

迭代搜索法设计二元计算全息图*

翟金会** 阮玉 李再光***

(华中理工大学光电子系, ***激光技术国家重点实验室, 武汉 430074)

提要 提出了设计二元计算全息图(BCGH)的一种新方法,分析了迭代搜索算法合成BCGH的原理和特点,建立了一套评价计算全息算法的指标,分析了几种类型BCGH数字恢复像的质量和衍射效率,并给出了其实际光学恢复像。分析结果表明,用迭代搜索算法设计的位相型BCGH恢复像质量好、衍射效率高,是合成BCGH的一种较理想的迭代算法。

关键词 计算全息术, 二元计算全息图, 迭代搜索算法

1 引言

二元计算全息图(BCGH)是光学信息处理中一个重要元件。它可以用作空间滤波器、二元光学元件和基本互连器件^[1]。设计BCGH的传统方法有迂回位相编码、延迟抽样、全息干涉图和相息图等^[2],为提高BCGH的性能,最近提出了几种迭代算法以减小谱面功率谱的动态范围和量化噪声,特别是误差扩散(ED)算法和直接二元搜索(DBS)算法^[3,4]。但在实际设计中,我们发现利用DBS算法设计BCGH时,随迭代次数的增加均方根误差递减,但衍射效率也降低很快,另外,DBS型BCGH的衍射图案分布中,有效观察区外噪声很强^[5],降低了观察区内恢复像的相对信号强度。

本文将提出一种新的迭代搜索算法。同时控制恢复像的均方根误差和衍射效率,以进一步提高恢复像质量。

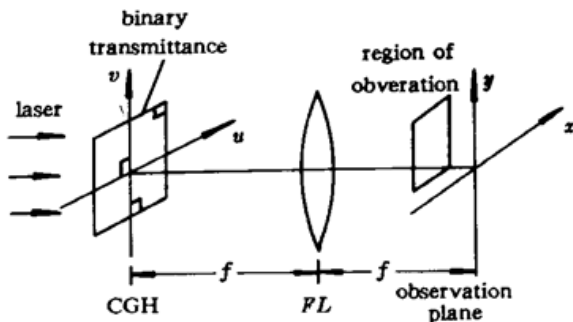


Fig. 1 Wave-front shaping of a binary CGH

2 迭代搜索算法原理

在迭代搜索算法设计BCGH时,假设全息图与观察面之间满足傅里叶变换关系,如图1所示。 $H(x, y)$ 为二元振幅全息图的透过率函数,由 $M \times N$ 阵列矩形像元组成, $H'(x, y)$ 为相应的位相全息图的透过率,则在观察面点 (k, l) 处恢复像的复振幅 h_{kl} 可表示为:

* 国防科技预研基金资助项目。

** 目前在清华大学精仪系做博士后工作。

收稿日期: 1995年8月7日; 收到修改稿日期: 1995年11月20日

$$h_{kl} = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} H_{mn} \exp\left[i2\pi\left(\frac{mk}{M} + \frac{nl}{N}\right)\right] \quad (1)$$

式中, $H_{mn} = 0$ 或 1 , 为二元全息图透过率函数的采样点 (m, n) 的值, 相应的位相全息图透过率函数 $H'(x, y)$ 的取值为 1 或 $e^{i\phi}$, ϕ 为二元位相全息图像元间的位相差, 一般取 π 。二元位相全息图的衍射场复振幅可表示为:

$$\begin{aligned} h'_{kl} &= (1 - e^{i\phi}) \cdot h_{kl} \quad k \neq 0, \quad l \neq 0 \\ h'_{00} &= (1 - e^{i\phi}) \cdot h_{00} + e^{i\phi} \end{aligned} \quad (2)$$

观察面的衍射场分布由两部分组成: 有效观察区 \mathcal{R} (即信号区, 有 $A \times B$ 个像元) 和有效观察区外的背景噪声区域。恢复像质量由有效观察区内目标物与全息图恢复像的均方差 e 来衡量:

$$e = \frac{1}{AB} \left(\|f\|^2 - \frac{|\langle f, h \rangle|^2}{\|h\|^2} \right) \quad (3)$$

式中, $\|f\|^2 = \langle f, f \rangle$, $\|h\|^2 = \langle h, h \rangle$, $\langle f, h \rangle = \sum \sum_{(k,l) \in \mathcal{R}} f_{kl} h_{kl}^*$, 而且在实际应用中, 在观察面得到的仅是恢复像的光强, 其位相信息是一个自由变量, 可对目标物加随机位相来减少频谱的动态范围, 改善恢复像的质量。

二元计算全息图的衍射效率可由有效观察区内的恢复像与总入射光强之比表示如下:

$$\eta_{\text{total}} = \|h\|^2 / MN \quad (4)$$

在 DBS 算法中, 以有效观察区内恢复像均方根误差的降低作为判断像元变换接受与否的条件, 没考虑衍射效率因素, 故在迭代变换过程中衍射效率下降很快, 易陷入局部极值点。

高性能 BCGH 应同时考虑以下两个要求: (1) 高衍射效率 η_{total} ; (2) 低恢复像均方差 e 。由此我们定义内能函数 E 为

$$E = e - C_E \cdot \eta_{\text{total}} \quad (5)$$

式中 C_E 是可变常数, 用来调整系统对均方差和衍射效率的要求程度。在理想情况下, 均方差 e 趋向于零, 衍射效率达到最大 (对离轴位相型 BCGH, 最大 $\eta_{\text{total}} = 50\%$)。但是, 在实际情况下, 不能同时达到最小均方差和最大衍射效率, 可以根据实际情况, 对恢复像均方差要求较高时, C_E 取较小, 而对衍射效率要求较高时, C_E 可取较大, 如果迭代变换时, 发现恢复像均方差增加, 则可减少 C_E 的值, 以避免算法发散。迭代设计表明, 当 $C_E 01.0 \sim 10.0$ 时, 迭代搜索算法能得到稳定的收敛解。

迭代搜索算法是用迭代技术, 通过直接搜索算法得到最佳 BCGH 的结构, 以达到最小内能。它从一随机 BCGH 分布开始, 计算其傅里叶变换恢复像的内能函数。然后依次扫描, 逐个逆转变换每一像元的透过率值, 重新计算内能函数。如果其内能减小, 则接受这一像元的变换, 称为有效变换。反之为无效变换。放弃变换结果, 直到全部像元操作一次, 完成一次迭代, 当没有一个像元的变换, 使得内能降低, 则算法收敛, 停止操作。

在迭代搜索算法中, 如果每次变换进行一次傅里叶变换运算, 则计算强度很大, 不适合于设计大空间带宽积 BCGH。考虑每次仅变换 BCGH 中某一个像元, 变换后恢复像 h'_k 可由变换前的 h_k 通过递归推导而得到

$$h'_k = h_k + \frac{\alpha'}{MN} \exp\left[i2\pi\left(\frac{m'k}{M} + \frac{n'l}{N}\right)\right] \quad (6)$$

式中 $\alpha' = 1$ 或 -1 , 由像元 (m', n') 的变换情况而确定。

考虑 (3) ~ (5) 式, 对特定的目标物, $\|f\|^2$ 为常数, 只要递归计算 (3) 式中第二项的两个

和^[6] $|\langle f, h \rangle|^2$ 和 $\|h\|^2$, 就可得到每次变换后的内能。

这样对每次变换, 利用递归算法就可得到内能函数, 仅在算法初始化时计算几次快速傅里叶变换, 大大减少运算量, 使得迭代搜索算法适用于设计大空间带宽积 (1024×1024 点) 的计算全息图。而且, 在迭代变换时, 同时控制恢复像均方差和衍射效率, 可达到较低恢复误差和较高恢复效率的目的, 设计得到高质量的计算全息图。

3 设计分析与实验结果

为分析迭代搜索 (IS) 算法的设计效果, 我们以字母“H”为目标物, 用计算机数值分析定量地分析迭代搜索算法设计离轴二元位相全息图的衍射效率和恢复质量, 并与 DBS 算法设计的振幅型全息图作比较。用 IS 算法设计 BCGH 时, 综合考虑恢复像均方差和衍射效率, 取调整因子 C_k 为 5.0。以下我们将对振幅 DBS 型 BCGH、目标物叠加 π 随机位相的位相 DBS 型 (RDBS) BCGH 和迭代搜索 (IS) 算法设计的位相 BCGH 的性能作对比分析。

3.1 衍射效率与恢复像质量分析

假如二元位相计算全息图的像元位相差取 π , 则从 (2) 式可知, 位相全息图的衍射场复振幅为振幅全息图的两倍, 其衍射效率将为振幅全息图的四倍。图 2 表示了振幅 DBS 型、位相 RDBS 型和位相 IS 型三种 BCGH 的衍射效率 η_{total} 随迭代次数的变化情况。从图中可看出, IS 算法设计的位相 BCGH 的衍射效率最高。DBS 算法设计的振幅型 BCGH 衍射效率小于 1%, 而 IS 算法设计的位相 BCGH 的衍射效率可达到 26%; 并且 IS 型 BCGH 的衍射效率比 RDBS 型 BCGH 也提高

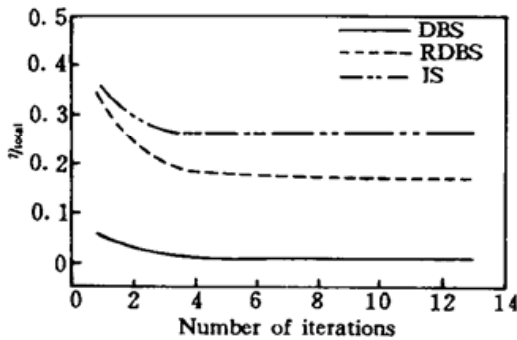


Fig. 2 Reconstruction total efficiency versus the number of iterations for several kinds of BCGHs

56.6%。

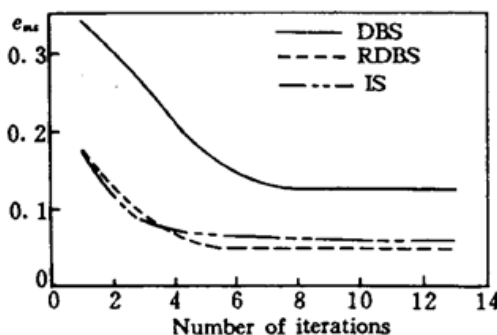


Fig. 3 Rms error versus the number of iterations for several kinds of BCGHs

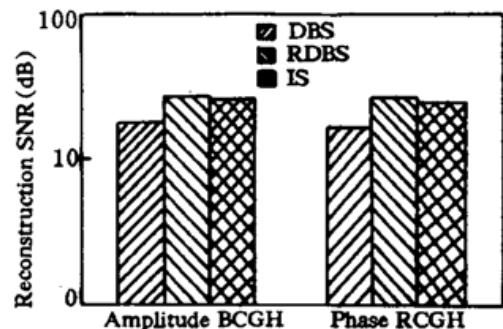


Fig. 4 Signal-noise-ratio of reconstruction of BCGH designed by three kinds of algorithms

恢复像质量以均方差、恢复像信噪比和相对信号强度来衡量。定义恢复像信噪比为有效观察区内平均信号强度与噪声之比, 相对信号强度为有效观察区内平均信号强度与观察区外平

均强度之比。图 3 表示三种 BCGH 的恢复像均方差 e_{rms} 随迭代次数的变化情况, 从图可知, 采取同时控制恢复像的均方差和衍射效率的技术, IS 型位相 BCGH 的均方差略大于 RDBS 型位相 BCGH, 但比 DBS 型振幅 BCGH 减少 50%。图 4 表示用 DBS、RDBS 和 IS 三种算法设计的振幅型和位相型 BCGH 恢复像的信噪比(SNR), 后两种 BCGH 的 SNR 较好, 将近 30 dB, IS 型 BCGH 的恢复像 SNR 比 DBS 型 BCGH 提高 10 dB。图 5 表示用 DBS、RDBS 和 IS 三种算法设计的振幅型和位相型 BCGH 恢复像的相对信号强度, IS 算法设计的 BCGH 相对信号强度最好, 是 DBS 型 BCGH 算法的 10 倍多, 比 RDBS 算法也提高 70%。

3.2 实际恢复像与分析

在实验中, 我们制作了由两种算法设计的二元计算全息图的掩模, 用 He-Ne 激光恢复, 在傅里叶平面得到光学恢复像。图 6(a), (b) 分别表示 DBS 型和 IS 型 BCGH 的实际光学恢复像, 从图中可看出, DBS 算法设计 BCGH 时仅考虑有效观察区内的均方误差, 所以恢复像信噪比较好, 但有效观察区外的泄漏噪声很强, 影响了衍射效率。而 IS 算法设计 BCGH 时综合考虑恢复像的均方差和衍射效率, 迭代设计时不易陷入局域最优解, 并使得较多的能量衍射到有效观察区, 恢复像质量得到明显的改善。

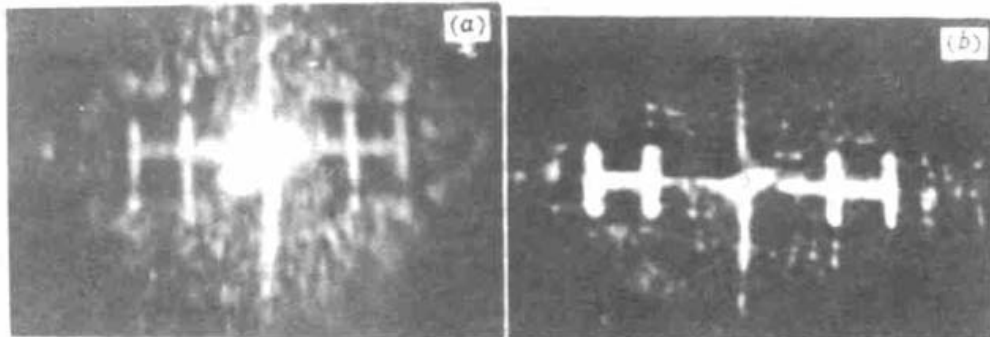


Fig. 6 Optical reconstruction images of BCGHs designed by two kinds of algorithms
(a) DBS algorithm, (b) IS algorithm

4 结 论

本文分析了迭代搜索算法设计 BCGH 的原理, 这种算法能同时控制恢复像的均方差与衍射效率, 协调低恢复误差与高衍射效率的矛盾。提出了一套评价计算全息算法的指标, 并用计算机模拟定量分析了几种 BCGH 的衍射效率和恢复像质量。实验结果表明, IS 算法设计的 BCGH 恢复像质量好, 衍射效率高, 较 DBS 算法设计的 BCGH 有很明显的改善, 是设计 BCGH 的一种较理想的迭代技术。

参 考 文 献

1. J. Shamir, H. J. Caulfield, R. B. Johnson. Massive holographic interconnections and their limitations. *Appl.*

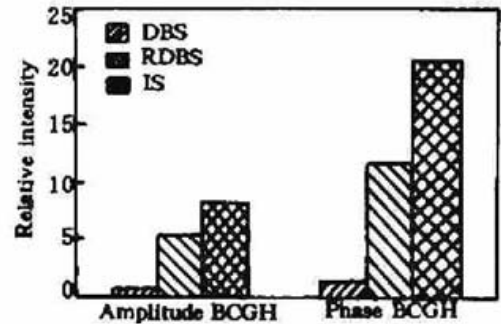


Fig. 5 Relative intensity of reconstruction of BCGH designed by three kinds of algorithms

- Opt.*, 1989, 28 : 311~324
- 2 W. H. Lee. Computer-generated holograms; techniques and applications. *Prog. Opt.*, 1978, 16 : 119~232
 - 3 S. Weissbach, F. Wyrowski, O. Bryngdahl. Digital phase holograms; coding and quantization with an error diffusion concept. *Opt. Commun.*, 1989, 72 : 37~41
 - 4 M. A. Seldowitz, J. P. Allebach, Q. W. Sweeney. Synthesis of digital holograms by direct binary search. *Appl. Opt.*, 1987, 26 : 2788~2789
 - 5 B. J. Jennison, J. P. Allebach. Analysis of the leakage from computer-generated holograms synthesized by direct binary search. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1989, 6 : 234~243
 - 6 J. H. Zhai, Y. Ruan, Z. G. Li. Synthesis of binary computer-generated holograms by optimal recursive direct binary search algorithm. *Chinese J. of Laser*, 1995, B4(4) : 369~376

Binary Computer-generated Hologram Designed by Iterative Search Algorithm

Zhai Jinhui Ruan Yu Li Zaiguang*

(*Department of Optoelectronics Engineering, Huazhong University of Science and Technology,*

** State Key Lab. of Laser Technology, Wuhan 430074*)

Abstract A novel method for designing binary computer-generated hologram (BCGH) is presented. The principle of synthesizing BCGH by iterative search algorithm is analyzed. A set of parameters are established to evaluate a computer holography algorithm. The reconstruction quality and diffraction efficiency of several BCGHs are analyzed in terms of computer analogue. The results show that the phase BCGH synthesized by iterative search algorithm results in substantially well reconstruction quality and high reconstruction efficiencies, it's a better iterative algorithm for designing BCGH.

Key words computer holography, binary computer-generated hologram, iterative search algorithm