

反常趋肤效应理论研究*

马国彬

谭维翰

(中国科学院上海光机所, 上海 201800)

(上海大学物理系, 上海 201800)

提要 借助等离子体色散函数,在傅里叶变换的基础上,建立了描述高强度超短脉冲激光与稠密等离子体作用中正常及反常趋肤效应的简化物理模型。采用此模型,等离子体中激光场的幅度可用电导显含地表示,正常及反常趋肤效应可用一个方程描述。与文献相比,此模型计算量大大减小,且物理意义较为明晰。对相同的参数,计算结果与文献一致,对文献未曾研究过的参数区域(比如靶层深处),计算发现,即使对不随速度变化的碰撞频率,由于反常趋肤效应,激光场的穿透深度也明显增大。此外,还研究了碰撞频率对反常趋肤效应的影响。

关键词 反常趋肤效应,傅里叶变换,短脉冲激光与等离子体相互作用

1 引言

近年来,随着激光技术的发展,高强度超短脉冲激光器的出现,趋肤效应的研究又逐渐为人们所重视。金属中的正常及反常趋肤效应的研究已经较为完善^[1]。对等离子体,早在1967年Weibel就做过研究^[2]。之后,Blevin, Reynolds及Thonemann也做过这方面的理论及实验研究^[3]。但这些工作都是针对低强度电磁场、低密度、冷等离子体而言。有关高强度激光场、高温高密度等离子体趋肤效应的研究近年来才有报道^[4~8]。

本文借助等离子体色散函数,在傅里叶变换的基础上,建立了描述高强度超短脉冲激光与稠密等离子体相互作用中正常及反常趋肤效应的简化物理模型。采用此模型,等离子体中激光场的幅度可用电导显含地表示,正常及反常趋肤效应可用同一个方程描述。与文献相比,此模型计算量大大减小,且物理意义较为明晰。对相同的参数,计算结果与文献[7]一致。对文献未曾研究过的参数区域(比如靶层深处),计算发现,即使对不随速度变化的碰撞频率,由于反常趋肤效应,激光场的穿透深度也明显增大,此外,我们还研究了碰撞频率对反常趋肤效应的影响。

2 物理模型

假定密度均匀的稠密等离子体占据 $x > 0$ 的半无限大空间,一束高强度短脉冲激光从 $x < 0$ 的真空中正入射到等离子体表面,电子分布函数 f 满足下列方程

* 国家自然科学基金资助项目。

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m_e} \left[\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}}{c} \right] \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = C|f| \quad (1)$$

式中 $C|f|$ 是碰撞算符, e 及 m_e 分别是电子电荷及质量, 电磁场 \mathbf{E}, \mathbf{B} 满足 Maxwell 方程。

假定激光打靶之后, 等离子体中的微扰电场为^[9]

$$E_1 = \delta E \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) - \eta t] + cc \quad (2)$$

式中无穷小量 η 是为了保证微扰开始后系统的响应收敛, 我们逐步令 $\eta \rightarrow +0$ 。与电场(2)相联系, 等离子体中的微扰磁场为

$$B_1 = \delta B \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) - \eta t] + cc \quad (3)$$

电子分布函数相应地也会偏离其稳态值 f_0 , 按线性响应理论^[1,2,6,7], 它可表示为

$$f = f_0(\mathbf{v}) + f_1(\mathbf{v}) = f_0(\mathbf{v}) + \{ \delta f_0(\mathbf{v}) \exp[i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t) + \eta t] + cc \} \quad (4)$$

假定碰撞算符为 $C|f| = -\nu f_1(\mathbf{v})$ ^[2] (这里 ν 是电子离子碰撞频率), 将(2)~(4)式代入方程(1), 只保留 E_1, B_1 及 $f_1(\mathbf{v})$ 的线性项, 可得

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial \mathbf{r}} + \frac{e}{m_e} \left[\mathbf{E}_1 + \frac{\mathbf{v} \times \mathbf{B}_1}{c} \right] \cdot \frac{\partial f_0}{\partial \mathbf{v}} = -\nu f_1 \quad (5)$$

利用上述诸式, 对方程(5)做傅里叶变换, 并针对我们的情况, $\mathbf{k} = k_x \mathbf{i}_1$, $\delta E = \delta E_y \mathbf{i}_2$, $\mathbf{v} = v_x \mathbf{i}_1 + v_y \mathbf{i}_2 + v_z \mathbf{i}_3$, 这里 $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2, \mathbf{i}_3$ 分别是 x, y, z 方向的单位矢量, 将其标量化, 有

$$\delta f_0 = \frac{ie}{m_e} \left[\left(1 - \frac{k_x v_x}{\omega} \right) \frac{\partial f_0}{\partial v_y} + \frac{k_x v_y}{\omega} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \right] \frac{\delta E_y}{k_x v_x - \omega - i\nu - i\eta} \quad (6)$$

等离子体中的诱导电流 δJ_y 由 δf_0 确定

$$\delta J_y = n_e e \iiint v_y \delta f_0 dv_x dv_y dv_z \quad (7)$$

将(7)式与欧姆定律 $\delta J_y = \sigma_T \delta E_y$ 比较, 并利用(6)式, 可得

$$\sigma_T = \frac{in_e e^2}{m_e} \iiint \frac{v_y}{k_x v_x - \omega - i\nu - i\eta} \left[\left(1 - \frac{k_x v_x}{\omega} \right) \frac{\partial f_0}{\partial v_y} + \frac{k_x v_y}{\omega} \frac{\partial f_0}{\partial v_x} \right] dv_x dv_y dv_z \quad (8)$$

假定电子速度分布函数的稳态值 f_0 为 Maxwell 分布, 完成(8)式的计算, 有

$$\begin{aligned} \sigma_T(k_x, \omega + i\nu) &= \frac{i}{4\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega + i\nu} \left[1 - \left(\frac{m_e}{2\pi T_e} \right)^{1/2} \int \frac{k_x v_x}{k_x v_x - \omega - i\nu - i\eta} \exp\left(-\frac{m_e v_x^2}{2T_e}\right) dv_x \right] \\ &= \frac{i}{4\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega + i\nu} \left[1 - W\left(\frac{\omega + i\nu}{k_x \sqrt{T_e/m_e}}\right) \right] \end{aligned} \quad (9)$$

式中 T_e 是电子温度, $\omega_p = \sqrt{4\pi n_e e^2/m_e}$ 是等离子体频率, $W(Z)$ 由下式确定

$$W(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{x - Z} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx$$

它与众所周知的等离子体色散函数 $W_e(\zeta)$ ^[10], 及复变量的误差函数 $W_e(\xi)$ ^[11] 有密切关系

$$W(Z) = -\frac{1}{2} W_e\left(\frac{Z}{\sqrt{2}}\right) = i \sqrt{\frac{\pi}{2}} Z W_e\left(\frac{Z}{\sqrt{2}}\right) + 1$$

$\nu = 0$ 时, (9) 式即 Ichimaru 的结果^[9]。

(9) 式是等离子体电导在 k, ω 空间的表示, 另一方面诱导电流还可表示为^[9]

$$J_y(x) = \int_0^{\infty} dx' \left[\sum (x - x') + \sum (x + x') \right] E_y(x')$$

式中 $\sum (x - x')$ 是 x' 处的微扰电场在 x 处产生的诱导电流密度, 第二项 $\sum (x + x')$ 源于 $x = 0$

处的完全反射边界条件。此外,我们假定所有物理量都按 $\exp(-i\omega t)$ 随时间变化,为方便起见,从现在开始,我们略去不写。进一步,我们把等离子体扩展到 $x < 0$ 的自由空间,并采用与文献 [2,6,7] 的方法,假定 $x < 0$ 处的电场是 $x > 0$ 处的镜像: $E_y(-x) = E_y(x)$,则上式可化为

$$J_y(x) = \int_{-\infty}^{\infty} dx' \sum (x-x') E_y(x') \quad (10)$$

式中 $\sum(x)$ 是(9)式确定的等离子体横向电导 $\sigma_T(k_x, \omega + i\nu)$ 的傅里叶变换值。

将(10)式代入 Maxwell 方程,并考虑 $x = 0$ 处 $B_z(x)$ 的不连续性, $B_z(+0) = -B_z(-0)$,则有

$$\frac{\partial^2 E_y(x)}{\partial x^2} + i \frac{4\pi\omega}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \sum (x-x') E_y(x') = \frac{2i\omega}{c} B_z(+0) \delta(x) \quad (11)$$

借助(9)式,我们可通过傅里叶变换求解波动方程(11),得到

$$E_y(x) = -i \frac{\omega}{\pi c} B_z(+0) \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \left\{ k_x^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\omega}{\omega + i\nu} \left[1 - W \left(\frac{\omega + i\nu}{|k_x| \sqrt{T_e/m_e}} \right) \right] \right\}^{-1} e^{ik_x x} \quad (12)$$

通过(12)式,我们可计算高强度超短脉冲激光与等离子体相互作用过程中,正常及反常趋肤效应存在时,等离子体中任意一点 x 处激光场的幅度。

正常趋肤效应是等离子体高频电导的局域化描述,也就是说(9)式中的 $\sigma_T(k_x, \omega + i\nu)$ 与 k_x 无关,即 $W(Z) = 0$ 。此时,(12)式化为

$$E_y(x) = -i \frac{\omega}{\pi c} B_z(+0) \int_{-\infty}^{\infty} dk_x \left[k_x^2 + \frac{\omega_p^2}{c^2} \frac{\omega}{\omega + i\nu} \right]^{-1} e^{ik_x x} \quad (13)$$

此乃通常的非涅耳方程的解,利用留数定理完成(13)式的积分,可得

$$E_y(x) = \frac{\omega}{c} B_z(+0) \frac{\exp(i\alpha x - \beta x)}{\alpha + i\beta} \quad (14)$$

式中

$$\alpha = \frac{\omega_p}{c} \left[\frac{\sqrt{1 + \nu^2/\omega^2} - 1}{2(1 + \nu^2/\omega^2)} \right]^{1/2}, \quad \beta = \frac{\omega_p}{c} \left[\frac{\sqrt{1 + \nu^2/\omega^2} + 1}{2(1 + \nu^2/\omega^2)} \right]^{1/2}$$

由此确定的场穿透深度

$$\delta_0 = \frac{1}{\beta} = \frac{c}{\omega_p} \left[\frac{2(1 + \nu^2/\omega^2)}{\sqrt{1 + \nu^2/\omega^2} + 1} \right]^{1/2}$$

与文献[7]的结果完全一致。

对反常趋肤效应,等离子体高频电导非局域化,具有强烈的空间色散特性,(12)式中的 $\sigma_T(k_x, \omega + i\nu)$ 在很大程度上依赖于 k_x 。这种情况下,(12)式中的 $W(Z)$ 不为零,此时我们可用快速傅里叶变换计算(12)式。

3 计算结果

为了便于和文献[7]比较,计算中我们取与其相同的参数:激光波长 $\lambda = 1.06 \mu\text{m}$,接近固体密度的类氮铝等离子体 ($Z^* = 11$, $n_e = 660n_c$,即 $660 \times 10^{21} \text{cm}^{-3}$),电子温度 $T_e = 500 \text{eV}$ 时碰撞频率 $\nu/\omega = 3.9$,电子温度 $T_e = 1 \text{keV}$ 时碰撞频率 $\nu/\omega = 1.73$,对应的正常趋肤深度分别为 $\delta_0 = 16.8 \text{nm}$ (图 1)及 $\delta_0 = 10.7 \text{nm}$ (图 2)。

图 1 给出了电子温度 $T_e = 500 \text{eV}$ 时,正常(虚线)及反常(实线)趋肤效应条件下,等离子

体中的归一化电场幅置随靶层深度 x 的变化情况。此时,与两种趋肤效应对应的场幅值随 x 的变化几乎完全一样,这是因为 $T_e = 500 \text{ eV}$ 相当于较低的打靶激光功率密度,而且我们取 $\nu/\omega = 3.9$,没有考虑碰撞频率随电子速度的变化,因而反常趋肤效应不明显,两条曲线基本重合。这些与文献[7]一致。

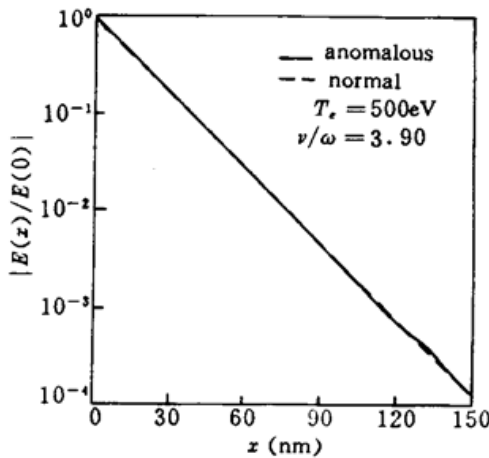


Fig. 1 Field amplitude (normalized to that at $x = 0$) in solid density heliumlike aluminum plasma at 500 eV for a $1.06 \mu\text{m}$ laser, with constant collision frequency $\nu/\omega = 3.9$. Solid curve; anomalous skin effect calculated through Eq. (12), including the spatial dispersion term $W(Z)$; dashed curve; normal skin effect calculated through Eq. (14)

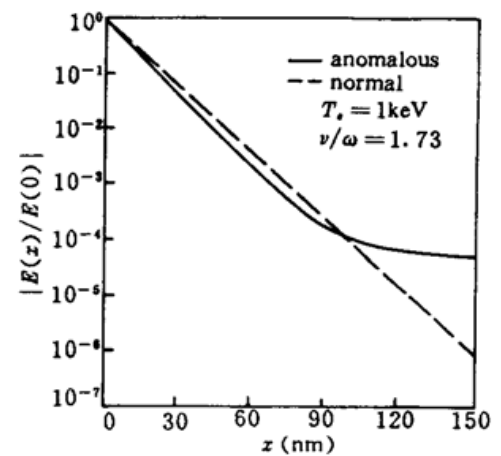


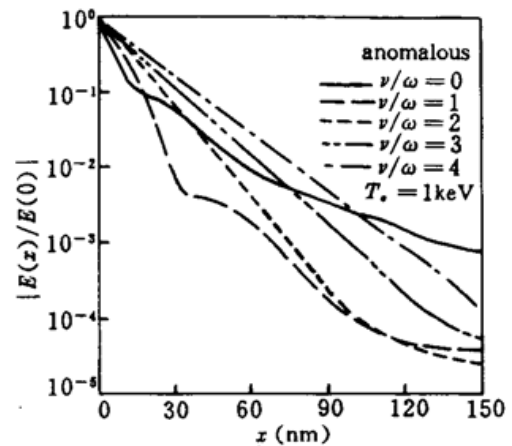
Fig. 2 Field amplitude in solid density heliumlike aluminum plasma at 1 keV for a $1.06 \mu\text{m}$ laser, and a constant collision frequency $\nu/\omega = 1.73$. Solid curve; anomalous skin effect calculated through Eq. (12), including the spatial dispersion term $W(Z)$; dashed curve; normal skin effect calculated through Eq. (14)

图 2 是电子温度 $T_e = 1 \text{ keV}$ 时的计算结果。此时,在靶层不太深的位置 ($x < 90 \text{ nm}$),无论对正常还是反常趋肤效应,电场幅值几乎都按指数规律衰减,在 $x = 90 \text{ nm}$ 处,两者都衰减为边界 $x = 0$ 处的 10^{-4} 倍。反常趋肤效应时的场幅值比正常趋肤效应时略小,是因为反常趋肤效应的非局域特性首先使场幅值衰减,而不是增加。这也与文献[7]一致。然而对文献未曾研究过的靶层更深处 ($x > 90 \text{ nm}$),我们发现与正常趋肤效应相比,反常趋肤效应的场幅值明显增大。由图 2 可以看出,当 $x > 90 \text{ nm}$ 时,正常趋肤效应的场幅值继续按指数规律衰减,到 $x = 150 \text{ nm}$ 时, $E(x) = 10^{-6}E(0)$,而反常趋肤效应的场幅值却几乎不变,在 $x = 150 \text{ nm}$ 处,仍有 $E(x) = 10^{-4}E(0)$ 。这一点与文献[7]有所不同,那里虽然也观测到反常趋肤效应导致的场幅值增大,但只是在假定碰撞频率随轴向速度变化 [$\nu = \nu(v_x)$] 时才有。我们认为这是因为正常趋肤效应的局域化特性使得电子的运动受阻,而反常趋肤效应的非局域化特性使得电子把更多的能量带到靶层深处所致。

除了上面这些,我们还研究了 $T_e = 1 \text{ keV}$,碰撞频率不同时,反常趋肤效应的场幅值随靶层深度的变化,如图 3 所示,实线、点线、短虚线、点实线、长虚线分别对应 $\nu/\omega = 0, 1, 2, 3, 4$ 的碰撞频率。在靶面附近,碰撞频率越小,场幅值下降得越快。因为小碰撞频率意味着非局域化特性明显,所以在靶面附近的场下降迅速。在靶层较深处,对不同的碰撞频率,场幅值随靶层深度的变化差别较大。对 $\nu/\omega = 0$ 的极限情况,等离子体完全无碰撞,因而最大限度地表现出反常趋肤效应的非局域化特性,场幅值衰减缓慢,穿透深度最大。相反,当 $\nu/\omega = 4$ 时,由于碰撞频率较大,掩盖了反常趋肤效应的某些非局域化特性,因此直到 $x = 150 \text{ nm}$,场幅值仍按指数规律衰

减。 $\nu/\omega = 1, 2, 3$ 时介于上述两种极限情况之间。值得指出的是, $\nu/\omega = 0$ 及 1 时的两条曲线都有一个小台阶, 我们曾用不同方法验证过, 但其形成机理尚待进一步研究。

Fig. 3 Field amplitude in solid density heliumlike aluminum plasma at 1 keV for a 1.06 μm laser of anomalous skin effect calculated through Eq. (12), including the spatial dispersion term $W(Z)$, with different collision frequencies. Solid curve; $\nu/\omega = 0$; dotted curve; $\nu/\omega = 1$; short dashed curve; $\nu/\omega = 2$; dotted full curve; $\nu/\omega = 3$; long dashed curve; $\nu/\omega = 4$



参 考 文 献

- 1 J. M. Zimen. The Physics of Metals, I. Electrons. Oxford England; Cambridge University Press, 1969. 241
- 2 E. S. Weibel. Anomalous skin effect in a plasma. *Phys. Fluids*. 1967, 10 : 741~747
- 3 H. A. Blevin, J. A. Reynolds, P. C. Thonemann. *Phys. Fluids*. 1970, 10 : 1259; 1973, 13 : 82
- 4 F. Brunel. Anomalous absorption of high intensity subpicosecond laser pulses. *Phys. Fluids*. 1988, 31 : 2714~2719
- 5 E. G. Gamaliy, R. Dragila. Interaction of ultrashort laser pulses at relativistic intensities with solid targets; relativistic skin effect. *Phys. Rev. A*, 1990, 42 : 929~935
- 6 W. Rozmus, V. T. Tikhonchuk. Skin effect and interaction of short laser pulses with dense plasmas. *Phys. Rev. A*, 1990, 42 : 7401~7412
- 7 J. P. Matte, K. Aguenou. Numerical studies of the anomalous skin effect. *Phys. Rev. A*, 1992, 45 : 2558~2566
- 8 S. V. Bulanov, N. M. Naumova, F. Pegoraro. Interaction of an ultrashort, relativistically strong laser pulse with an over dense plasma. *Phys. Plasmas*, 1994, 1 : 745~754
- 9 S. Ichimaru. Basic principles of plasma physics, London; W. A. Benjamin, Inc., Advanced book program, 1973. Chapt. 3. 4, 5
- 10 B. D. Fried, S. D. Conte. The plasma dispersion function. New York; Academic press, 1961. 1~217
- 11 W. Gautschi. Error function and Fresnel integrals. In Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables. edited by M. Abramowitz and I. A. Stegun, National Bureau of Standards. *Appl. Math. Seri.*, 1964. 55 : 295

Study on Anomalous Skin Effect with Fourier Transformation

Ma Guobin

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

Tan Weihai

(Physics Department, Shanghai University, Shanghai 201800)

Abstract In this paper, we present a new method based on Fourier transformation to study the skin effects in the interaction of short laser pulses with dense plasmas. With this method, the field amplitude in a plasma can be represented explicitly in terms of electric

conductivity. The normal and anomalous skin effects can be described through one equation by omitting the plasma dispersion function or by including it in the conductivity. The results are in agreement with other publications (e. g. J. P. Matte and K. Aguenau, *Phys. Rev. A*, 1992, 45 : 2558) for equivalent parameters. But for deeper positions inside a target, which have not been studied yet, we have found that the field amplitude is considerably enhanced due to the anomalous skin effect, even for constant collision frequency. In addition, we also present some calculation results of anomalous skin effect for different collision frequencies.

Key words anomalous skin effect, Fourier transformation, laser plasma interaction

Cr⁴⁺ : YAG 可饱和吸收体被动调 Q Nd : YAG 激光脉宽小于 9 ns

Cr⁴⁺:YAG晶体既是新型的可调谐激光晶体,又是一种非线性可饱和吸收体,可用于1.0~1.2 μm波段的被动调Q和锁模,它具有结构简单、体积小、无驱动源从而无电磁噪声、热与光的稳定性好、机械强度高和激光损伤阈值高等一系列优点,尤其有利实现LD泵浦固体激光器的小型化和高效稳定输出。

我们用中国科学院上海光机所新研制的Cr⁴⁺:YAG晶体做脉冲氙灯泵浦Nd:YAG激光Q开关,获得脉宽25 ns的激光脉冲(FWHM);做LD泵浦Nd:YAG激光器的Q开关,获得脉宽小于9 ns的输出。

脉冲氙灯泵浦的Nd:YAG激光器腔长450 mm,输出耦合镜为平面镜,透过率为80%,后腔镜为半径900 mm的凹面镜。Cr⁴⁺:YAG晶体片两通光面镀1.64 μm增透膜,其小信号吸收率为58%。它放置在腔中靠近输出镜的位置。

LD泵浦的Nd:YAG激光器,其半导体泵浦源是由62个二极管构成的半导体激光二极管阵列,可连续输出10 W,纵向发散角60°,横向发散角10°,纵向窗口尺寸1 μm,横向窗口尺寸10 mm,半导体激光器加有温控装置,实验时温控装置读数约为20.7 °C。整个腔长为10 mm,泵浦阈值功率为7 W,脉冲宽度为200 μs,脉冲能量为1.4 mJ。加Cr⁴⁺:YAG厚0.6 mm薄片,调Q输出最短激光脉冲为9 ns,脉冲能量7 μJ,峰值功率778 W。脉冲宽度可以通过调节腔长来实现,调节范围为9~100 ns,最大单脉冲能量为20 μJ,激光器最大重复频率可以到达1.5 kHz。

此项工作得到国家攀登计划“飞秒激光技术和超快过程研究”与国家自然科学基金资助。

(中国科学院上海光机所 丁彦华 徐 军 万小珂 欧阳斌 林礼煌 邓佩珍
清华大学物理系 白迎新 吴念东 张 健 李家强 李师群)