辨和时、空局域定位的独特功能^[3], 这在处理瞬态和快变信号中是特别适宜的, 故有“数学显微”之美称。在这方面, 它是优于傅里叶分析方法的。

由于一维函数的子波变换为二维函数, 二维函数的子波变换为四维函数, 而光学运算具有并行、快速和大的互连密度, 所以用光学方法实现子波变换倍受人们的关注, 文献[2], [3]已经完成了一维信号的光学子波变换。对于二维信号子波变换, Yang 等^[4]首先利用偏振编码和偏振滤波操作产生了 Haar 子波函数, 并通过光源照明双透镜投影变换系统(又称铸影法)实现了离散 Haar 子波变换, 这是一种在空域中的操作。然而更多的工作是基于频域中的操作。譬如, Burns 等^[5]利用磁光调制器作为源生 Haar 子波的器件, 使用热塑材料作为记录子波匹配滤波器的介质, 在一个 $4-f$ 相关器中实现了 2-D Haar 子波变换; Wang 等^[6]使用和文献[4]相同的方法产生 Haar 子波, 利用红敏光聚合物作为记录体全息图的材料, 在一个普通相关器中完成了角度复用 Haar 子波变换的实验; Block 等^[7]实验研究了用计算机源生 Haar 子波的傅里叶全息图, 然后在一个 Vander-Lugt 光学相关器中得到一幅输入图像的 Haar 子波变换。所有这些方法, 都证实了用光学实现 2-D 子波变换的可行性。但是它们也都存在着某些不足, 如文献

* 国家自然科学基金资助项目。

[4]和[6]采用偏振法产生 Haar 子波,会造成大的光能损失;文献[5]中利用磁光器件源生子波函数,存在分辨率低下的局限性;在文献[6]和[7]中,制备全息滤波器需要线外操作,并且要求它精确复位,以及计算全息图存在衍射效率不高的问题等等。本文报道了一种利用镀膜技术制作 2-D Haar 子波模板,用光折变晶体记录子波函数的傅里叶变换全息图,以及采用无焦变倍成像系统连续改变 Haar 子波的伸缩因子的实验方案,并且利用一个普通相关系统完成了光学 Haar 子波变换。文中给出了简短的理论分析和实验结果。计算机模拟空域相关运算和光学处理器的空间滤波操作的结果相比较,二者完全一致。

与以前已有方法相对比,该方法的优点是非常明显的。首先,利用成熟的镀膜技术制备 Haar 片,方法简单、可靠和实用,光能利用率和分辨率均高;其二,利用光折变晶体记录子波全息匹配滤波器,具有存储容量大、衍射效率高,以及实时处理功能,不需脱线操作和精确调整复位等一系列优点。

2 Haar 模板

根据数学方法,2-D Haar 子波函数可表示为

$$h(x, y) = \text{rect}(x \pm 0.5, y \pm 0.5) - \text{rect}(x \pm 0.5, y \mp 0.5) \quad (1)$$

显而易见,它是由两对双极性 2-D 矩形函数交错组成。

一般说来,用光学方法构造具有正负二值的函数并不容易。然而,本文采用镀膜技术,通过控制膜层厚度实现 π 相位的改变则是一种简单、易行和可靠的方法。设工作波长为 λ ,膜料的折射率为 n ,则获得 π 相位差的膜厚 d 为

$$d = (K + 1/2)\lambda/(n - 1) \quad (2)$$

其中 $K = 0, 1, 2, \dots$ 中的任一整数。

当 Haar 片制作好以后,通常可采用一个矩孔光阑(作为窗口函数)限制 Haar 片的大小。通过改变光阑尺寸实现子波函数的伸缩比例。本文建议使用一个无焦变倍成像系统实现子波函数伸缩比例的连续变化。

3 子波函数的光折变匹配滤波器

在空域和频域操作中,实现 2-D 波变换的数学表达式分别可写为

$$WT(a_x, a_y; b_x, b_y) = \frac{1}{(a_x a_y)^{1/2}} \iint s(x, y) h^* \left(\frac{x - b_x}{a_x}, \frac{y - b_y}{a_y} \right) dx dy \quad (3)$$

$$\text{和} \quad WT(a_x, a_y; b_x, b_y) = (a_x a_y)^{1/2} \iint S(u, v) H(a_x u, a_y v) \cdot \exp[i2\pi(b_x u, b_y v)] du dv \quad (4)$$

其中, $s(x, y)$ 为输入物函数, $h(x, y)$ 为二维子波函数, $S(u, v)$ 和 $H(u, v)$ 分别为 $s(x, y)$ 和 $h(x, y)$ 的傅里叶变换。

为了实现(4)式的运算,我们采用图 1 所示的光学装置。其中 L_x 为变焦透镜,它与透镜 L_1 组成无焦变倍输入系统。将 Haar 片放在 P_1 平面,通过调控 L_x ,可在 P_2 平面上得到它的不同倍率的图像,从而实现子波函数的不同伸缩比例系数 $a_x = a_y = a$ 。在 L_2 的后焦平面 P_3 上得到子波函数 $h(x, y)$ 的傅里叶谱 $a^2 H(au + av)$ 。引入参考光,并用相位材料光折变晶体记录子波函数的傅里叶变换全息图,则它的振幅透过率为

$$T_H(u, v) = T_0 \exp |a^2 H(au, av) + \exp[-i2\pi(\alpha fu + \beta fv)]|^2 \quad (5)$$

其中, f 是透镜 L_2 的焦距, α 和 β 为参考平行光束的方向余弦。利用级数展开定理, 可将上式分解为第一类贝塞尔多项式的和^[8], 其对应所需要的正一级衍射项为 $a^2 H^*(au, av) \exp[-i2\pi(\alpha fu + \beta fv)]$ 。

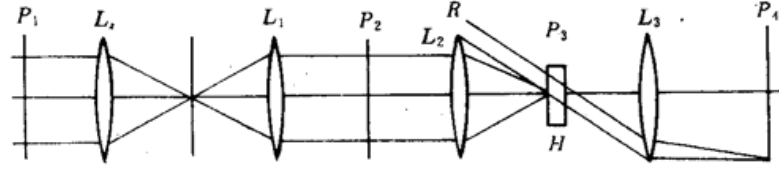


Fig. 1 Scheme of an optical correlator with an input zoom subsystem

P_1 : input plane of wavelet function; P_2 : input plane of signals; P_3 : filtering plane; P_4 : correlation output plane; L_z : zoom lens; L_1, L_2 and L_3 : lenses; R : reference beam; H : photorefractive holograms

将物函数 $s(x, y)$ 置于 P_2 平面上, 它的傅里叶谱将照明全息图。于是, 全息图 H 的正一级衍射场为

$$G(a; u, v) = cS(u, v)H^*(au, av)\exp[-i2\pi(\alpha fu + \beta fv)] \quad (6)$$

经透镜 L_3 的逆傅里叶变换, 在输出平面 P_3 上得到

$$\begin{aligned} g(a; b_x, b_y) &= c \iint S(u, v)H^*(au, av)\exp[-i2\pi(\alpha fu + \beta fv)]\exp[i2\pi(b_x u + b_y v)]dx dy \\ &= c \iint s(x - \alpha fu, y - \beta fv)h^*\left(\frac{x - b_x}{a}, \frac{y - b_y}{a}\right)dx dy = cWT(a; b_x, b_y) \end{aligned} \quad (7)$$

该式表明, 在经过全息滤波后, 便完成了对 $s(x, y)$ 的子波变换, 其中心坐标位于点 $(\alpha f, \beta f)$ 处。当透镜 L_3 的光轴与参考光束主光线重合(即倾斜放置)时, 函数 WT 的中心点则位于 L_3 的光轴上, 这样可以降低对 L_3 的通光孔径的要求。通过改变参考光束的方向 (α, β) , 可以在晶体中记录不同伸缩因子 $a_{mn}(m, n = 1, 2, \dots, N)$ 的子波函数的傅里叶变换全息图。当用 $s(x, y)$ 再现时, 即可得到它的子波变换函数 $WT(a_{mn}; b_x, b_y)$ 的阵列 $\sum_{m,n=1}^N WT(a_{mn}; b_x, b_y)$ 。除理论上早已作出的预言外, 现已有论文(不只一篇)报道用实验证明晶体具有大的存储容量^[9]。

4 实验和讨论

我们用本文的光学方法完成 2-D Haar 子波变换, 以便抽取光学图像的直角特征。所选用的物是如图 2 (a) 中所示的两个大写英文字母 T 和 H。为了有效地抽取它们的角特征, 必须选取合适尺寸的窗口函数, 以便截取 Haar 子波函数的大小。在我们的实验中, 取方孔面积为 $2 \times 2 \text{ mm}^2$, 记录介质是 $\text{LiNbO}_3 : \text{Fe}$ 晶体, 其尺寸为 $10 \times 10 \times 0.6 \text{ mm}$, 参考光束和物光束由一台功率为 20 mW 的 He-Ne 激光器提供, 二者的夹角为 3° , L_1 和 L_2 的焦距为 $f_1 = f_2 = 371 \text{ mm}$, L_3 的焦距为 $f_3 = 90 \text{ mm}$, 输入图像

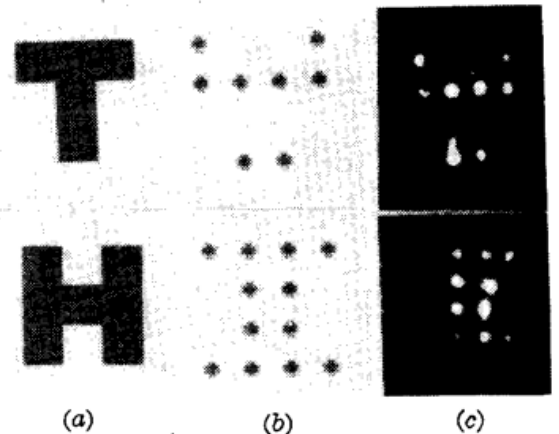


Fig. 2 Experimental results for corner detection
(a) input images; (b) theoretical results from a digital simulation of correlating input with $2 \times 2 \text{ mm}^2$ Haar wavelet; (c) optical WT results obtained by photorefractive holographic matched filtering

输入图像

是拍摄的负片,其尺寸为 6×6 mm。为了保证好的线性转换,选取参考物比为 $10:1$ 。在这种情况下,得到的子波变换实验结果如图 2(c) 所示。为了对比和验证,我们还根据(3)式,利用计算机完成了数值积分运算,输入物面取 128×128 个像素, Haar 片大小为 30×30 个像素,每幅图像的子波变换需在每秒执行 74×10^6 条指令的计算机上运行约 100 min 的时间才能完成,其结果示于图 2(b) 中。

初步的结果表明,本文所建议的制作 Haar 片以及用光折变匹配滤波器实现子波变换的方法是简便易行的,尽管实验结果还不及电子计算机方法所得结果完美,但稍加分析便可预见到,只要提高制作 Haar 片的精度和光折变晶体的质量,以及选择记录全息图的优化条件,实验结果的质量必然会得到改善。然而,光子运算的速度和光学存储容量(如在晶体、光盘中)的优势将是无可比拟的。

参 考 文 献

- 1 金国藩, 王文陆, 严瑛白 等. 光学子波变换的基本理论. 光电子与激光, 1994, 5(4): 193~200
- 2 Y. Sheng, D. Roberge, H. Szu. Optical wavelet transform. *Opt. Eng.*, 1992, 31(9): 1840~1845
- 3 H. Szu, Y. Sheng, J. Chen. The wavelet transform as a bank of the matched filters. *Appl. Opt.*, 1992, 31(17): 3267~3277
- 4 X. Yang, H. Szu, Y. Sheng *et al.*. Optical Haar wavelet transforms of binary images. *Opt. Eng.*, 1992, 31(9): 1846~1851
- 5 T. Burns, K. Fielding, S. Rogers *et al.*. Optical Haar wavelet transform. *Opt. Eng.*, 1992, 31(9): 1852~1858
- 6 W. Wang, G. Jin, Y. Yan *et al.*. Image feature extraction with the optical Haar wavelet transform. *Opt. Eng.*, 1995, 34(4): 1238~1242
- 7 P. G. Block, S. K. Rogers, D. W. Ruck. Optical wavelet transforms from computer-generated holography. *Appl. Opt.*, 1994, 33(23): 5275~5277
- 8 于美文. 光全息和信息处理. 北京: 国防工业出版社, 1984. 71~72
- 9 F. H. Mok *et al.*. Storage of 500 high-resolution holograms in LiNbO_3 crystal. *Opt. Lett.*, 1991, 16(8): 605~608

Optical Wavelet Transform with Photorefractive Holographic Matched Filtering

Kang Hui Xu Jian Zhan Yuanling

(Department of Physics, Nankai University, Tianjin 300071)

Zhang Tiejun

(Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300071)

Abstract An optical implementation of Haar wavelet transform is presented. In this method, Haar wavelet mask is prepared by thin film coating, holographic matched filters of wavelet functions are recorded in a piece of photorefractive crystal, and confocal optical systems are used as a correlator with zoom lens. A brief theoretical analysis and experimental results are given. This optical wavelet transform possesses some evident advantages, such as, simple and real-time operation, high resolution and high light efficiency, and large data capacity.

Key words optical wavelet transform, Haar mask, photorefractive holographic matched filter