

激光前向双角度光通量法测量微粒尺寸 分布及浓度的理论分析*

徐贯东** 王乃宁 王建华

(华东工业大学动力学院, 上海 200093)

提要 基于 Fraunhofer 衍射理论, 提出一种利用前向双角度光通量测量微粒尺寸分布及浓度的方法, 给出了理论分析和数值模拟结果, 并指出了这种方法的可行性及其应用前景。

关键词 颗粒尺寸分布, 双角度, 前向散射光通量

1 引言

现代工业的迅猛发展, 给颗粒问题的研究提出了越来越多的要求。例如, 在环境保护领域内, 大气污染的一个主要来源就是各种工业固体排放物微粒。而在我国, 由于煤一直是主要能源之一, 煤燃烧后不可避免要产生大量固体排放物(烟尘), 因而说控制大气污染离不开对各种工业固体排放物微粒尺寸及浓度进行监测。在微粒尺寸及浓度的众多监测方法中, 光散射技术由于具有可实现非接触式、连续、在线监测的优点^[1], 正日益受到人们的重视。国内外许多研究者在这方面做了很多工作^[2~4], 但他们一般只能测量微粒的平均粒径, 而无法确定微粒尺寸分布, 而且有的结构复杂^[5]。现有的衍射式激光测粒仪虽能测量微粒的尺寸分布^[6], 但它对光路对中要求较高, 不易满足工业在线监测的要求。本文提出一种激光前向双角度光通量测量微粒尺寸分布及浓度的方法, 并在大量数值模拟计算的基础上, 分析了各种因素对测量结果的影响, 指出了这种测量方法的可行性和应用前景。

2 测量原理和方法

根据 Fraunhofer 衍射理论, 当一束光强为 I_0 的单色平行光(波长为 λ) 照射到测量区中的一各向同性、直径为 D 的球形颗粒时, 由于颗粒散射所产生的前向光强为^[7]

$$I(\theta) = \frac{\pi^2 D^4}{16\lambda^2 r^2} I_0 \left[\frac{2J_1(X)}{X} \right]^2 \quad (1)$$

式中 J_1 为一阶 Bessel 函数, X 是无因次尺寸参数($X = \pi D \sin\theta / \lambda$, θ 为散射角)。如果用光电元件

* 国家自然科学基金资助项目。

** 现在温州师范学院物理系工作。

收稿日期: 1995年8月21日; 收到修改稿日期: 1995年10月4日

接收散射光,那么在空间立体角 $\Delta\theta_1 = \theta_1 - \theta'_1$ 内产生的散射光通量为^[6]

$$F(\Delta\theta_1) = 2\pi \int_{\theta'_1}^{\theta_1} I(\theta) r^2 \sin\theta d\theta \quad (2)$$

把(1)式代入(2)进一步简化可得

$$F(\Delta\theta_1) = \frac{\pi I_0 D^2}{2} \int_{\theta'_1}^{\theta_1} \frac{J_1^2(X)}{\sin\theta} d\theta \quad (3)$$

类似地,在另一个空间立体角 $\Delta\theta_2 = \theta_2 - \theta'_2$ 内产生的散射光通量为

$$F(\Delta\theta_2) = \frac{\pi I_0 D^2}{2} \int_{\theta'_2}^{\theta_2} \frac{J_1^2(X)}{\sin\theta} d\theta \quad (4)$$

以上分析都是针对单个颗粒。如果测量区内是由许许多多大小不同的颗粒组成的颗粒群,并设直径为 D_i 的颗粒共有 N_i 个,只要满足不相关单散射条件,则颗粒群所产生的总的散射光将是每个颗粒的散射光的总和。

文献[7]指出,当颗粒之间的距离大于颗粒直径3倍以上时,就可以形成单散射,因此工程中遇到的大多数实际问题都可以作为不相关散射来处理。例如即使非常浓的雾,粒子间距离也大约是直径的20倍,完全满足不相关散射条件。而要得到单散射,就必须控制介质的光学厚度 τl (τ 是介质的浊度,与单位体积中的颗粒数有关, l 是入射光在介质中的光程)。实验指出^[8],当光学厚度较小,即 $\tau l < 0.1$ 时,单散射占绝对优势,当 $0.1 < \tau l < 0.3$ 时,就要对单散射的结论做一定的修正。因此在设计实验装置时,若能充分考虑到上述因素,就能得到不相关的单散射。相关散射与复散射的数学处理非常复杂,目前尚无简单的数学表达式^[7]。故

$$F(\Delta\theta_1) = \sum_{i=1}^n N_i \cdot \frac{\pi}{2} I_0 D_i^2 \int_{\theta'_1}^{\theta_1} \frac{J_1^2(\pi D_i \sin\theta / \lambda)}{\sin\theta} d\theta \quad (5)$$

$$F(\Delta\theta_2) = \sum_{i=1}^n N_i \cdot \frac{\pi}{2} I_0 D_i^2 \int_{\theta'_2}^{\theta_2} \frac{J_1^2(\pi D_i \sin\theta / \lambda)}{\sin\theta} d\theta \quad (6)$$

在很多情况下,计算结果采用重量浓度 w 表示,即用

$$N_i = \frac{6w_i}{\pi\rho D_i^3} \quad (7)$$

代入(5),(6)式得

$$F(\Delta\theta_1) = C \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{D_i} \int_{\theta'_1}^{\theta_1} \frac{J_1^2(\pi D_i \sin\theta / \lambda)}{\sin\theta} d\theta \quad (8)$$

$$F(\Delta\theta_2) = C \sum_{i=1}^n \frac{w_i}{D_i} \int_{\theta'_2}^{\theta_2} \frac{J_1^2(\pi D_i \sin\theta / \lambda)}{\sin\theta} d\theta \quad (9)$$

式中 ρ 为颗粒的比重, C 为常数。在数据处理中,由于对光通量计算采用归一化处理^[6],同时颗粒的尺寸分布用百分率表示,因此常数 C 在计算中可以忽略。

另一方面,由于颗粒对入射光的吸收和散射,出射光将会衰减,入射光强 I_0 和出射光强 I 之间的关系由 Lambert-Beer 定律决定^[7],即

$$\ln\left(\frac{I_0}{I}\right) = \frac{3C_m L \bar{K}}{2D_{32}\rho} \quad (10)$$

式中 L 为光通过被测颗粒群时的光程, \bar{K} 为平均消光系数, 可由 Mie 理论计算得到, 在工业应用中, 由于颗粒直径比较大 (大于 $5 \mu\text{m}$), 可以近似认为它为 $2^{[5]}$; D_{32} 为 Sauter 平均直径; C_m 为被测颗粒群的体积质量浓度。

在求解颗粒尺寸分布时, 本文采用函数限制解法, 即假设颗粒尺寸分布符合 Rosin-Rammler (R-R) 分布, R-R 分布的具体表达式为^[6]

$$R = \exp\left[-\left(\frac{D}{\bar{X}}\right)^N\right] \quad (11)$$

式中 R 表示颗粒直径在 D 以上的累积重量百分率, 两个特征参数 N 和 \bar{X} 分别表示颗粒的尺寸分布状态 (\bar{X} 称为尺寸参数, N 称为分布参数, 对于工业固体排放物微粒, N 一般在 1 与 2 之间)。

计算采用最优化算法, 具体计算步骤如下: 任意给一对参数 (N, \bar{X}) , 由于 $w_i = R(D_i) - R(D_{i+1})$, 代入 (8), (9) 式可以从理论上求得一组 $F(\Delta\theta_j)_e, j = 1, 2$, 进而与实际测量得到的 $F(\Delta\theta_j)_m, j = 1, 2$, 进行比较, 可得到一个误差函数值 $f = \sum_{j=1}^2 [F(\Delta\theta_j)_e - F(\Delta\theta_j)_m]^2$ 。这样对于不同的 (N, \bar{X}) , 就有一系列的 f 值, 通过不断调整 (N, \bar{X}) , 也即改变 (D_i, w_i) 的值, 使误差函数 f 达到最小的那一组参数 (N, \bar{X}) 就是所求的最佳参数, 由其所对应的重量分布 (D_i, w_i) 就是所求的颗粒尺寸分布。

因此, 根据 (8), (9) 式, 利用测量到的两个信号 $F(\Delta\theta_1)$ 和 $F(\Delta\theta_2)$, 可以确定颗粒的尺寸分布 (R-R 分布) 两个特征参数 (N, \bar{X}) 及 (D_i, w_i) , 进一步求出平均直径 D_{32} , 然后把求得的 D_{32} 代入 (10) 式, 利用测得的消光比 I_0/I 和已知参数, 即可最后确定被测颗粒群的体积质量浓度 C_m 。图 1 给出了测量原理示意图。

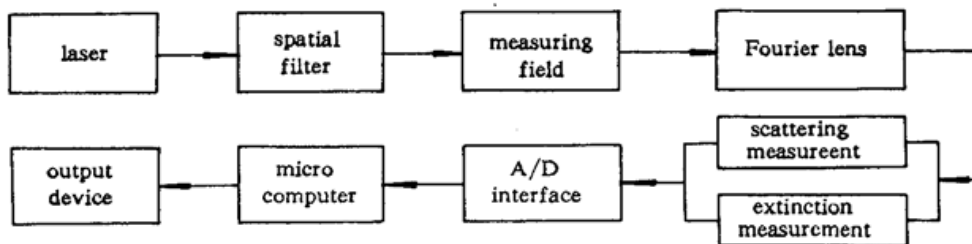


Fig. 1 The schematic of the measurement principle

3. 数值模拟计算结果

数值模拟计算的具体做法是: 先设定 R-R 分布中的一对参数 (N, \bar{X}) , 然后按 (11), (8), (9) 式计算出一组 $F(\Delta\theta_j), j = 1, 2$, 将这一组理论值作为实际测量值, 利用上面介绍的最优化算法再反算出两个参数。表 1 给出了对于不同的 (N, \bar{X}) 的反演算结果 (散射角 $\theta_1/\theta_1 = 4^\circ/6^\circ$, $\theta_2/\theta_2 = 7^\circ/9^\circ$), 由表 1 可见, 反演算的两个参数与设定的两个参数均吻合得很好。表 2 模拟了测量误差对于计算结果的影响, 它给出了当 $F(\Delta\theta_1)$ 加上 1% 的相对误差后的反演算结果。从表中可以看出, 尽管 (N, \bar{X}) 之间存在着一定的误差, 但 D_{32} 的误差一般在 5% 以下。表 3 显示了在不同的散射角下 ($\theta_1/\theta_1 = 1^\circ/3^\circ$, $\theta_2/\theta_2 = 7^\circ/9^\circ$), 测量误差 [$\Delta F(\Delta\theta_1) = 1\%$] 对于计算结果影响程度的变化, 比较表 2 与表 3 可以发现, 选择两个分得较开的角度, 可以使计算结果降低对测量

误差影响的敏感性,提高计算精度(D_{32} 的误差可达到1%以下)。表4显示了当空间立体角大小改变时($\theta_1/\theta_1 = 4.5^\circ/5.5^\circ$, $\theta_2/\theta_2 = 7.5^\circ/8.5^\circ$),测量误差[$\Delta F(\Delta\theta_1) = 1\%$]对于计算结果影响程度的变化,比较表2和表4后可以认为,选择较小的空间立体角有利于提高计算精度。

Table 1 Results of numerical simulation for $\theta_1/\theta_1 = 4^\circ/6^\circ$, and $\theta_2/\theta_2 = 7^\circ/9^\circ$

Set val.	\bar{X}	14.6	16.8	21.3	25.7	30.1	35.9	43.2
	N	1.3	1.6	1.2	1.4	1.1	1.7	1.5
Cal. val.	\bar{X}	14.600000	16.799985	21.299992	25.699988	30.100001	35.899986	43.200004
	N	1.300001	1.600004	1.200001	1.400001	1.100000	1.700001	1.500000

**Table 2 Results of numerical simulation with $\Delta F(\Delta\theta_1) = 1\%$
for $\theta_1/\theta_1 = 4^\circ/6^\circ$, and $\theta_2/\theta_2 = 7^\circ/9^\circ$**

Set val.	\bar{X}	14.6	16.8	21.3	25.7	30.1	35.9	43.2
	N	1.3	1.6	1.2	1.4	1.1	1.7	1.5
	D_{32}	9.812	10.923	11.023	12.363	11.567	14.962	14.387
Cal. val.	\bar{X}	13.765334	17.316900	21.718223	27.601433	32.541510	38.841207	48.041350
	N	1.084386	1.395292	1.005188	1.229240	0.916910	1.565906	1.360728
	D_{32}	9.402	10.703	10.503	11.895	10.951	14.484	13.834
Error of $D_{32}(\%)$		4.2	2.0	4.7	3.8	5.3	3.2	3.8

**Table 3 Results of numerical simulation with $\Delta F(\Delta\theta_1) = 1\%$
for $\theta_1/\theta_1 = 1^\circ/3^\circ$, and $\theta_2/\theta_2 = 7^\circ/9^\circ$**

Set val.	\bar{X}	14.6	16.8	21.3	25.7	30.1	35.9	43.2
	N	1.3	1.6	1.2	1.4	1.1	1.7	1.5
	D_{32}	9.812	10.923	11.023	12.363	11.567	14.962	14.387
Cal. val.	\bar{X}	14.636816	16.701723	21.190925	25.417060	29.748654	35.360303	42.405422
	N	1.328900	1.632946	1.227049	1.427663	1.125625	1.728097	1.526353
	D_{32}	9.851	10.946	11.087	12.432	11.650	15.057	14.490
Error of $D_{32}(\%)$		0.4	0.2	0.6	0.6	0.7	0.6	0.7

**Table 4 Results of numerical simulation with $\Delta F(\Delta\theta_1) = 1\%$
for $\theta_1/\theta_1 = 4.5^\circ/5.5^\circ$, and $\theta_2/\theta_2 = 7.5^\circ/8.5^\circ$**

Set val.	\bar{X}	14.6	16.8	21.3	25.7	30.1	35.9	43.2
	N	1.3	1.6	1.2	1.4	1.1	1.7	1.5
	D_{32}	9.812	10.923	11.023	12.363	11.567	14.962	14.387
Cal. val.	\bar{X}	14.060110	17.216826	21.690006	27.221153	32.649642	38.378640	47.200321
	N	1.134245	1.434563	1.046599	1.260362	0.954506	1.584587	1.383636
	D_{32}	9.512	10.756	10.620	11.984	11.080	14.552	13.919
Error of $D_{32}(\%)$		3.1	1.5	3.7	3.1	4.2	2.7	3.3

4 结束语

从数值模拟计算的结果来看,本文提出的激光前向双角度光通量测量固体微粒尺寸分布

和浓度的方法是完全可行的。与已有的激光前向双角度光强比的测量方法比较^[4],这种方法不仅能测量微粒的平均直径,还可以确定微粒的尺寸分布,同时克服了前者的测量范围小,测量结果多值性的缺陷。在实际应用时,只要适当地选取散射立体角,就可以使测量达到较高的精度。因此,这种方法在各种工业连续在线监测领域,尤其是工业固体排放物微粒尺寸与浓度监测方面,具有实际的应用价值。

参 考 文 献

- 1 童祐嵩. 颗粒粒度与比表面测量. 上海: 上海科技文献出版社, 1989. 3~10
- 2 R. J. Santord, H. G. Semerjian, R. A. Dobbines. Soot Particle Measurement in Diffusion Flame. *Combustion and Flame*, 1983, 51: 203~218
- 3 Edward E. Uthe. Evaluation of an Infrared Transmissometer for Monitoring Particle Mass Concentration of Emission from Stationary Source. *J. of Air Pollution Control Association*, 1980, 30(4): 382~386
- 4 Yong Lu, Shiming Wang, Jin He *et al.*. Measurement of Particle Mean size by the Ratio of the Scattering Light Intensities at Small Near-Forward Angle. *Proceeding of the International Symposium of Measuring Techniques for Multiphase Flow*, Southeast University Press, 1995. 121~126
- 5 W. Schoeck. On-Line Measurement of Average Particle Diameter with MESA. *Proceedings of the 3rd International Aerosol Conference*, Japan; Kyoto, 1991. 655~658
- 6 H. G. Barth. *Modern Methods of Particle Size Analysis*. John Wiley & Sons, 1984. 172
- 7 M. Kerker. *The Scattering of Light and Other Electromagnetic Radiation*, Academic, 1969. 165~167
- 8 L. P. Bayvel, A. R. Jones. *Electromagnetic Scattering and Its Application*. Applied Science Publishers Ltd., 1981. 68~70

Determination of Particle Size Distribution and Mass Concentration from the Forward Light Flux Scattered within Two Solid Angles

Xu Guandong Wang Naining Wang Jianhua

(East China University of Technology, Shanghai 200093)

Abstract In this paper, a method, which can determine the size distribution as well as absolute mass concentration of solid particles from the forward light flux scattered within two solid angles based on Fraunhofer diffraction theory, is presented. Theoretical analysis and computer simulations are made to verify the validity and applicability of the presented method. Results show that the technique is considered to be prospective in the industrial application.

Key words particle size distribution, two solid angles, forward scattered light flux