

耦合孤子的相互作用*

俞重远 陈陆君

(西安电子科技大学物理系, 西安 710071)

段一士 杨国宏

(兰州大学物理系, 兰州 730000)

提要 采用分裂步长 Fourier 变换法, 数值研究了反常色散区线性极化下非等幅耦合孤子和正常色散区圆极化耦合暗孤子的相互作用, 并结合孤子相互作用的等价粒子理论及流体孤子类比方法, 分析了耦合孤子相互作用机理及成因。研究表明, 耦合孤子相互作用过程中, 不仅存在单通道中孤子间的相互作用, 还存在不同通道中孤子间的交叉相互作用。

关键词 耦合孤子, 耦合孤子相互作用, 双极化模耦合

1 引 言

双折射光纤中孤子脉冲的耦合在光耦合器及光开关方面有着巨大的应用潜力。双折射光纤中的线性极化孤子有两种极限情况, 一种是低椭圆度情况下的群速近匹配情况, 这时耦合方程是

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u}{\partial \xi} + i\delta \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + (|u|^2 + B|v|^2)u + Cv^2u^* &= 0 \\ i \frac{\partial v}{\partial \xi} - i\delta \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} + (|v|^2 + B|u|^2)v + Cu^2v^* &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

线性极化时, $\theta = 0^\circ$, 因此 $B = 2/3$ 。另一种是群速完全失配的情形, 这时方程是

$$\begin{aligned} i \frac{\partial u}{\partial \xi} + i\delta \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial s^2} + (|u|^2 + B|v|^2)u &= 0 \\ i \frac{\partial v}{\partial \xi} - i\delta \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\sigma}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial s^2} + (|v|^2 + B|u|^2)v &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

(2) 式也正是圆极化(即 $\theta = \pi/2$) 情况下的耦合方程。对于群速近匹配的(1)式和完全失配的(2)式的一些特殊情形已有许多解析分析, 如文献[1]在等幅条件下, 研究了处于不同通道的孤子相互作用, 结果表明, 这一系统支持两种束缚态, 其一是两道中孤子中心为重合的强束缚态, 另一种是孤子中心相距较远的弱束缚态, 对弱束缚态起作用的只是 C 项, 而强束缚态的约束能则是这两项共同的贡献。(1)式也是文献[2~4]中线性项为零的特殊情况, 如文献[4]的线性项是 $-Ku, Kv$ 两项, 文献[3]和[2]中只是符号不同。在文献[3]中, 借助 Hirota 方法研究了以(1)式为模型的椭圆芯光纤束缚态极化孤子, 文献[4]和[5]都是以可积系统〔即 Manakov 方程, 也就是(2)式中 $B = 1$ 时情况〕为基础, 把(1)式偏离严格可积系统的部分作为微扰

* 国家自然科学基金和校基金资助项目。

Hamilton 场,再以可积系统的严格孤子解作为“绝热近似”,即把解参数看作是微扰 Hamilton 场所支配的慢变参数,从而确定它们的演化。对于方程(2),文献[6]和[7]也用上述类似的微扰方法进行了解析分析,而且文献[7]中还计及了作为微扰的损耗。文献[5]则数值研究了当 $B = 2/3$ 时,(2)式所支配孤子的传输及稳定性,文献[8]则研究了各种不同极化椭圆角 θ (即不同 B 值)情况下,(2)式所决定孤子相移和孤子光开关。本文首先研究(1)式所决定的不同通道中非等幅线性极化孤子的相互作用特点,这正是解析方法难以做到的。然后研究在正常色散区($\sigma = -1$),圆极化暗孤子的耦合传输及相互作用规律。前面所有文献都是取 $\sigma = 1$ (反常色散区)进行分析的,因为这种情况是光孤子通信和光孤子开关感兴趣的区域,但是对暗孤子的研究,也有助于研究正常色散区非线性动力学,包括非线性耦合。

2 不同线性极化孤子间的相互作用

在反常色散区 $\sigma = 1$,线性极化下,(1)式中的 $B = 2/3$ ($\theta = 0^\circ$ 时,虽然 $C = 1/3$,表现为长周期,但为了在分析中能多观察几周期的能量转移和相互作用,我们把 C 取成 1,因为,我们的目的是研究这个过程物理机制,以便在较短的模拟距离内找到一般性规律),对于非等幅孤子的相互作用,只能借助数值方法,用分裂步长 Fourier 变换法,可模拟(1)式在初始注入

$$\begin{aligned} u &= A_1 \operatorname{sech}\left[A_1\left(s - \frac{\lambda}{2}\right)\right] e^{i\phi_1} \\ v &= A_2 \operatorname{sech}\left[A_2\left(s + \frac{\lambda}{2}\right)\right] e^{i\phi_2} \end{aligned} \quad (3)$$

情况下的演化及耦合。(1)式中有三项非线性项,即自相位调制项,它是形成孤子态的保证,其次是非相干的交叉调制项,即 B 项,最后是相干交叉调制项,即 C 项,在两通道间通过类似于流体力学中参量激励而相干并实现能量转移。而 B 项则是非相干的,它提供了孤子间的作用能,对应于相互作用力,按照作者给出的孤子相互作用等价粒子理论^[9],孤子间的相互作用取决于两孤子的交迭积分,对(1)式,正是与 B 项对应的积分,它决定了不同通道中孤子间的相互作用力。 C 项在耦合中起双重作用,一方面它作为另一种交迭积分,对相互作用能有贡献,同时又作为相干激励使能量发生转移。事实上,按文献[9]中孤子相互作用的等价粒子理论,双通道中孤子相互作用一般应是四体问题,而不是二体问题,虽然在(3)式初始注入下,相互作用一开始可认为是二体问题,由于相干项的作用,使 u 道中孤子 $u_1 = u(0, s)$ [即(3)]的能量向 v 道转移,并在 v 道中(与 u 道中的 u_1 孤子同位置处)产生一个脉冲,记为 v_2 (由 u_1 的能量转移到 v 道而形成),同理 v 道中的孤子 $v_1 = v(0, s)$ 的能量向 u 道转移,并在 u 道产生一个 u_2 ,因此一般情况下,构成了由 u_1, v_1, u_2, v_2 组成的四体问题。在 $u_1 - v_2$ 及 $v_1 - u_2$ 作用中,相干项与非相干项同等重要,它们造就了能量在两通道之间的周期性转移, $v_1 - v_2$ 及 $u_1 - u_2$ 作用分别可作为如同文献[9]单通道中双孤子的相互作用,例如对于 $u_1 - u_2$ 作用,在文献[9]的近似条件下,作用势主要由 $\hat{V}_1 = V_1$ 的实部决定,即

$$V_1 \approx \operatorname{Re}[-2u_2^* u_1 - 4u_2 u_1^*] = -6\eta_1 \eta_2 \operatorname{sech}(x - x_1) \operatorname{sech}(x - x_2) \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (4)$$

其中 x_1, x_2, η_1, η_2 及 θ_1, θ_2 代表 u_1 及 u_2 的位置、幅值及相位,由文献[9]可知,当 $\cos(\theta_2 - \theta_1) > 0$ (即 $V_1 < 0$)时代表吸引势, $\cos(\theta_2 - \theta_1) < 0$ (即 $V_1 > 0$)时代表排斥势。双孤子相互作用的解析及数值分析都表明,当初始时 $\cos(\theta_2 - \theta_1) > 0$ 时,孤子对将相互吸引,同时相差也发生变化,达到最小间距时,相差变化到使 $\cos(\theta_2 - \theta_1) < 0$,于是又出现相互排斥而远离,当达到最大间

距时, 相差又变化到使 $\cos(\theta_2 - \theta_1) > 0$, 这样形成周期性地靠近与远离。 $u_1 - v_1$ 及 $u_2 - v_2$ 作用与 $u_1 - u_2$ 作用非常不同(在不同通道中), 以 $u_1 - v_1$ 作用为例, 把(1)式写成类似于文献[9]中的微扰形式, 则 $\hat{V}_1 = V_1$

$$V_1 = - [B|v_1|^2 + Cv_1^2 u_1^* / u_1] \\ = - A_2^2 \text{sech}^2(x + \Delta/2) [B + C \cos(2\phi_2 - 2\phi_1)] + iA_2^2 C \text{sech}^2(x + \Delta/2) \sin(2\phi_2 - 2\phi_1) \quad (5)$$

上式是把(3)式代入得到的, 当初始注入满足 $\phi_1 \approx \phi_2$ 时, 在慢变近似下, 上式右边第二项(即虚部)可以忽略, 因此, 在开始的一段距离上 $V_1 < 0$, 两通道孤子总是相互吸引, 这就解释了数值模拟中观察到的现象, 即在开始的很短距离上, 孤子总是相互靠近。一般情况下, V 的虚部不能忽略, 它代表了两孤子能量转移, 也就是说, 动量转移主要由 V_1 的实部描写, 而虚部描写能量转移, 可通过文献[9]中的(4)式看出。因此, 可以预料, 不同通道中孤子的耦合, 既有单通道中孤子的相互作用特征, 也具有我们观察到的能量周期转移特征, 同时, 还存在交叉相互作用。数值结果表明, 在非等幅情况下, 确实存在与文献[1]中等幅解析结果类似的现象, 即存在两种类型的束缚态, 当初始间距足够大时, 由于初始相互作用势很小, 孤子基本维持不变间距, 这时几乎只有 $v_1 - u_2$, $u_1 - v_2$ 作用, 它使孤子对中每个孤子的能量在两通道之间周期地转移, 图 1 给出一例, 从中可看到上述特点。随着初始间距的减小, 初始相互作用势能增大, 这时, $u_1 - v_1$, $v_2 - u_2$ 作用和 $u_1 - u_2$, $v_1 - v_2$ 作用变得重要, 它们使两孤子动量发生变化, 即孤子在开始很短距离上吸引靠近, 但因其相对相位变化, 很快出现 $\cos(2\phi_2 - 2\phi_1) < 0$ 等情形, 于是出现孤子迅速远离, 势能转化成各自动能, 当间距增大到充分大时, 相位关系还没有得到反转〔象单通道中双孤子相互作用那样, 在达到最小间距时, 相位由 $\cos(2\theta_2 - 2\theta_1) > 0$ 反转成 $\cos(2\theta_2 - 2\theta_1) < 0$ 〕, 当距离增大到很大(如 $\Delta \geq 8$) 时, 相互作用势能又减少到很小(即相互作用力很小), 此后, 出现无相互作用特征, 两孤子几乎匀速相互远离, 每个孤子的能量同单孤子一样, 在 u 道和 v 道之间相互转移, 这种转移经第一次之后, 也是周期性的, 这个过程是由 $v_1 - u_2$ 及 $u_1 - v_2$ 作用而起作用的。同时, 我们注意到, 图 2 和图 3 中, 在前一段较短时间内, 较小幅值孤子能量向较大幅值孤子发生了不可逆转的转移, 很快达到一定的比例构成之后稳定下来, 这种比例构成与初始间距相关, 初始间距 Δ 越小, 向大幅孤子转移能量越多, 当 Δ 继续减小并达到充分小时(如 $\Delta < 2$), 孤子能量几乎全部转移到原来的大孤子, 这时也可以认为是两通道中孤子位置出现合并, 形成另一种束缚态, 类似于文献[1]等幅解析结果所预示的中心重叠束缚态, 图 4 就是一例, 在这种情况下, u 与 v 之间能量转移量明显下降, 是因为作为时间积累的能量转移跟不上相差的迅速周期性变化。上述不可逆转能量转移的原因可作如下分析, 当初始间距 Δ 不过分小时, 两孤子各占一通道, 这时只有 $u_1 - v_1$ 作用, 由(5)式可知, u_1 与 v_1 相互吸引, 又由于在 u_1 的中心处 $|u_1|^2 > |v_1|^2$ 且是同初相的, 因此, 此处 u_1 的相位增长快于 v_1 (仅在此处), 于是能量由 u_1 向 v 道转移形成 v_2 , 能量转移速度取决于 $|u_1|^2$, 同理, 在 v_1 的中心处, $|v_1|^2 > |u_1|^2$, 也是同初相的, 因此能量由 v_1 向 u 道转移形成 u_2 , 转移速度取决于 $|v_1|^2$, 因而 u_2 的增长慢于 v_2 , 从图 2 可证实这一点, v 道中第二条线就出现 v_2 的波形, 但这时 u 道中的 u_2 还没明显生长出来。由于相互吸引作用, 当 $u_2 - u_1$ 及 $v_1 - v_2$ 达到最近距离时, u_2 与 u_1 及 v_1 与 v_2 重叠最多, 这时由 u_1 向 v_2 的能量转移速度取决于 $|u_1 + u_2|^2$ 在 u_1 中心处的值, 而 v_1 向 u_2 的转移速度取决于 $|v_1 + v_2|^2$ 在 v_1 中心处的值, 在达到最近间距及其以后的一段时间内, 一方面 $u_1 - u_2$, $v_1 - v_2$ 经过最大重叠程度后出现远离, 同时 v_1 已把大部分能量转移到 u_2 上, 使得 $|u_1 + u_2|^2$ 在 u_1 处的值较大, 而 $|v_1 + v_2|^2$ 在 v_1 处的值较小, 出现由 u_1 和 u_2 (重叠部分) 向 v_2 的能量转移快于由 v_1 和 v_2 向 u_2 的转移, 于是在

这期间 v_2 从 u_2 中(即从 u_2 与 u_1 重叠的部分中)获得更多的能量,最后结局是:能量先由 v_1 转移到 u_2 ,再从 u_2 通过上述机理转移到 v_2 ,使得大幅孤子(u_1 或 v_2 ,即各通道右边孤子)被增强,小幅孤子(v_1 或 u_2)被削弱,由于孤子在这一过程中已被迅速地排斥远离,使能量转移(无论沿什么方向进行)量被减弱,于是在能量逆转移中,得不到等量的回报,从而出现不可逆转的转移。初始间距越小,最近间距也越小,因而上述重叠部分越大,能量转移越多,当 Δ 很小,就出现图 4 所表现的情形。

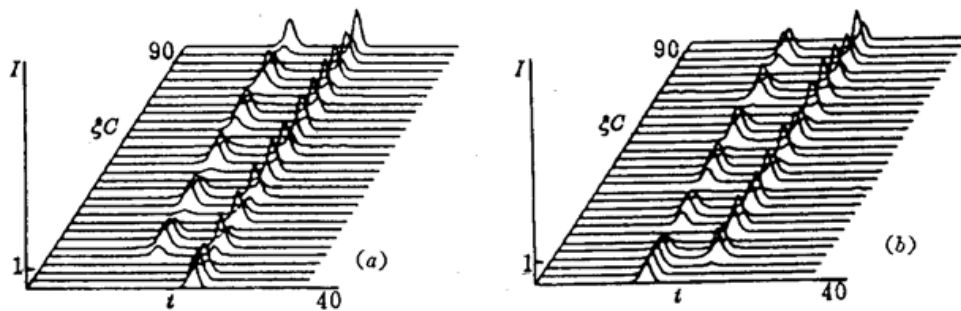


Fig. 1 Numerical simulation of the coupling and interaction between solitons in the different channels.

Here $C = 1.0$, $A_1 = 1.2$, $A_2 = 1.0$, $\Delta = 8$, $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 = 0$, and $\delta = 0.013$

(a) u channel; (b) v channel

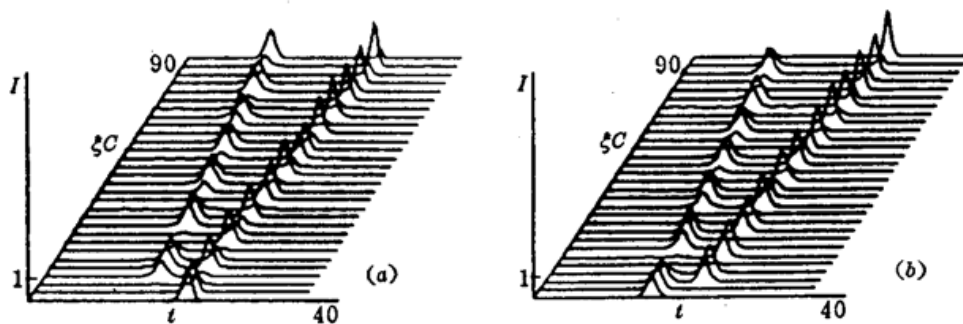


Fig. 2 The same as Fig. 1, but $\Lambda = 6$

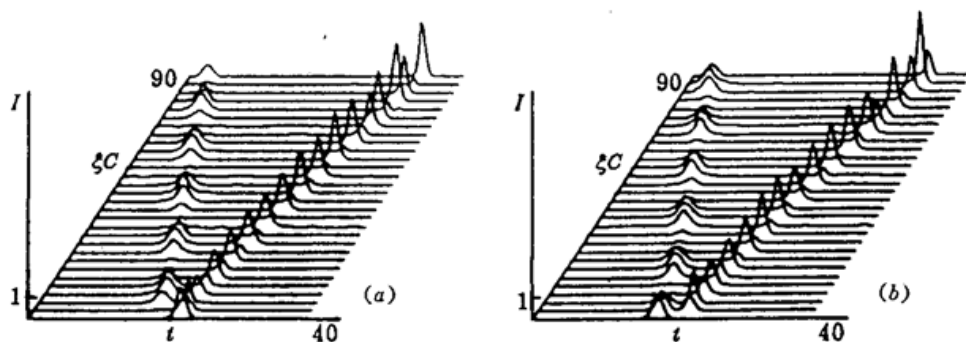


Fig. 3 The same as Fig. 1, but $\Lambda = 4$

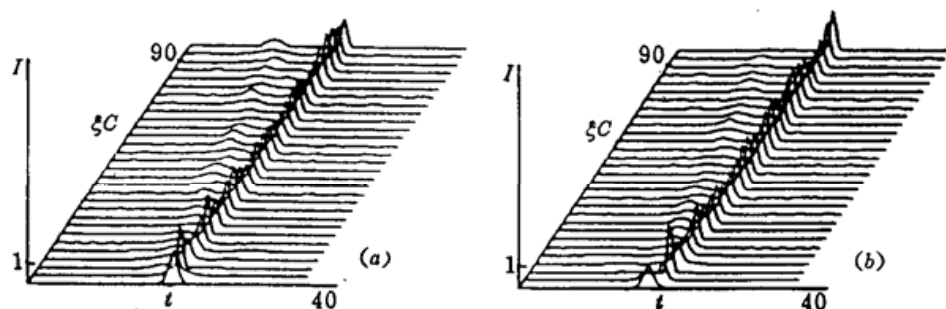


Fig. 4 The same as Fig. 1, but $\Lambda = 2$

3 不同圆极化暗孤子及其相互作用

对于暗孤子注入双折射光纤, 将会有什么现象, 目前作者未见研究报道, 下面先从最简单的耦合方程(2)式出发, 并取 $\sigma = -1$ (正常色散区), 研究圆极化暗孤波的耦合。数值模拟表明, 单个暗孤波和双暗孤波在耦合通道的演化行为与单通道光纤(非耦合 NLS 方程)的行为相似, 只是在连续波背景上出现了许多色散振荡。然而, 对单通道, 连续波背景是平坦的。图 5 和图 6 给出了双通道中单孤子与双孤子的耦合, 其中 u 与 v 道的初始注入相同, 且注入幅值为 1, 在演化过程中都没有垮台迹象(总归一化距离为 45), 这说明这样的耦合系统支持暗孤波, 这为我们进一步解析分析提供了线索和指导。

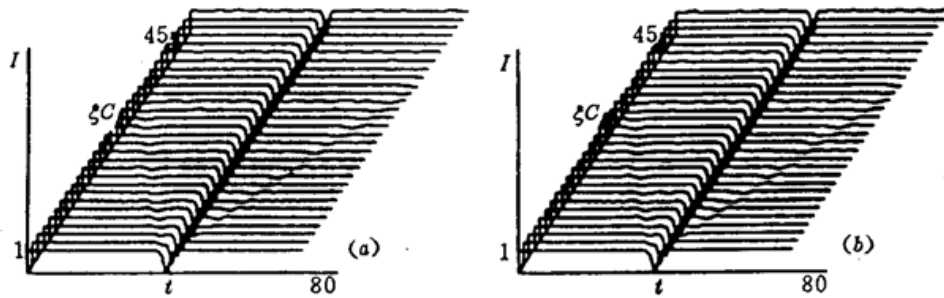


Fig. 5 The coupling of one dark soliton in birefringent fiber, here $\delta = 0.013$, $\sigma = -1$, and $\Lambda = 0$
(a) u channel; (b) v channel

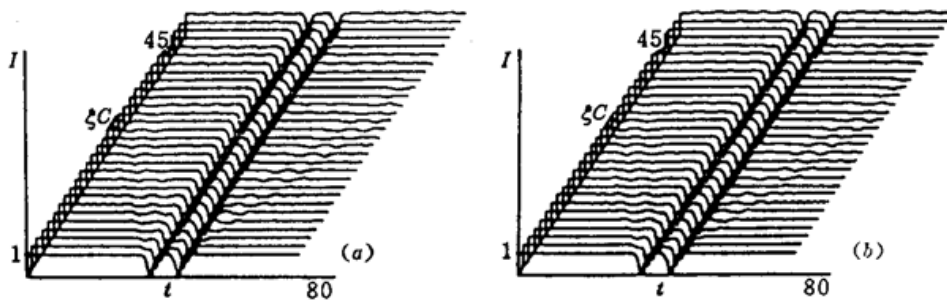


Fig. 6 The coupling of two dark solitons in birefringent fiber, here $\delta = 0.013$, $\sigma = -1$, and $\Lambda = 8$
(a) u channel; (b) v channel

4 小 结

本文采用数值方法, 结合孤子相互作用的等价粒子理论, 并通过流体孤子类比, 研究了反常色散区, 线性极化下, 非等幅孤子的演化、耦合及相互作用。研究表明, 双通道中孤子相互作用是四体问题, 非相干交叉调制项决定不同通道中孤子间的相互作用力, 相干交叉调制项既对相互作用能有贡献, 又作为相干激励使能量发生转移。不同通道中孤子的耦合, 既有单通道中孤子的相互作用特征, 也具有能量转移特征, 还存在交叉相互作用。数值结果表明非等幅情况下类似于等幅解析结果, 即存在两种类型的束缚态, 亦即中心重合的强束缚态和中心相距较远的弱束缚态。

最后研究了正常色散区不同圆极化暗孤子的相互作用, 单个暗孤波在耦合通道中与在单通道光纤中演化行为相似, 只是在连续波背景上出现许多色散振荡。

参 考 文 献

- 1 B. A. Malomed. Bound solitons in coupled nonlinear schrodinger equations. *Phys. Rev. A*, 1992, **45** : 8321
- 2 B. A. Malomed. Polarization dynamics and interactions of solitons in a birefringent optical fiber. *Phys. Rev. A*, 1991, **43** : 410
- 3 D. David, M. V. Tratnik. Polarization modulated solitary waves in an optical fiber. *Physica D*, 1991, **51** : 308
- 4 D. J. Muraki, W. L. Kath. Hamiltonian dynamics of solitons in optical fibers. *Physica D*, 1991, **48** : 53
- 5 C. R. Menyuk. Stability of solitons in birefringent optical fibers I. Equal propagation amplitudes. *Opt. Lett.*, 1987, **12** : 614
- 6 T. Ueda, W. L. Kath. Dynamics of coupled solitons in nonlinear optical fibers. *Phys. Rev. A*, 1990, **42** : 563
- 7 Y. S. Kivshar. Soliton stability in birefringent optical fibers; analytical approach. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1990, **7** : 2204
- 8 C. J. Chen, P. K. A. Wai, C. R. Menyuk. Soliton switch using birefringent optical fibers. *Opt. Lett.*, 1990, **15** : 477
- 9 Q. Ren, H. Hsu. Solitons in dispersion-compensated optical fibers with loss. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1988, **QE-24** : 2059
- 10 Liang Changhong, Wu Hongshi, Chen Lujun. The transmission properties of soliton on the CW background near the zero-dispersion wavelength. *Acta Physica Sinica*, 1993, **2** : 356
- 11 陈陆君, 梁昌洪, 吴鸿适. 光纤中自变陡效应支持的小振幅孤波. *物理学报*, 1994, **43** : 1803
- 12 Yu Zhongyuan, Chen Lujun. Small-amplitude solitons in nonlinear-saturation glass fibers. *Chinese J. Lasers*, 1995, **B4** : 37

The Interaction of Coupled Optical Solitons

Yu Zhongyuan Chen Lujun

(Physics Department, Xidian University, Xi'an 710071)

Duan Yishi Yang Guohong

(Physics Department, Lanzhou University, Lanzhou 730000)

Abstract The interaction of both nonequal-amplitude coupled linear-polarization solitons in anomalous dispersion region and coupled round-polarization dark solitons in normal dispersion region is numerically investigated by the split-step Fourier transformation method. The mechanism and the cause of the interaction are analyzed. The results show that the interaction of coupled solitons exists not only in the same channel, but also in the different channel. For the latter, it is a cross interaction.

Key words coupled soliton, interaction of coupled soliton, coupling of polarization soliton