

二能级原子在激光衰波上的反射率与 原子入射角的依赖关系

李青宁

(中国科学院上海光机所, 上海 201800)

谭维翰

(上海大学物理系, 上海 201800)

提要 在二能级原子与激光衰波场相互作用的 Schrödinger 方程的解析解的基础上数值计算了原子反射率与原子入射角的依赖关系。计算结果表明, 在正失谐情况下的原子反射率很高; 但对于负失谐情形, 当入射角小时, 反射率较低; 当入射角增大时, 反射率先增加, 然后经过一个峰值再下降; 当入射角进一步增加时, 反射率又急剧上升。这结果与光波在介质表面的反射率随入射角的增大单调上升有所不同, 对此进行了一定的分析。

关键词 激光衰波, 正失谐, 负失谐, 反射率

1 引 言

随着激光冷却原子技术的发展^[1~3], 对原子在激光场中的偏转、反射、衍射的实验和理论研究迅速提到日程^[4~6]。作为这些研究中很基础的问题之一是二能级原子在激光衰波镜面与栅上的反射与衍射行为。文献[6]中采用 Dress 原子模型与绝热近似求得这一问题的近似解。前文^[7]解析求解了二能级原子在激光衰波镜面上的 Schrödinger 方程, 并数值计算了正、负失谐情况下基态、激发态原子的波场结构。本文在此基础上进一步分析和数值计算二能级原子在激光衰波镜面上的反射率与原子入射角的依赖关系。下面简要讨论二能级原子在激光衰波场中满足的 Schrödinger 方程的解和参数归一化; 第 2 节分析原子参数 γ_1, γ_2 随入射角 α 的变化及计算参数的选定; 第 3 节给出二能级原子被镜面反射的反射率数值计算结果及其分析。

参照前文^[7], 激发态与基态原子平动部分波函数 $u_e(y), u_g(y)$ 在激光衰波场中满足的 Schrödinger 方程为

$$\begin{aligned} E u_e &= \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dy^2} + \frac{p_{ex}^2}{2m} - \frac{\hbar \Delta}{2} \right) u_e - \mu \epsilon_0 e^{-\eta y} u_g \\ E u_g &= \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dy^2} + \frac{p_{gx}^2}{2m} + \frac{\hbar \Delta}{2} \right) u_g - \mu \epsilon_0 e^{-\eta y} u_e \end{aligned} \quad (1)$$

其中 $\Delta = \omega - (E_e - E_g)/\hbar$ 为激光频率 ω 相对于二能级原子跃迁频率 $(E_e - E_g)/\hbar$ 的失谐; $\epsilon_0, 1/\eta$ 分别为激光衰波场振幅与衰减长度; p_{ex}, p_{gx} 分别为激发态与基态原子平行靶面 x 方向的动量 (参照图 1)。为求解方程(1), 采用如下的处理: 引进 Rabi 频率 $\Omega = 2\mu\epsilon_0/\hbar$, 并取归一化参数

* 国家自然科学基金和中国科学院量子光学联合开放实验室基金资助项目。

$$\frac{E + \hbar\Delta/2 - p_{ez}^2/2m}{\hbar\Omega/2} = \gamma_1, \quad \frac{E - \hbar\Delta/2 - p_{ez}^2/2m}{\hbar\Omega/2} = \gamma_2 \quad (2)$$

$$\frac{(\hbar\xi)^2/2m}{\hbar\Omega/2} \frac{d^2}{\xi^2 dy^2} \Rightarrow \frac{d^2}{dy^2}, \quad \eta \sqrt{\frac{\hbar}{m\Omega}} \Rightarrow \eta, \quad \gamma_1 - \gamma_2 = \frac{\hbar\Delta - (\hbar\xi)^2/2m - p_e \hbar\xi/m}{\hbar\Omega/2} \quad (3)$$

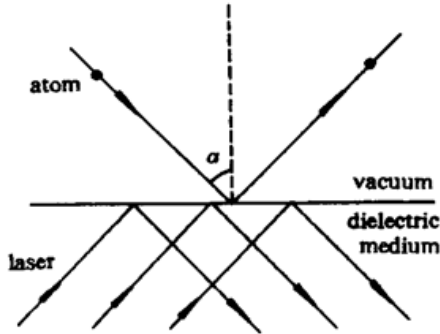


Fig. 1 The schematic diagram shows an atom reflected by a running evanescent laser wave. A laser light is totally reflected internally at the vacuum-dielectric interface. The atom is reflected at the surface with an incidence angle of α

其中 $p_e \hbar\xi/2m$, $(\hbar\xi)^2/2m$ 分别为 Doppler 移位能及光子的反冲能。当 $\gamma_1 - \gamma_2 > 0$ 时为正失谐, 当 $\gamma_1 - \gamma_2 < 0$ 时为负失谐。 γ_1, γ_2 有明确的物理意义: 设基态原子由远处入射到靶面, 在远场 ($y \gg 1$), (1) 式给出

$$\begin{aligned} (E - \hbar\Delta/2)u_g &= \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dy^2} + \frac{p_{gz}^2}{2m}\right)u_g \\ (E + \hbar\Delta/2)u_e &= \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dy^2} + \frac{p_{ez}^2}{2m}\right)u_e \end{aligned} \quad (4)$$

这方程显示出基态、激发态原子的初始动能分别为

$$\begin{aligned} E - \hbar\Delta/2 &= (p_{gy}^2 + p_{gz}^2)/2m = p_g^2/2m \\ E + \hbar\Delta/2 &= (p_{ey}^2 + p_{ez}^2)/2m = p_e^2/2m \end{aligned} \quad (5)$$

这样由 γ_1, γ_2 的定义式(2)可以看出 γ_1, γ_2 分别为远场时激发态和基态原子的垂直靶面 y 方向的平动能, 与 $p_{ez}^2/2m, p_{gz}^2/2m$ 对应。如果考虑到在远场 ($y \gg 1$), 由于自发辐射, 激发态衰减为零 ($u_e \xrightarrow{y \rightarrow \infty} 0$), 则可将 γ_1 视为远场时原子的 y 方向平动能。

经归一化后的方程(1)可进一步写为

$$\frac{d^2}{dy^2} u = -\gamma u + M e^{-\eta u} \quad (6)$$

式中

$$u = \begin{pmatrix} u_e \\ u_g \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \\ & \gamma_2 \end{pmatrix}, \quad M = \begin{pmatrix} & -1 \\ -1 & \end{pmatrix}$$

参照前文^[7], 方程(6)的解可表示为

$$u_g(y) = u_{g0} \rho_g e^{i\theta_g}, \quad \rho_g = \sqrt{u_{g1}^2 + (\sqrt{\gamma_2} u_{g2})^2}, \quad \theta_g = \tan^{-1} \frac{\sqrt{\gamma_2} u_{g2}}{u_{g1}} \quad (7)$$

$$u_e(y) = u_{e0} \rho_e e^{i\theta_e}, \quad \rho_e = \sqrt{u_{e1}^2 + (\sqrt{\gamma_2} u_{e2})^2}, \quad \theta_e = \tan^{-1} \frac{\sqrt{\gamma_2} u_{e2}}{u_{e1}} \quad (8)$$

2 原子参数 γ_1, γ_2 随原子入射角 α 的变化及计算参数的选定

2.1 原子参数 γ_1, γ_2 随原子入射角 α 的变化

远场 $y \gg 1$ 时, 原子的动量 p_e 以及 x, y 方向动量 p_{ex}, p_{ey} 与原子入射角 α (参见图 1) 的依赖

关系为

$$\begin{aligned} p_{yy} &= \sqrt{2m(E - \hbar\Delta/2)} \cos\alpha = p_y \cos\alpha \\ p_{yx} &= \sqrt{2m(E - \hbar\Delta/2)} \sin\alpha = p_y \sin\alpha \end{aligned} \quad (9)$$

将(9)式代入(2)式就得到 γ_1, γ_2 与原子入射角 α 的关系

$$\gamma_1 = \frac{p_y^2}{2m} \cos^2\alpha - \frac{p_y \hbar\xi}{m} \sin\alpha - \frac{(\hbar\xi)^2}{2m} \sin\alpha + \hbar\Delta, \quad \gamma_2 = \frac{p_y^2}{2m} \cos^2\alpha \quad (10)$$

注意上式中 $p_y^2/2m, p_y \hbar\xi/m, (\hbar\xi)^2/2m, \hbar\Delta$ 均以 $\hbar\Omega/2$ 为单位。另外,考虑到 $(\hbar\xi)^2/2m \ll 1$ (因为归一化前的 $(\hbar\xi)^2/2m \ll \hbar\Omega/2$, 用 $\hbar\Omega/2$ 归一化后, $(\hbar\xi)^2/2m \ll 1$), 所以(10)式中的 $(\hbar\xi)^2/2m$ 可以略去, 则(10)式可以写为

$$\gamma_1 = \frac{p_y^2}{2m} \cos^2\alpha - \frac{p_y \hbar\xi}{m} \sin\alpha + \hbar\Delta, \quad \gamma_2 = \frac{p_y^2}{2m} \cos^2\alpha \quad (11)$$

这样,当原子初始平动能 $p_y^2/2m$ 和失谐 Δ 给定后,原子参数 γ_1, γ_2 与原子入射角 α 的关系由(11)式唯一确定。

2.2 计算参数的选定

在数值计算之前,先确定所需的计算参数 γ_1, γ_2 和 η 的取值。在正入射($\alpha = 0$)时,取

$$\gamma_1, \gamma_2 = \begin{cases} 0.28^2, 0.71^2, & \text{负失谐} \\ 0.71^2, 0.28^2, & \text{正失谐} \end{cases} \quad (12)$$

对于负失谐情形,将(12)式的第一式代入(11)式,可得方程

$$\frac{p_y^2}{2m} + \hbar\Delta = 0.28^2, \quad \frac{p_y^2}{2m} = 0.71^2 \quad (13)$$

解方程得到

$$\frac{p_y^2}{2m} = 0.5041, \quad \hbar\Delta = -0.4257 \quad (14)$$

参考文献[6],取 $(\hbar\xi)^2/\hbar\Omega/2 \rightarrow (\hbar\xi)^2/2m \simeq 10^{-4}$, 再将(14)式代入(11)式得

$$\gamma_1 = 0.5041 \cos^2\alpha - 0.0142 \sin\alpha - 0.4257, \quad \gamma_2 = 0.5041 \cos^2\alpha \quad (15)$$

(15)式就是实际数值计算时用到的负失谐情形参数 γ_1, γ_2 随原子入射角 α 而变化的表示式。每一个入射角 α 对应于一组 (γ_1, γ_2) , 正入射角表示原子从左边入射,负入射角表示原子从右边入射。另外,因为 γ_1 是远场激发态原子 y 方向的无量纲平动能, $\gamma_1 \geq 0$, 所以原子入射角 α 只能在区域 $[\alpha_-, \alpha_+]$ 内取值,临界角 α_{\pm} 对应于 $\gamma_1 = 0$ 时的原子入射角。由(15)式的第一式,令 $\gamma_1 = 0$, 可解得 $\alpha_+ = 22.3637^\circ, \alpha_- = -24.1266^\circ$, 对应的 $\gamma_{1+} = 0, \gamma_{2+} = 0.4311; \gamma_{1-} = 0, \gamma_{2-} = 0.4199$ 。当 α 超过 α_{\pm} 时, $\gamma < 0$, 激发态原子波函数 $u_+(y)$ 为衰波,下面计算表明这时的原子处于全反射区。

对于正失谐情形,需将(12)式的第二式代入(11)式,按照同样步骤可以求得

$$\gamma_1 = 0.0784 \cos^2\alpha - 0.0056 \sin\alpha + 0.4257, \quad \gamma_2 = 0.0784 \cos^2\alpha \quad (16)$$

与负失谐不同, α 的取值可以在 $[-90, 90]$ 内,不存在临界角 α_{\pm} 。

另外,在我们整个计算中始终固定 $\eta = \sqrt{\frac{(\hbar\xi)^2}{2m} / \frac{\hbar\Omega}{2}} = 0.2$, 这个数值比文献[6]中的 $(7 \times 10^4)^{-1/2} \simeq 0.004$ 为大,这相当于我们的 Rabi 频率比文献中取得小,或者说激光功率小 ($\Omega = 2\mu\varepsilon_0/\hbar$)。

3 二能级原子在激光衰波镜面反射的反射率计算及分析

在远场,考虑由激发态到基态的自发辐射跃迁, $u_e \rightarrow 0$; 而 u_g 满足方程 $(d^2/dy^2)u_g + \gamma_2 u_g \simeq 0$, 它的解为入射波 $Ae^{i\sqrt{\gamma_2}y}$ 和反射波 $Be^{-i\sqrt{\gamma_2}y}$ 的相干叠加, 即

$$u_g = Ae^{i\sqrt{\gamma_2}y} + Be^{-i\sqrt{\gamma_2}y}$$

u_g 的振幅绝对值为

$$\rho_{AB} = \sqrt{|A|^2 + |B|^2 + 2|AB| \cos(\sqrt{\gamma_2}y + \varphi)} = |u_{g0}| \rho_g$$

φ 为初始位相。由此我们得到原子的反射率 R 为

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = \frac{\rho_{AB_{\max}} - \rho_{AB_{\min}}}{\rho_{AB_{\max}} + \rho_{AB_{\min}}} = \frac{\rho_{g_{\max}} - \rho_{g_{\min}}}{\rho_{g_{\max}} + \rho_{g_{\min}}} \quad (17)$$

这样,原子反射率 R 与原子入射角 α 的依赖关系完全反映在(17)式中了,我们只需按(17)式计算 $\rho_{g_{\max}}, \rho_{g_{\min}}$ 即可。图 2(a), (b) 是负、正失谐情况下原子反射率 R 随原子入射角 α 的变化曲线。在负失谐情形〔见图 2(a)〕,为简单起见,我们只讨论正的入射角情况,正入射时,原子反射率 R 较小, $R = 0.692$; 随原子入射角 α 的增大,原子反射率也增大,当入射角增至 12° 时,原子反射率到达峰值, $R = 0.946$, 接近全反射; 然后反射率急剧下降,当原子入射角 α 达到 21° 时,反射率也降到最小值, $R = 0.236$, 接近全透射; 然后原子反射率 R 便随入射角上升而上升,最后几乎又达到全反射 $R = 97.6\%$ 。在入射角 $\alpha = 0^\circ \sim 12^\circ$ 和 $\alpha = 21^\circ \sim 22.3637^\circ$ 这两段区域,原子反射率随入射角的增大而增大,与光波在介质表面的反射类似^[8]; 但在 $\alpha = 12^\circ \sim 21^\circ$ 这段区域则不同,原子反射率随原子入射角的增大而衰减。图 2(b) 为正失谐情形下原子反射率 R 随原子入射角 α 的变化。反射率 R 与入射角 α 的关系十分不明显,原子从任意角度 $\alpha \in [-90, 90]$ 入射时,几乎都被靶面全反射了,这与经典光学^[8]也是不同的。同时还值得提到的是,二能级在激光衰波场中的反射的反射率不仅与失谐有关,还与原子入射角、激光光强大小有关,即使在负失谐情形,由于原子 x, y 方向的入射动能不同,也可能产生全反射现象,比文献[5]中微扰理论得出的负失谐就对应吸引势,原子能近全透射衰波场到达靶面要复杂些。

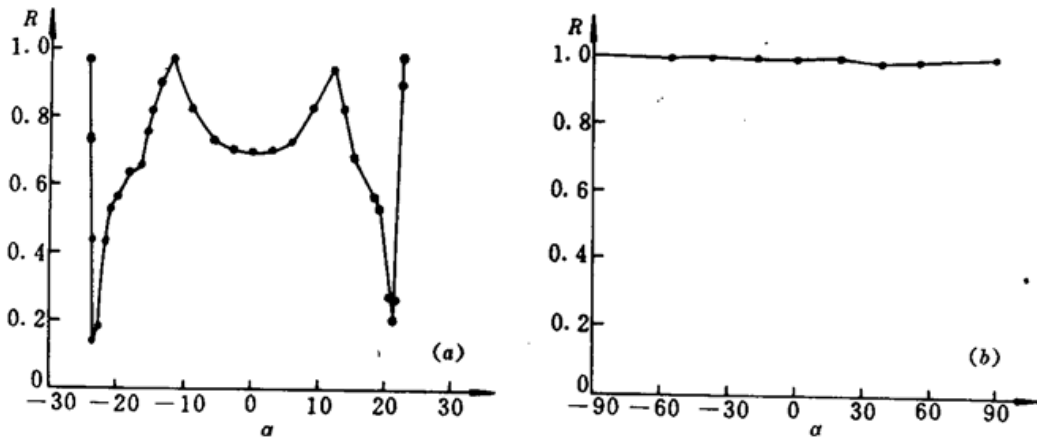


Fig. 2 Calculated reflection coefficients R of the atom as the incidence angle α is varied

(a) negative detuning; (b) positive detuning

上面负、正失谐情况下原子反射率随原子入射角的变化规律反映了激光衰波和原子的相互作用是复杂的。在靶面邻域,基态波的全吸收可以理解为基态波是一行波,实部与虚部振幅相等,位相相差 $\pi/2$, 即

$$u_y \propto \cos \sqrt{\gamma_2 y} + i \sin \sqrt{\gamma_2 y} = e^{i\sqrt{\gamma_2 y}}$$

在离开靶面邻域后,由于原子与激光衰波的相互作用,使得原子基态波的实部与虚部的振幅和位相有差异,不再是一行波。当实部与虚部同位相叠加后,起伏很大,反射率达到极值,这就是图 2(a)中 $|\alpha| \simeq 12^\circ$ 处的情形。当位相进一步增加,反射率便随之下降,这就是图 2(a)中 $|\alpha| > 12^\circ$ 的情形。当位相继续增至 π 时,这时反射波大为增强,起伏也最大,这就是图 2(a)中 $\alpha = \alpha_{\pm}$ 时反射率急剧增加近乎全反射的情形;在远场 $\sqrt{\gamma_2 y} \gg 1$,基态波可表示为入射方向的波与反射方向的波的叠加,即 $u_y = Ae^{i\sqrt{\gamma_2 y}} + Be^{-i\sqrt{\gamma_2 y}}$ 。对于正失谐情形,由于原子受到很大的排斥势,反射波很强,它的振幅 $|B|$ 接近于入射波的振幅 $|A|$,与入射角 α 的依赖关系不明显,这就是图 2(b)给出的近全反射曲线。

参 考 文 献

- 1 A. Ashkin. Atomic-beam deflection by resonance-radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 1970, 24 : 156; 1971, 25 : 1321
- 2 P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston *et al.*. Optical molasses. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1989, 6 : 2084
- 3 J. Dalibard, C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients; simple theoretical models. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1989, 6 : 2023
- 4 V. I. Balykin, Y. S. Letokhov, Yu. B. Ovchinnikov *et al.*. Quantum-state-selective mirror reflection of atoms by laser light. *Phys. Rev. Lett.*, 1988, 60 : 2137
- 5 R. J. Cook, R. K. Hill. An electromagnetic morrior for neutral atoms. *Opt. Commun.*, 1982, 43 : 250
- 6 R. Deutschmann, W. Ertmer, H. Wallis. Reflection and diffraction of atomic de Broglie waves an evanescent laser wave. *Phys. Rev. A*, 1993, 47 : 2169
- 7 谭维翰, 李青宁. 二能级原子在激光衰波场中反射的准确解. *量子光学学报*, 1995, 1 : 55
- 8 Max Born, Emil Wolf. *Principle of optics*. Pergamon Press, 1975

Angular Dependence of Reflection Coefficient of Two-level Atoms by an Evanescent Laser Wave

Li Qingning

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

Tan Weihan

(Department of Physics, Jiading Campus of Shanghai University, Shanghai 201800)

Abstract In a previous paper we have obtained the exact solution for the reflection of two-level atoms by an evanescent laser wave. In this paper we numerically calculate the dependence of reflection coefficient on the incidence angles α for the atom. We also compare our results with those of classical optics^[7]. The comparison shows that there are some similarities while some difference exists. Finally some physical explanations to the results are given.

Key words evanscent laser wave, positive detuning, negative detuning, reflection coefficient