

二元光学元件各级光强的分布规律 和衍射效率*

周 进 韩良恺** 高文琦 秦亦强

(南京大学物理系, 南京 210093)

提要 用振幅矢量作图法研究二元位相元件各级衍射光强的分布规律, 并得出了普遍的衍射效率公式, 方法简便, 物理图像清晰, 结果普遍适用。

关键词 二元光学, 衍射效率, 位相型光栅

1 引 言

近年来, 由于二元光学的出现, 极大地丰富了光学元件的种类, 从而也大大扩大了光学元件的应用领域^[1~3]。这种以衍射光学为基础, 用计算机设计和微电子技术制作的二元光学元件, 在实际应用中各级光强分布和衍射效率是非常重要的参数, 从光能利用角度看, 位相型元件比振幅型元件效率要高。所以, 讨论二元位相型元件各级光强的分布规律和衍射效率, 对于全面了解二元光学的潜在用处是十分有益的。利用光学标量衍射理论计算各级光强分布及衍射效率比较繁琐, 本文以光栅为例, 用振幅矢量作图法研究了二元位相元件各级衍射光强的分布规律, 并得出了普遍的衍射效率公式, 方法简便, 物理图像清晰, 结果普遍适用, 对全面了解二元光学元件的光强分布规律及衍射效率动态变化趋势有一定的帮助。

2 原 理

二元位相元件的每一个周期单元是由 $N = 2^n$ 个台阶构成的, 其位相差为 $1 \cdot 2\pi/N, 2 \cdot 2\pi/N, \dots, (N-1) \cdot 2\pi/N$ 。以光栅为例, 这样的位相光栅, 每一周期单元可看成 $N = 2^n$ 的单缝组成, 每一缝宽度为 $b = d/N$, 其中 d 为光栅常数, 单缝衍射的合振幅可由振幅矢量图决定^[4], 如图 1 所示。对 k 级来讲, 图中

$$\beta = \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} = \frac{2\pi}{2\lambda} b \sin \theta = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d}{N} \sin \theta = \frac{1}{2} \frac{2k\pi}{N} = \frac{k\pi}{N}$$

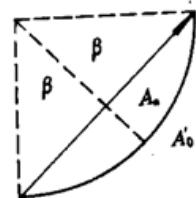


Fig. 1 Slit phasor diagram

* 国家自然科学基金资助项目。

** 南通师范专科学校访问学者。

收稿日期: 1995 年 1 月 18 日; 收到修改稿日期: 1995 年 10 月 10 日

合振幅

$$A_s = A_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \quad (1)$$

很显然,整个周期单元的合振幅可以看成是由 N 个单缝合振幅干涉迭加而成,与振幅型光栅不同的是,单元的每个部分都参与了合成。而且,在 N 个光束干涉时,相邻光束的位相差包括两部分:即由单缝位置不同所引起的迂回型位相差与二元位相型光栅制作时产生的不同台阶高度带来的位相差,即

$$\delta = \frac{2k\pi}{N} \pm \frac{2\pi}{N}$$

其中 $2k\pi/N$ 为迂回型位相差, $2\pi/N$ 为二元位相型光栅的台阶高度带来的位相差。± 号由光栅刻蚀时用正模板或负模板决定(如图 2),“+”号表示这两部分位相差加强,“-”号表示这两部分位相差减弱,我们仅考虑位相差减弱的情况,其振幅矢量图见图 3。图中

$$\gamma = \frac{k\pi}{N} - \frac{\pi}{N} = \frac{k-1}{N}\pi$$

干涉迭加后总合振幅

$$A = A_s \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} = A_0 \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma}$$

其中 $A_0 = A_0/N$, A_0 为整个周期单元的入射光振幅。故有

$$A = \frac{A_0}{N} \frac{\sin \beta}{\beta} \frac{\sin N\gamma}{\sin \gamma} = \frac{A_0}{N} \frac{\sin(k\pi/N)}{k\pi/N} \frac{\sin(k-1)\pi}{\sin[(k-1)/N]\pi}$$

衍射效率

$$\eta = (A/A_0)^2 = I/I_0 = \left[\frac{\sin(k\pi/N)}{k\pi} \right]^2 \left[\frac{\sin(k-1)\pi}{\sin[(k-1)/N]\pi} \right]^2 \quad (2)$$

这就是二元光学元件衍射效率的普遍形式。

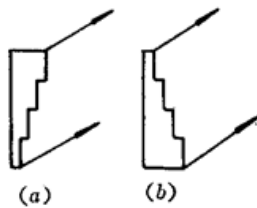


Fig. 2 Phase difference produced by step height

(a) sign “+”; (b) sign “-”

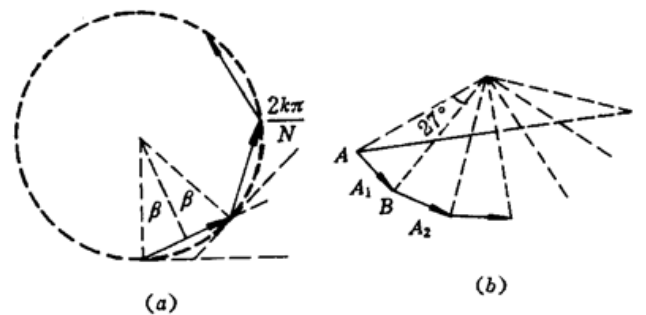


Fig. 3 Phasor diagram

(a) one period unit phasor diagram;

(b) phasor diagram of N steps

显然, $k=1$ 时, $\eta = (\text{sinc}\pi/N)^2$, 这就是我们熟知的二元位相元件 +1 级的衍射效率公式。将(2)式稍作代换,我们就可得到

$$\text{当 } k = 1 \pm mN \text{ 时} \quad \eta = \left[\frac{\sin(\pi/k)}{\pi/k} \frac{1}{k} \right]^2 = \left[\frac{\sin(\pi/N)}{\pi/N} \frac{1}{(1 \pm mN)} \right]^2$$

$$\text{当 } k \neq 1 \pm mN \text{ 时} \quad \eta = 0$$

其中

$$N = 2^n, m = 0, 1, 2, \dots$$

这个公式对我们计算二元位相型元件的衍射效率是方便的,它使我们清楚地看到,位相型元件

的衍射效率既与台阶数有关,又与衍射级有关。

3 分析与结论

根据衍射效率的公式,我们可计算出当 $N = 2^m$ 取不同数值时,二元位相型光栅不同衍射级的效率(见表 1)及光强分布(见图 4)。

Table 1 The relation among diffraction efficiency (η), orders (k) and levels grating surface relief (N)

$\eta\%$ / $N \backslash k$	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	0.5	0	0.82	0	1.6	0	4.5	0	40.5	0	40.5	0	4.5	0	1.6	0	0.82	0	0.5	0
4	0	0	0	1.65	0	0	0	9	0	0	0	81	0	0	0	3.2	0	0	0	1	0
8	0	0	0	1.9	0	0	0	0	0	0	0	95	0	0	0	0	0	0	0	1.2	0

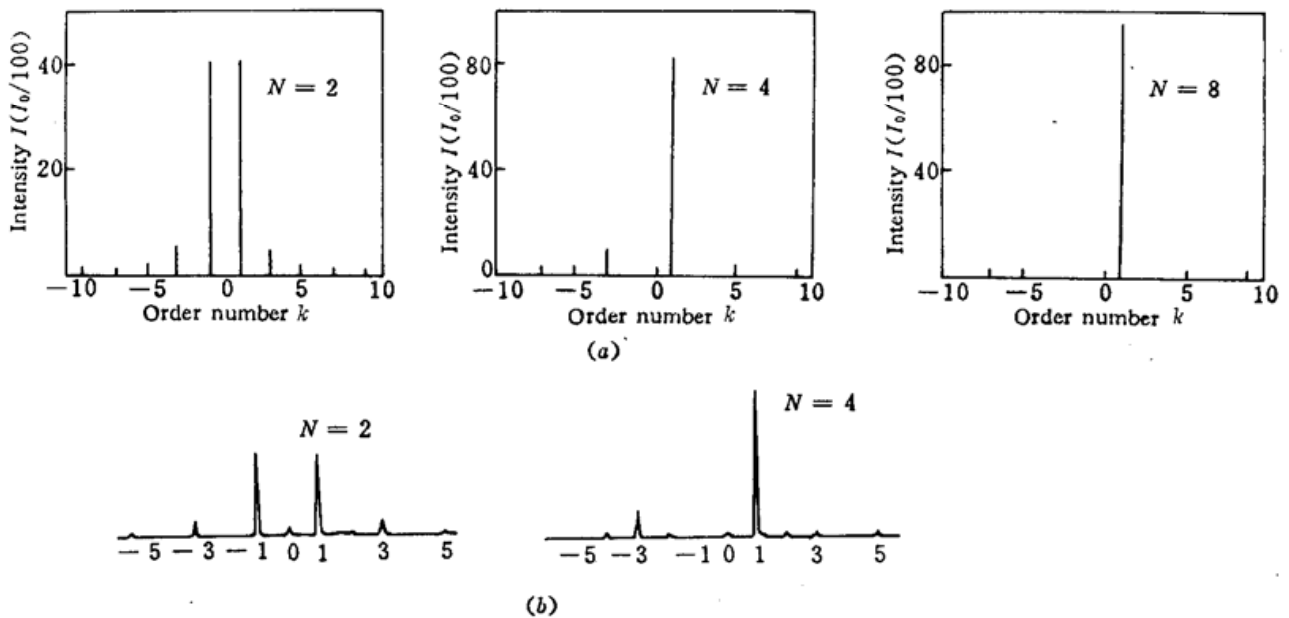


Fig. 4 Intensity distribution
(a) theoretic results; (b) experimental results

由衍射效率公式及图表,我们对二元位相型元件的衍射光强的分布规律有一定了解。表 1 和图 4 (a) 反映了 N 数改变时,各级衍射效率改变的情况,也就是光强分布改变的情况,实际上也反映了能量重新集中的情况。

当 $N = 2$ 时, ± 1 级的效率各为 40.5%,偶数级效率为零,其它的奇数级效率较小,反映了 ± 1 级光强较强,在奇数级 (k) 上,光强以 $1/k^2$ 减小,总光强为

$$I = I_0 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \cdot 2 \left(1 + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{7^2} + \dots \right) = I_0 \left(\frac{2}{\pi} \right)^2 \cdot 2 \frac{\pi^2}{8} = I_0 \quad (3)$$

当 $N = 4$ 时, -1 级效率为 0, $+1$ 级效率达 81%,除了在 $k = 1 \pm 4m$ 级外,其它级的效率皆为零,在效率不为零的级上的光强仍以 $1/k^2$ 减小,总光强为

$$I = I_0 \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \right)^2 \left(1 + \frac{1}{(-3)^2} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{(-7)^2} + \dots \right) = I_0 \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi} \right)^2 \cdot \frac{\pi^2}{8} = I_0 \quad (4)$$

当 $N = 8$ 时, +1 级效率增加为 95%, 同上讨论, 总光强为

$$I = I_0 \left[\frac{8 \sin(\pi/8)}{\pi} \right]^2 \left(1 + \frac{1}{(-7)^2} + \frac{1}{9^2} + \frac{1}{(-15)^2} + \frac{1}{17^2} + \dots \right) \\ = I_0 \frac{16(2 - \sqrt{2})}{\pi^2} \cdot \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{2 + \sqrt{2}}{4} = I_0 \quad (5)$$

(3), (4), (5) 式中第一项 I_0 的系数都是 +1 级的衍射效率。可见, 台阶数越多, +1 级衍射效率越高, 集中的能量越多。显然, 当 $N \rightarrow \infty$ 时, 能量将全部集中在 +1 级上。

图 4(b) 是 N 等于 2 和 4 时的二元光栅各级衍射效率实验结果, 可以看出分布与理论结果是大致相符合的, 由于二元光栅在制造过程中的误差的存在, 所以在偶数级应为零处不为零, 这将影响到各衍射级的能量, 实验测得 $N = 2$ 时 ±1 级的效率为 37%, $N = 4$ 时, +1 级效率为 68%。

综上所述, 我们可得出如下结论: (1) 无论位相型光栅的台阶数多少, 衍射总光强都等于入射光强, 即总能量守恒, 从能量角度反映了公式的正确性; (2) 各级衍射光强的分布规律与 $N = 2^n$ 紧密联系, 这揭示了二元光学的本质, 为研制实用的二元光学器件提供了依据。

参 考 文 献

- 1 Wilfrid B. Veldkamp, Thomas J. Mchugh. Binary Optics. Scientific American, May, 1992. 50
- 2 Russell Ruthen. Double Vision. Scientific American, June, 1991. 1
- 3 Huang Xinfan, Gao Wenqi, Li Zhifeng *et al.*. Amorphous silicon nitride binary-phase optical elements. SPIE, 1994. 2364: 193
- 4 高文琦等. 光学. 南京: 南京大学出版社, 1994. 123

Intensity Distribution Law and Diffraction Efficiency in a Binary Optical Element

Zhou Jin Han Liangkai Gao Wenqi Qin Yiqiang

(Physics Department of Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract In this paper, we have studied the all diffraction orders intensity distribution law in a binary optical element by phasor addition and have gotten a diffraction efficiency formula. The method is simple and the physical picture is clear. The result may be helpful for well understanding diffraction intensity changes in optical elements of binary structure.

Key words binary optics, diffraction efficiency, phase grating