

# 群速度色散对非线性镜锁模激光器输出 激光脉冲宽度的影响

薛绍林 楼祺洪

(中国科学院上海光机所激光技术开放实验室, 上海 201800)

**提要** 从理论上研究了在非线性镜锁模激光器中,非线性晶体中的群速度色散对激光脉冲发展的影响。理论结果模拟了文献[5]的实验,计算表明,理论和实验基本相符合。

**关键词** 非线性镜, 锁模, 群速度色散

## 1 引言

非线性镜锁模是近年来发展起来的一种新的锁模技术<sup>[1~5]</sup>,它利用非线性倍频晶体和一块双色镜构成的所谓非线性镜来实现激光器锁模,这种非线性镜具有非线性反射率。光强愈大,反射率愈大(或愈小),反之也然。正是这种与可饱和吸收染料作用类似的特性,使得非线性镜能够成功地用于锁模。这种锁模方式具有适应波长范围广(尤其在某些红外和紫外波段,由于缺乏适用的可饱和吸收染料,这种锁模方式就更为重要),激光器实现全固体化以及同时能输出两个波长锁模激光等特点。

文献[6]从理论上计算了非线性镜锁模激光器的稳态脉冲宽度,得出脉宽主要取决于非线性镜对脉冲的压缩作用与增益介质的有效增益带宽对脉冲的加宽作用之间的平衡,从理论结果来看,最后稳态脉冲宽度与激光介质的增益系数  $g$ ,双色镜对基波的反射率  $R$  和倍频晶体的二次谐波转换效率  $\eta_0$  这三个因素有关。事实上,我们知道对于所有的锁模激光器来说,锁模脉冲的脉宽主要取决于对锁模有贡献的纵模数,以及这些纵模的强度。对于非线性镜锁模激光器,由于群速色散引起群速度不匹配,所用的倍频晶体并不能对增益线宽内的所有纵模倍频,这就会导致激光脉冲宽度增加,因此我们在研究这一问题时,有必要考虑倍频晶体的群速度色散效应。文献[7]理论上计算了非线性镜锁模脉冲的脉宽,并且得到了双曲正割函数形式的稳态脉冲解析表达式。按照傅里叶变换,它的频谱也是双曲正割函数,应当遍布整个频域。如此宽的频谱,对任何激光介质都是不可能达到的。本文从理论上计算了非线性镜锁模的脉冲宽度,在计算过程中考虑了倍频晶体中的群速色散效应,对文献[5]的实验进行了理论模拟计算,计算结果与实验结果非常接近。

## 2 理 论

文献[8]给出倍频晶体的有效倍频半强度宽度

$$\delta\omega = \frac{2C\pi\delta\lambda_1}{\lambda_1^2} = \frac{1.39C}{l\lambda_1\left(\frac{\partial n_1^o}{\partial \lambda_1} - \frac{1}{2}\frac{\partial n_2^o}{\partial \lambda_2}\right)} \quad (1)$$

式中  $n_1^o$  和  $n_2^o$  分别是晶体的寻常波和异常波的折射率,  $\lambda_1$  和  $\lambda_2$  分别是基波和二次谐波波长,  $l$  是倍频晶体长度。

如果我们考虑倍频晶体的有效全宽, 则

$$\delta\omega = \frac{\pi}{l(u_1^{-1} - u_2^{-1})} \quad (2)$$

这里  $u_1^{-1}$  和  $u_2^{-1}$  分别是晶体中基波和二次谐波的群速度的倒数,  $u_1^{-1} - u_2^{-1}$  是在晶体中基波和谐波的群速度失配。

图 1 是非线性镜锁模激光器的模型, NLM 是非线性镜, NL 是非线性晶体, GM 是激光介质,  $M_2$  是二次谐波输出耦合镜,  $\omega$  是基波频率,  $2\omega$  是倍频波频率,  $f_1(\tau)$  是起始电磁场脉冲波形,  $f_2(\tau)$  是脉冲通过增益介质一个来回后的波形,  $f_3(\tau)$  是脉冲经过非线性镜以后的波形, 对于一个稳态脉冲解, 应当有  $f_3(\tau) = f_1(\tau)$ 。

假如增益介质的增益线型是高斯的, 则

$$G(\omega) = \exp \frac{g}{1 + 2i(\omega - \omega_0)/\delta\omega_0} \quad (3)$$

式中  $\omega_0$  是增益线型的中央频率,  $\delta\omega_0$  是增益带宽。

设  $R_0$  和  $R_{20}$  分别是双色镜对基波和二次谐波的反射率, 对于  $R_{20} = 1$ , 非线性镜对基波的非线性反射率  $R_{NL}$  能被近似写成<sup>[6]</sup>

$$R_{NL} = R_0 \exp(\sigma\eta) \quad (4)$$

式中

$$\sigma = \sigma(R_0) \quad (5)$$

它的值被列在表 1 中。式(4)中,  $\eta$  是二次谐波转换效率,  $\eta$  是脉冲形状的函数

$$\eta(t) \approx \eta_0 f^2(t) / f_{\max}^2 \quad (6)$$

式中  $\eta_0$  是脉冲峰值处的二次谐波转换效率。

Table 1

$R_0$	0.2	0.3	0.8
$\sigma$	1.0	0.85	0.21

当脉冲  $f_1(\tau)$  通过增益介质后, 应当有

$$\frac{\partial F(\omega, x)}{\partial x} = \frac{g}{2l_1[1 + 2i(\omega - \omega_0)/\delta\omega_0]} F(\omega, x) H(\omega) \quad (7)$$

式中  $l_1$  是增益介质长度,  $F(\omega, x)$  是脉冲包络  $f(\tau, x)$  的傅里叶变换形式,  $x$  是脉冲在增益介质中通过的长度,  $H(\omega)$  可写成

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{if } |\omega - \omega_0| < \delta\omega \\ 0, & \text{if } |\omega - \omega_0| > \delta\omega \end{cases} \quad (8)$$

对于增益介质,总的来说,应当有 $(\omega - \omega_s) \ll \delta\omega_s$ ,所以方程(7)能写成

$$\frac{\partial F(\omega, x)}{\partial x} \approx \frac{g}{2l_1} \left[ 1 - 2i \frac{\omega - \omega_s}{\delta\omega_s} - 4 \frac{(\omega - \omega_s)^2}{\delta\omega_s^2} \right] F(\omega, x) H(\omega) \quad (9)$$

在式(9)中,我们用 $\omega$ 替代 $\omega - \omega_s$

$$\frac{\partial F(\omega, x)}{\partial x} \approx \frac{g}{2l_1} \left[ 1 - 2i \frac{\omega}{\delta\omega_s} - 4 \frac{\omega^2}{\delta\omega_s^2} \right] F(\omega, x) H(\omega) \quad (10)$$

式中

$$H(\omega) = \begin{cases} 1, & \text{if } |\omega| < \delta\omega \\ 0, & \text{if } |\omega| > \delta\omega \end{cases} \quad (11)$$

对式(10)利用傅里叶变换

$$\frac{\partial f(t, x)}{\partial x} = \frac{g}{2l_1} \left[ 1 + \frac{2}{\delta\omega_s} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{4}{\delta\omega_s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] f(t, x) \otimes h(t) \quad (12)$$

式中 $h(t)$ 是 $H(\omega)$ 的傅里叶变换形式,符号 $\otimes$ 代表卷积。上式中利用参量代换

$$\tau = t - \frac{gx}{l_1 \delta\omega_s} \quad n = \frac{x}{2l_1} \quad (13)$$

则

$$\frac{\partial f(\tau, n)}{\partial n} \approx g \left[ 1 + \frac{4}{\delta\omega_s^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right] f(\tau, n) \otimes h(\tau) \quad (14)$$

式中 $n$ 是脉冲在腔内传播的圈数。脉冲在腔内传播一圈后,有

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(\tau, n)}{\partial n} = & g \left[ 1 + \frac{4}{\delta\omega_s^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right] f(\tau, n) \otimes h(\tau) + \frac{1}{2} \ln(R_s) f(\tau, n) \otimes h(\tau) \\ & + \frac{1}{2} \sigma \eta_0 \frac{f^2(\tau, n)}{f_{\max}^2} f(\tau, n) \otimes h(\tau) \end{aligned} \quad (15)$$

后两项是与非线性镜有关的项。式中 $h(\tau)$ 能被看成脉冲包络函数 $f(\tau, n)$ 的微扰因子,所以

$$f^2(\tau, n) \otimes h(\tau) \approx [f(\tau, n) \otimes h(\tau)]^2 \quad (16)$$

因此,式(15)可写成

$$\begin{aligned} \frac{\partial z(\tau, n)}{\partial n} = & g \left[ 1 + \frac{4}{\delta\omega_s^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \right] z(\tau, n) \otimes h(\tau) \\ & + \frac{1}{2} \ln R_s z(\tau, n) \otimes h(\tau) + \frac{1}{2} \sigma \eta_0 [z(\tau, n) \otimes h(\tau)]^2 \end{aligned} \quad (17)$$

式中

$$z(\tau, n) = f(\tau, n) / f_{\max} \quad (18)$$

对于稳态脉冲解, $\partial z(\tau, n) / \partial n = 0$ ,有

$$\left[ g + \frac{1}{2} \ln R_s \right] [z(\tau) \otimes h(\tau)] + \frac{4g}{\delta\omega_s^2} \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} [z(\tau) \otimes h(\tau)] + \frac{1}{2} \sigma \eta_0 [z(\tau) \otimes h(\tau)]^2 = 0 \quad (19)$$

当

$$g = -\frac{1}{4} \sigma \eta_0 - \frac{1}{2} \ln R_s \quad (20)$$

方程(19)有解

$$z(\tau) \otimes h(\tau) = \text{sech}(\tau/\tau_0) \quad (21)$$

式中

$$\tau_0 = \frac{2}{\delta\omega_0} \sqrt{-1 - \frac{2}{\sigma\eta_0} \ln R_w} \quad (22)$$

在式(21)中,我们利用傅里叶变换

$$Z(\omega) = \tau_0\pi \frac{\text{sech}(\pi\omega\tau_0/2)}{H(\omega)} \quad (23)$$

对上式,我们再次利用傅里叶变换

$$z(\tau) = \tau_0\pi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\text{sech}(\pi\omega\tau_0/2)}{H(\omega)} \cos(\omega\tau) d\omega \quad (24)$$

如果不考虑群速度失配,即  $\delta\omega \rightarrow +\infty$ , 则有

$$z(\tau) = \text{sech}(\tau/\tau_0) \quad (25)$$

此结果和文献[7]的结果一样,脉冲宽度是

$$\tau_p = 2\tau_0 \ln(\sqrt{2} + 1) \quad (26)$$

Table 2

Active medium	Nd : YAP	Nd : YAP	Active medium	Nd : YAP	Nd : YAP
Wavelength ( $\mu\text{m}$ )	1.08	1.34	$R_w$	0.2	0.24
SHG crystal	LiIO <sub>3</sub>	LiIO <sub>3</sub>	$\sigma$	1.0	$\approx 1$
SHG crystal length (mm)	20	20	Pulse width $\tau$ (ps) <sup>c</sup>	6.32	3.24
$u_1^{-1} - u_2^{-1}$ (fs/mm) <sup>a</sup>	264	165	pulse width $\tau$ (ps) <sup>d</sup>	26.6	15.7
$\delta\omega$ ( $\times 10^{12}$ Hz) <sup>b</sup>	0.3	0.5	Pulse width $\tau$ (ps) <sup>e</sup>	40	15
$\eta_0$	0.5	0.5			

Notes: a: The values are from ref. [4]; b: Calculated from eq. (3); c: Pulse width (group-velocity matched), calculated from eq. (22) and eq. (26); d: Pulse width (group-velocity mismatched), calculated from eq. (24); e: Pulse width (experimental results from ref. [5])

### 3 分析与讨论

对于文献[5]中的实验进行理论模拟,计算结果列于表 2,我们发现对于波长 1.08  $\mu\text{m}$ ,实验得到的脉宽是 40 ps,而理论计算的结果是 26.6 ps,理论和实验相差较大,这主要因为在实验中,脉冲还没有被足够地压缩,增益介质的增益就被抽空。对于  $\lambda = 1.34 \mu\text{m}$ ,理论结果是 15.6 ps,实验结果是 15 ps,由此可见,实验和理论比较符合。由于在 1.34  $\mu\text{m}$  处,受激发射截面

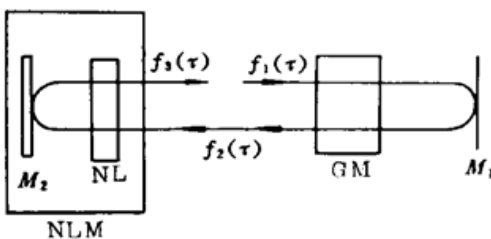


Fig. 1 The model of laser mode-locking by a nonlinear mirror. GM is the active medium, NL is the SHG crystal,  $M_2$  is the dichroic mirror, NLM is a nonlinear mirror, and  $M_1$  is the SH output coupler.  $f_1(\tau)$  is the starting electric field pulse profile,  $f_2(\tau)$  is the pulse profile after a round pass through the GM, and  $f_3(\tau)$  is the pulse profile after passing the NLM. For steady state pulse solution, should have  $f_3(\tau) = f_1(\tau)$

( $22 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ ) 比较小(在 1.08  $\mu\text{m}$  处,受激发射截面是  $46 \times 10^{-20} \text{ cm}^2$ )<sup>[9]</sup>,因此该波长处的增益也小,进而使得在该波长处脉冲序列的包络比较长。从文献[5]中我们可以看到,在该波长

处,脉冲序列比在波长  $1.08 \mu\text{m}$  处长 2.5 倍,这说明在  $1.34 \mu\text{m}$  处,脉冲得到了充分压缩,在脉冲序列的尾部,脉冲基本上达到了稳态。图 1 和图 2 分别给出了两个波长处的脉冲包络。在图 1 和图 2 中,曲线 1 和曲线 2 分别是考虑群速度色散和不考虑群速度色散时的脉冲包络。图中曲线 1 和曲线 2 差别很大,曲线 1 是双曲正割函数,只有一个峰,它的频谱遍布整个频域,也是双曲正割函数,我们知道任何激光增益介质都不可能具有如此宽的增益。对于曲线 2,在主脉冲两边还有起伏,这与方程的脉冲解为带限函数相符的。另外,曲线 1 和曲线 2 的脉冲宽度相差非常

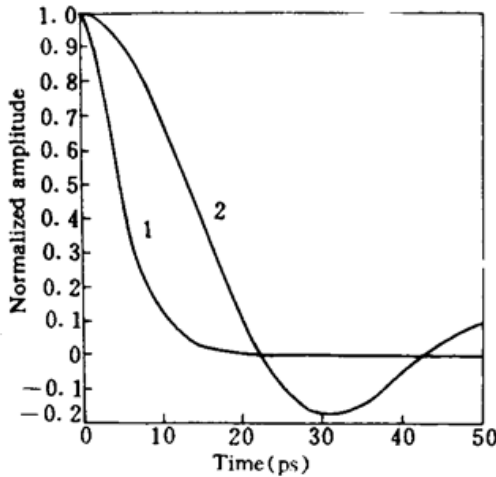


Fig. 2 The steady state electric field pulse profiles at  $1.08 \mu\text{m}$ . Curve 1 is that without GVM (group-velocity mismatched), and curve 2 is that with GVM

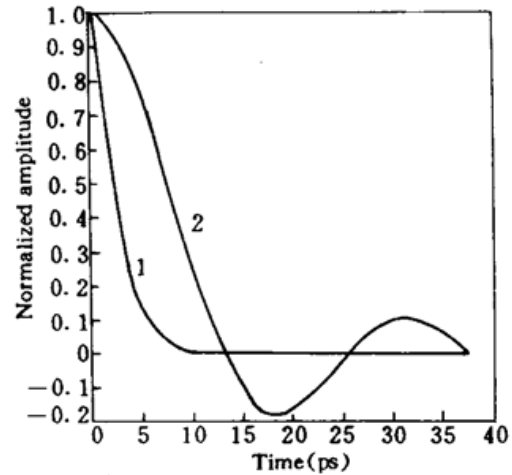


Fig. 3 The steady state electric field pulse profiles at  $1.34 \mu\text{m}$ . Curve 1 is that without GVM, and curve 2 is that with GVM

大,这表明非线性晶体中的群速度色散是限制非线性镜锁模脉宽的主要因素。图 3 和图 4 分别给出两个波长处的强度分布。在图 3 和图 4 中,曲线 1 和曲线 2 也分别对应于考虑群速度色散和不考虑群速度色散两种情况。曲线 2 中,除了主脉冲,还有各级次脉冲,这和等相位差多光束干涉是一致的。有一点我们应该注意,在锁定的各个纵模中,由于增益曲线的原因,各个模的强度是不一样的,因此这和我们在光学中常见的多光束干涉结果有一定的差异,而这也必然使二者的脉宽有一定的差异,因此,我们认为增益线型对脉冲宽度有影响。曲线 1 相当于无穷多束光进行等相位差多光束干涉的结果。

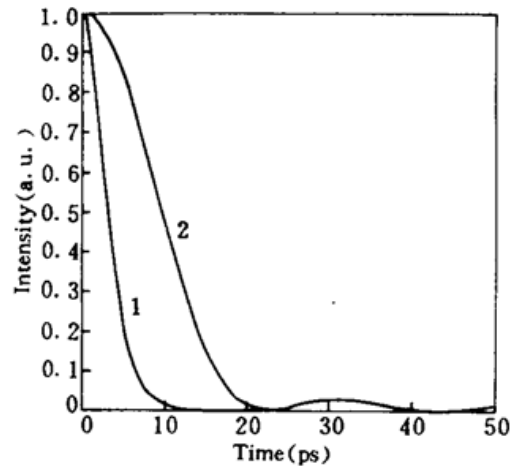


Fig. 4 The intensity profiles of the pulse profiles at  $1.34 \mu\text{m}$ . Curve 1 is that without GVM, and curve 2 is that with GVM

如果我们所用的非线性晶体的群速度色散可以忽略,稳态脉冲解就变成了文献[7]中的双曲正割函数。从这个结果,我们可以看到,对于稳态脉冲解存在所谓的锁模条件,即式(20)。锁模条件是关于增益介质增益系数  $g$ , 双色镜的基波反射率  $R_0$  和倍频晶体的倍频效率  $\eta_0$  三者之间的关系式。对于给定的增益和倍频效率,我们可以选择最确当的  $R_0$ , 以利于获得稳定的输出。

由式(26),脉宽取决于 $R_s$ ,倍频效率 $\eta_0$ 和增益线宽 $\delta\omega_s$ 。对于固体激光器,选择适当的 $R_s$ 和 $\eta_0$ ,非线性镜完全有能力将锁模脉冲压缩至增益带宽限,这和文献[1]中指出的非线性镜具有亚皮秒时间响应是相符合的。

为了获得足够短的锁模激光脉冲,我们应当选择倍频效率足够大的非线性晶体。另外在腔内附加一个望远镜缩束系统,也可以增加射入非线性晶体的基波功率密度,进而提高倍频效率。

### 参 考 文 献

- 1 K. A. Stankov. A mirror with an intensity-dependent reflection coefficient. *Appl. Phys.*, 1988, B45 : 191
- 2 K. A. Stankov, J. Jethwa. A new mode-locking technique using a nonlinear mirror. *Opt. Commun.*, 1988, 66 : 41
- 3 K. A. Stankov. Mode-locking by a frequency-doubling crystal; Generation of transform-limited ultrashort light pulses. *Opt. Lett.*, 1989, 14 : 359
- 4 K. A. Stankov, V. Kubecek, K. Hamal. Mode locking of a Nd : YAlO<sub>3</sub> laser at 1.08 and 1.34  $\mu\text{m}$  wavelengths using a single LiIO<sub>3</sub>. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1991, QE-27(9) : 2135
- 5 K. A. Stankov, V. Kubecek, K. Hamal. Mode locking of a Nd : YAlO<sub>3</sub> laser at the 1.34  $\mu\text{m}$  transition by a second-harmonic nonlinear mirror. *Opt. Lett.*, 1991, 16 : 505
- 6 J. R. M. Barr. Modelocking using mirrors with intensity-dependent reflection coefficients. *Opt. Commun.*, 1989, 70 : 229
- 7 Yingxin Bai, Zhuhong Zhang, Dianyuan Fan *et al.*. Theory of mode locking with a nonlinear mirror. *Microwave and Opt. Technol. Lett.*, 1995, 8(1) : 42
- 8 R. C. Miller. Second harmonic generation with a broadband optical maser. *Phys. Lett.*, 1968, 26A(5) : 177
- 9 H. Shen, T. Lian, R. Zheng *et al.*. Measurements of the stimulated emission cross-section for the  $^4F_{3/2}$ - $^4I_{13/2}$  transition of Nd<sup>3+</sup> in YAlO<sub>3</sub> crystal. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1989, QE-25 : 144

## Effects of Group-velocity Dispersion on the Evolution of Optical Pulses in a Mode-locked Laser Using a Single SHG Crystal

Xue Shaolin Lou Qihong

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

**Abstract** The effects of group-velocity dispersion in SHG crystal on the evolution of optical pulses in a mode-locked laser by a nonlinear mirror were analyzed. According to theoretic results, we have simulated the experiment in Ref. [5], the theoretic results were correspondent with the experimental results.

**Key words** nonlinear mirror, mode-locking, group velocity dispersion