

超短脉冲在远场的时空特性

华仁忠 钱列加 范滇元 邓锡铭

(中国科学院上海光机所, 上海 201800)

提要 将在时间和空间上为高斯型的超短脉冲分解成不同时间频率的高斯光束, 详细地分析了其远场由于时空耦合引起的光谱频移、波前弯曲等复杂的时空特征。

关键词 超短脉冲, 传输

1 引言

随着超短激光脉冲脉宽的不断变窄, 其光谱宽度和中心频率 ω_0 的比例越来越大, 不同光谱成分的光束由于发散特性和位相特性的不同, 在远场将由于时空耦合导致时空特性的变化。Ziolkowski 和 Judkins 研究了超短脉冲在自由空间的传输特性^[1]。但该文将光脉冲的中心频率定为零, 这与实际情况是不相符合的。由此得到的时空分布存在错误。本文将超短脉冲的中心频率设为实际的宽带激光脉冲的值, 例如 Ti: Al₂O₃ 激光的 800 nm 处。把在时间和空间上均为高斯型的超短脉冲分解成不同时间频率高斯光束的组合, 重新研究了其传输到远场后的时空特性, 得到正确的结果。另外, 文中还研究了远场的光谱移动问题。

2 超短脉冲高斯光的远场时空特性

设我们所研究的光场在近场时, 其分布在时间和空间上均为高斯型:

$$E(r, z, t) = E_0 \exp(-pt^2) \exp(-r^2/\sigma_0^2) \exp[i(\omega_0 t - kz)] \quad (1)$$

将该光场分解为不同频率高斯光束的组合, 它们的强度由时间频谱 $\tilde{F}(\omega)$ 决定

$$\tilde{F}(\omega) = \left(\frac{\pi}{p}\right)^{1/2} \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4p}\right] \quad (2)$$

对应不同频率的高斯光束, 在远场, 利用标准的高斯光束传输方程和以下近似^[2]

$$w(z) \approx w_0 \frac{z}{z_R} \quad (3)$$

$$R(z) \approx z \quad (4)$$

$$\eta(z) \approx \tan^{-1}(z/z_R) \quad (5)$$

$$z_R = \frac{\pi \sigma_0^2}{\lambda} = \frac{\sigma_0^2}{2c} \omega \quad (6)$$

上面各式的符号的物理意义是众所周知的, 这里不再说明, 在 $z \gg z_R$ 处, 我们有

$$\tilde{E}_c(r, z, \omega) \approx E_0 \frac{z_R}{z} \exp\left\{-i(kz - \pi/2) - r^2\left[\left(\frac{z_R}{\sigma_0 z}\right)^2 + \frac{ik}{2z}\right]\right\} \quad (7)$$

$$= iE_0 \frac{\sigma_0^2}{2cz} \omega \exp\left[-i\omega\left(\frac{z}{c} + \frac{r^2}{2cz}\right) - \omega^2\left(\frac{\sigma_0 r}{2cz}\right)^2\right] \quad (8)$$

由 $\tilde{F}(\omega)$ 与 $\tilde{E}_c(r, z, \omega)$ 的表达式, 可得远场的频谱强度为

$$|\tilde{E}(r, z, \omega)|^2 \propto \omega^2 \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{1}{p} + \left(\frac{\sigma_0 r}{cz}\right)^2\right]\left[\omega - \frac{\omega_0}{1 + p(\sigma_0 r/cz)^2}\right]^2\right\} \quad (9)$$

比较(2)和(9)式可发现, (9)式表示的远场频谱明显地不同于(2)式的近场分布。引起频谱改变的原因是, 不同频率的高斯光, 其发散情况不同, 使得在某一垂直于轴向的平面上, 各频率分量的强度重新分布。远场的频谱强度将偏离以 ω_0 为中心的高斯型分布, 且中心频率变为

$$\omega_c \propto \omega_0 \left[\frac{1}{1 + p(\sigma_0 r/cz)^2} + \frac{2p}{\omega_0^2} \right] \quad (10)$$

上式中, 中心频率由两项组成: 对轴上点, 远场的中心频率恒升高, 向高频方向移动了 $2p/\omega_0$; 而在每一垂直于轴的平面上, 其中心频率的移动还与下式定义的 $\kappa(r, z)$ 有关

$$\kappa(r, z) = 1 + p(\sigma_0 r/cz)^2 \quad (11)$$

在上述垂直于轴的平面上, 中心频率将随 r 的增加而降低, $\kappa(r, z)$ 十分重要, 它对远场时空特性起作用的范围由轴向坐标为 z 处的光斑尺寸决定, 我们可作如下讨论。由(3)和(6)式, 在远场, 各频谱成分对应的光斑尺寸为

$$\sigma(z) \approx \frac{2c}{\sigma_0} \frac{z}{\omega} \quad (12)$$

而由(2)式得谱宽(FWHM)为

$$\delta\omega = 2\sqrt{2p\ln 2} \quad (13)$$

脉宽(FWHM)为

$$\tau_0 = \sqrt{2\ln 2/p} \quad (14)$$

由(12)~(14)式及中心频率 $\omega_0 = 2\pi/T_0$ (T_0 为对应中心波长的周期, $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$, $T_0 = 2.67 \text{fs}$), 我们得到不同频率的高斯光在 z 处相对于中心频率在该处的光斑尺寸的偏离值为

$$\frac{|\delta\sigma(z)|}{\sigma_c(z)} \approx \frac{2\ln 2}{\pi} \frac{T_0}{\tau_0} \quad (15)$$

其中

$$\sigma_c(z) = \sigma_0 \frac{z}{z_{Rc}} \quad (16)$$

$\sigma_c(z)$ 为对应于中心频率的高斯光在该处的光斑尺寸, z_{Rc} 为中心频率的 Rayleigh 长度, 由于 τ_0 总是大于 T_0 , $|\delta\sigma(z)| < 0.441\sigma_c(z)$, 可以认为不同频率的高斯光的 $\sigma(z)$ 在相同的 z 处相差不大, 我们可以用 $\sigma_c(z)$ 来估算光斑 z 处的光斑尺寸。这种近似的正确性也可由后面数值计算的所得的时空分布得到证实。 $\kappa(r, z)$ 中对时空特性起作用的横向范围大致为 $r = \sigma_c(z)$ 。取 $r = \sigma_c(z)$ 时, $\kappa(r, z)$ 中的后一项在 (r, z) 处的值为

$$p\left(\frac{\sigma_0 r}{cz}\right)^2 = \frac{\ln 2}{\pi^2} \left(\frac{T_0}{\tau_0}\right)^2 < 0.14 \quad (17)$$

致于远场光场在时域内的表达式, 可由下式得到

$$E(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(r, z, \omega) \tilde{F}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad (18)$$

将(2)式和(8)式代入(18)式

$$E(r, z, t) = -E_0 \frac{p\sigma_0^2}{cz} \frac{1}{\kappa(r, z)^{3/2}} \left(t - \frac{z}{c} - \frac{r^2}{2cz} - i \frac{\omega_0}{2p} \right) \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{4p} \right) \exp\left[-\frac{p}{\kappa(r, z)} \left(t - \frac{z}{c} - \frac{r^2}{2cz} - i \frac{\omega_0}{2p} \right)^2 \right] \quad (19)$$

一般情况下,人们更关心光强分布

$$I(r, z, t) = E_0^2 \left(\frac{p\sigma_0^2}{cz} \right)^2 \frac{1}{\kappa(r, z)^3} \left[\left(t - \frac{z}{c} - \frac{r^2}{2cz} \right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{2p} \right)^2 \right] \exp\left[-\frac{\omega_0^2}{2p} \left(1 - \frac{1}{\kappa(r, z)} \right) \right] \exp\left[-\frac{2p}{\kappa(r, z)} \left(t - \frac{z}{c} - \frac{r^2}{2cz} \right)^2 \right] \quad (20)$$

在进行了前面的解析分析之后,我们将选择一时空耦合效应明显时(由(17)式,即脉宽可与一个光波周期相比拟时)的脉冲高斯光束举例说明。我们所用的参数为,中心波长已在前面给出, $\sigma_0 = 1.0 \text{ mm}$, $z = 10z_{Rc}$, $p = 0.154 \text{ fs}^{-2}$ (对应 $\tau_0 = 3 \text{ fs}$)。图 1(a) 所示即为(9)式所表达的频谱强度。图 1(b) 表示输入光脉冲在近场、远场的近轴点和远轴点的谱强度的归一化分布情况。由图 1(b) 可看到,近轴点的中心频率高于 ω_0 ,而远轴点的中心频率低于 ω_0 ,具体的频移量可由(10)式得到。图 2 所示即为(20)式所表达的脉冲的时空特性。它与 Ziolkowski 的结果不同, $I(r, z, t)$ 沿 t 轴不会分裂为两部分,光强也不出现零点,在感兴趣的光强范围内,空间点 (z, r) 上的时间包络只有一个峰。从图中也可看到,光斑的横向尺寸为 10 mm 左右,与(16)式得出的 $\sigma_c(z)$ 值是一致的。从时间上看,在垂直 z 轴的平面上,对不同的 r ,各包络中心到达的时间不同,从而在图 2(b) 所示的轮廓图中,光脉冲在时间轴上的跨度为 10 fs 左右,远大于 $\tau_0 = 3 \text{ fs}$ 。

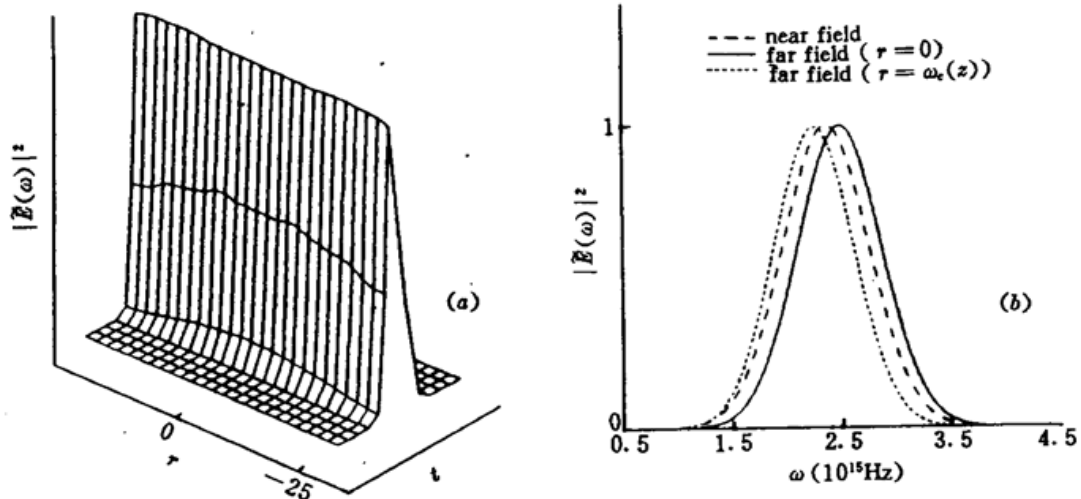


Fig. 1

(a) three-dimensional view for the spectral intensity of a pulsed Gaussian beam in the far field;

(b) normalized spectral intensity showing the spectral shift

3 结 论

当脉宽可与波长比拟时,由于时空耦合的作用,超短脉冲光在远场的时空特性和频谱分布与近场相比发生了很大变化。主要反映在光谱频移和波前弯曲上。由于超短脉冲光远场的时

空特性同其经聚焦后的时空特性是相似的,我们在各种超短脉冲光的应用中必须充分考虑到文中所述的效应,以便于更好地为实验服务。

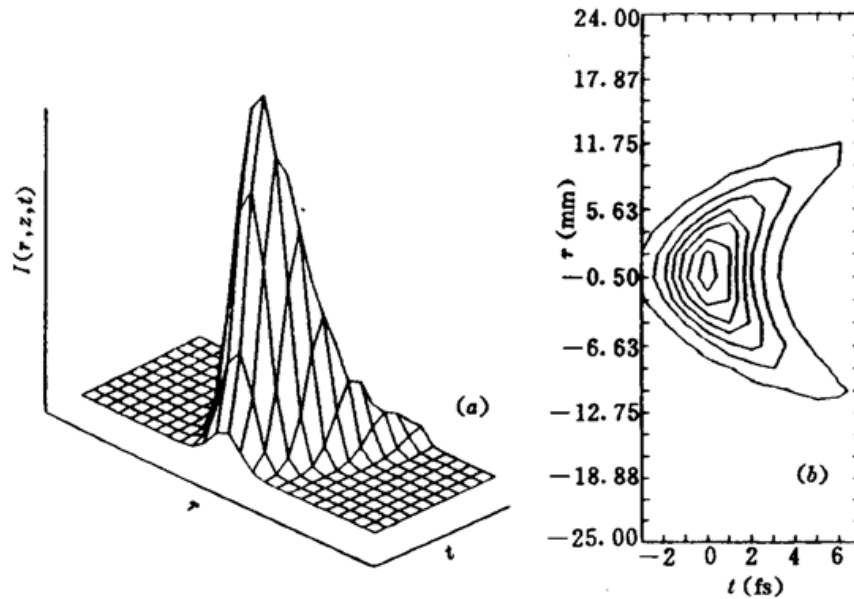


Fig. 2 Space-time distribution of the pulsed Gaussian beam in the far field
(a) three-dimensional view, (b) contour map

参 考 文 献

- 1 R. W. Ziolkowski, J. B. Judkins. Propagation characteristics of ultrawide-bandwidth pulsed Gaussian beams. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1992, 9: 2021~2030
- 2 A. E. Siegman. *Lasers*. University Science Books, Mill Valley, CA, 1986. 721

Spatial and Temporal Characteristics of Ultrashort Pulsed Gaussian Beams in the Far Field

Hua Renzhong Qian Liejia Fan Dianyuan Deng Ximing

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800)

Abstract In the far field, we analyse the spatial and temporal characteristics of ultrashort Gaussian pulses by expanding them into monochromatic Gaussian beams. Spectral shift and pulse-front curving caused by space-time coupling were studied.

Key words ultrashort pulse, propagation