

电磁感应透明的非线性理论

龚尚庆 徐至展

(中国科学院上海光机所, 上海 201800)

提要 考虑双激发态三能级原子系统, 探讨了该系统中电磁感应透明的非线性理论。得到由于探测场非线性项的影响, 尽管此时介质对探测光的透明依然存在, 但是介质的色散率减小, 从而使得探测光在介质中传播时, 其群速度变大。

关键词 电磁感应透明, 色散, 吸收, 群速度, 双激发态三能级原子介质

电磁感应透明现象是近年来量子光学领域中人们比较感兴趣的研究课题。由于原子相干和量子干涉效应, 在双基态^[1~3]和双激发态^[4]三能级原子系统中, 可使得介质在吸收为零的同时介质的色散为零, 并且此时介质具有很高的色散率。使得探测光在介质内传播时其群速度较慢。然而该理论是建立在探测光比较弱的基础上的。基于实验的可探测性, 我们应该考虑探测光比较强时的情形, 这时线性理论不再适用, 而需要考虑包含探测场非线性项在内的非线性理论^[5]。

当探测场较弱时, 介质的极化率 $\chi(\omega)$ 与其强度无关, 这是线性理论的结果。随着探测场强度的增加, 介质的极化率变得与其强度有密切关系

$$\chi(\omega, E) = \chi^{(1)}(\omega) + \chi^{(3)}(\omega)|E|^2 + \chi^{(5)}(\omega)|E|^4 + \dots \quad (1)$$

其中 ω 为探测场频率, 随着 $|E|^2$ 的增加, (1) 式中的高阶项导致了介质极化率的饱和, 并进而影响了介质的光学性质。

为此在本文里, 考虑探测场的非线性项, 我们利用双激发态三能级原子模型探讨了该非线性项对电磁感应透明的影响。通过分析我们得到, 当探测光比较强时, 由于探测场非线性项的影响, 尽管此时介质对探测光的透明依然存在, 但是介质的色散率变小, 从而使得探测光在介质中传播时其群速度变大。

考虑如图 1 所示的双激发态原子三能级模型。拉比频率为 2Ω 的相干驱动场作用于跃迁 $|1\rangle$ 与 $|2\rangle$ 之间, 探测光(拉比频率为 $2E$) 作用于跃迁 $|1\rangle$ 与 $|3\rangle$ 之间。能级 $|1\rangle$ 到 $|3\rangle$, $|2\rangle$ 的衰减率分别为 R_1 和 R_2 , 能级 $|2\rangle$ 到 $|3\rangle$ 的衰减率为 R_3 。场和原子间的相互作用哈密顿量为

$$H_I = - [Ee^{-i\omega t}|3\rangle\langle 1| + \Omega e^{-i\omega' t}|2\rangle\langle 1|] + adj. \quad (2)$$

其中 ω 和 ω' 分别为探测场和驱动场的频率。

利用密度矩阵的刘维方程, 考虑唯像弛豫, 可得到描述该系统在旋波近似下的密度矩阵元方程

$$\dot{\rho}_{11} = -(R_1 + R_2)\rho_{11} + iE(\rho_{31} - \rho_{13}) + i\Omega(\rho_{21} - \rho_{12}) \quad (3)$$

$$\dot{\rho}_{33} = R_1\rho_{11} + R_3\rho_{22} + iE(\rho_{13} - \rho_{31}) \quad (4)$$

$$\dot{\rho}_{21} = -\left[\frac{1}{2}(R_1 + R_2 + R_3) + i\Delta\right]\rho_{21} + i\Omega(\rho_{11} - \rho_{22}) - iE\rho_{23} \quad (5)$$

$$\dot{\rho}_{31} = -\left[\frac{1}{2}(R_1 + R_2) + i\Delta\right]\rho_{31} + iE(\rho_{11} - \rho_{33}) - i\Omega\rho_{32} \quad (6)$$

$$\dot{\rho}_{32} = -\left[\frac{1}{2}R_3 + i(\Delta - \Delta')\right]\rho_{32} + iE\rho_{13} - i\Omega\rho_{31} \quad (7)$$

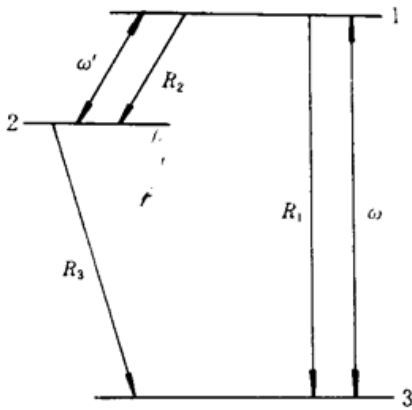


Fig. 1 An excited state doublet three-level atomic system

及其复数共轭。其中由于该系统是封闭的,因此满足 $\rho_{11} + \rho_{22} + \rho_{33} = 1$, $\Delta = \omega_{13} - \omega$ 为探测场频率与原子跃迁频率(ω_{13})的失谐量, $\Delta' = \omega_{12} - \omega'$ 为相干驱动场频率与原子跃迁频率(ω_{12})的失谐量。为方便起见,我们在方程(3)~(7)中已假设 E, Ω 为实数。

在线性理论^[4]中,由于考虑 E 是很小的,因此只需计算到稳态极化率 ρ_{31} 的线性项,即 ρ_{31}/E 与 E 无关即可。这时在计算方程组(3)~(7)稳态解的过程中只需保留(6),(7)式中含 E 的项,而忽略(3)~(5)式中含 E 的项。但是本文里我们考虑的是电磁感应透明的非线性理论,因此在计算稳态解时,(3)~(5)式中含 E 的项也应保留

(E 的非线性项即来源于此)而使方程组(3)~(7)不作任何近似。这时稳态极化率 ρ_{31} 不仅包含 E 的线性项,而且也包含 E 的非线性项。令(3)~(7)式中所有时间微商为零,经过一系列代数运算我们得到了 $\Delta' = 0$ 时的稳态几率密度 $\rho_{ii}(i = 1, 2, 3)$ 及原子诱导极化率,其结果为

$$\rho_{11} = \frac{A}{D} = \frac{1}{D}[Em_{33}(R_3 - \Omega r_{22}) + \Omega r_{33}(Em_{22} - R_3)] \quad (8)$$

$$\rho_{22} = \frac{B}{D} = \frac{1}{D}[Em_{33}(R_2 + \Omega r_{11}) + \Omega r_{33}(R_1 - Em_{11})] \quad (9)$$

$$\rho_{33} = \frac{C}{D} = \frac{1}{D}[(R_2 + \Omega r_{11})(R_3 - Em_{22}) + (R_3 - \Omega r_{22})(R_1 - Em_{11})] \quad (10)$$

$$\frac{\text{Im}\rho_{31}}{E} = Q[D_1C_2(\rho_{22} - \rho_{11}) + (D_1C_3 - D_2C_1)(\rho_{33} - \rho_{11})] \quad (11)$$

$$\frac{\text{Re}\rho_{31}}{E} = Q[(C_1D_1 + D_2C_3)(\rho_{11} - \rho_{33}) + D_2C_2(\rho_{11} - \rho_{22})] \quad (12)$$

其中 $D = A + B + C$ 。参数 Q, r_{ii} 及 $m_{ii}(i = 1 \sim 3)$ 由系统参数给出,它们的具体表达式在附录中给出。

这就是我们得到的主要结论。由(8)~(12)及(A1)~(A15)式可以看出,原子诱导极化率与 E 的非线性项有密切关系。下面我们就利用其表达式来探讨电磁感应透明的非线性理论。在数值运算中我们取参数为无量纲量(Ω/R_1 及 $R_1 = 1$ 等)。

为了便于和电磁感应透明的线性理论^[4]相比较,我们在这里取文献[4]中图4一致的参数,即取 $R_1 = 1.0$, $R_2 = R_3 = 1.0 \times 10^{-4}$ 及 $\Omega = 1.0$ 。利用极化率的表达式(11),(12),我们可作出不同 E 值条件下诱导极化率 ρ_{31} 之实部和虚部随探测光频率失调 Δ 的变化关系曲线,分别如图2($E = 1.0 \times 10^{-4}$),图3($E = 0.5$)及图4($E = 1.5$)所示。在这些图中,曲线1对应于

$\text{Im}\rho_{31}/E$, 曲线 2 对应于 $\text{Re}\rho_{31}/E$, 而虚线则对应于 $\text{Im}\rho_{31}/E = \text{Re}\rho_{31}/E = 0$ 。

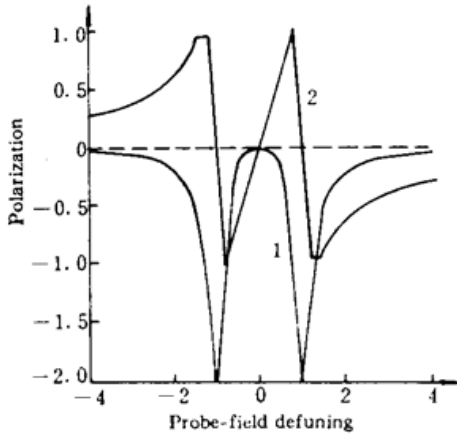


Fig. 2 Plots of $\text{Im}\rho_{31}/E$ (curve 1) and $\text{Re}\rho_{31}/E$ (curve 2) vs Δ for $E = 0.0001$. Values of parameters are $R = 1.0$, $R_2 = R_3 = 1.0 \times 10^{-4}$ and $\Omega = 1.0$

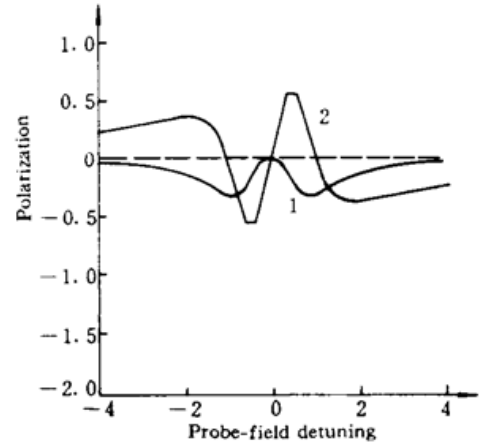


Fig. 3 Plots of $\text{Im}\rho_{31}/E$ (curve 1) and $\text{Re}\rho_{31}/E$ (curve 2) vs Δ for $E = 0.5$. Values of parameters are same with Fig. 2

从图 2 中我们看到, 在探测场振幅 E 很小的条件下, 利用非线性分析所得结论与线性分析的结果(文献[4]中图 4)一致, 也就是说在弱场极限下, 电磁感应透明可以用线性理论来分析讨论。但是随着探测光强度的增加, 场的非线性效应必须考虑。由图 3 和图 4 我们看到, 对于比较高的拉比频率(比如 $E = 0.5$), 在零失调处($\Delta = \Delta' = 0$), $\text{Im}\rho_{31}/E = 0$ 的同时 $\text{Re}\rho_{31}/E = 0$, 但和图 2 相比, $\text{Re}\rho_{31}/E$ 曲线的斜率变小。探测场的拉比频率取值越大其斜率越小, 正如图 3, 图 4 所示。即在探测光比较强时, 介质对探测光的透明依然存在, 但此时介质的色散率变小。

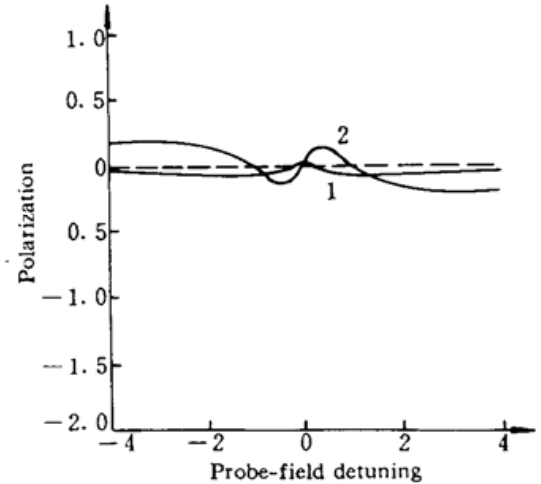


Fig. 4 Plots of $\text{Im}\rho_{31}/E$ (curve 1) and $\text{Re}\rho_{31}/E$ (curve 2) vs Δ for $E = 1.5$. Values of parameters are same with Fig. 2

探测光在介质中传播时其群速度 V_g 与诱导极化率有如下对应关系^[2]

$$\frac{1}{V_g} - \frac{1}{c} \propto \left. \frac{\partial (\text{Re}\rho_{31})}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_3} \quad (13)$$

其中 c 为光速, 从此式我们可很明显地看出, 如果 $\text{Re}\rho_{31}/E$ 曲线的斜率大, 则群速度变慢, 这与文献[2, 4]一致; 在探测场拉比频率比较大时, 诱导极化率的斜率变小(如图 3, 图 4 所示), 这时其群速度变快。

因此我们得到结论, 在探测光比较弱时, 电磁感应透明可用线性理论分析讨论, 这时介质具有高色散率, 其群速度相对较慢; 当探测光比较强时, 电磁感应透明现象需用非线性理论来分析, 这时介质的色散率变小, 实得探测光在介质中传播时其群速度变大。

参 考 文 献

- 1 S. E. Harris, J. E. Field, A. Imamoglu. Nonlinear optical process using electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, 64(10): 1107
- 2 S. E. Harris, J. E. Field, A. Kasapi. Dispersive properties of electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. A*, 1992, 46(1): R29

- 3 S. E. Harris. Normal model for electromagnetically induced transparency. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, 72(1): 52
 4 M. O. Scully, Shi-Yao Zhu. Ultra-large index of refraction via quantum interference. *Opt. Commun.*, 1992, 87(3): 134
 5 U. Rathe, M. Fleischhauer, Shi-Yao Zhu *et al.*. Nonlinear theory of index enhancement via quantum coherence and interference. *Phys. Rev. A*, 1993, 47(8): 4994

Nonlinear Theory of Electromagnetically Induced Transparency

Gong Shangqing Xu Zhizhan

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

Abstract The nonlinear behavior of electromagnetically induced transparency in an excited state doublet three-level atomic system has been studied. It is shown that although the transparency to a probe field still persists at zero detuning, the dispersion of the medium decreases because of the nonlinear effect of the probe field, and the group velocity becomes larger as the probe field intensity increases.

Key words electromagnetically induced transparency, dispersion, absorption, group velocity, excited state doublet three-level medium

附录

稳态解(8)~(12)式中的参数 $r_{ii}, m_{ii} (i = 1, 2, 3)$ 由下面的式子给出

$$r_{11} = 2Q(D_1A_2 + D_1A_3 - A_1D_2) \quad (A1)$$

$$r_{22} = 2Q(A_1D_2 - D_1A_2) \quad (A2)$$

$$r_{33} = -(r_{11} + r_{22}) \quad (A3)$$

$$m_{11} = 2Q(D_1C_2 + D_1C_3 - D_2C_1) \quad (A4)$$

$$m_{22} = -2QD_1C_2 \quad (A5)$$

$$m_{33} = -(m_{11} + m_{22}) \quad (A6)$$

其中 $Q, A_i, C_i (i = 1, 2, 3)$ 及 $D_j (j = 1, 2)$ 定义为

$$A_1 = \frac{1}{2}\Delta\Omega(R_1 + R_2 + R_3) \quad (A7)$$

$$A_2 = \Omega\left[\Omega^2 + \frac{1}{4}R_3(R_1 + R_2) - \Delta^2\right] \quad (A8)$$

$$A_3 = E^2\Omega \quad (A9)$$

$$C_1 = -\frac{1}{2}\Delta(R_1 + R_2 + R_3) \quad (A10)$$

$$C_2 = \Omega^2 \quad (A11)$$

$$C_3 = -\left[E^2 + \frac{1}{4}(R_1 + R_2 + R_3)R_3\right] \quad (A12)$$

$$D_1 = \frac{1}{2}(R_1 + R_2 + R_3)\left[\Omega^2 + \frac{1}{4}(R_1 + R_2)R_3 - \Delta^2\right] + \frac{1}{2}E^2(R_1 + R_2) \quad (A13)$$

$$D_2 = -\Delta\left[E^2 + \frac{1}{4}(R_1 + R_2 + R_3)^2\right] \quad (A14)$$

$$Q = 1/(D_1^2 + D_2^2) \quad (A15)$$