

有限长非线性光波导的研究

王又发 王奇 鲍家善

(上海大学物理系, 上海 201800)

提要 给出了一种描述有限长非线性光波导的方法, 分析了该类波导的透射特性, 结果表明在这类波导中具有多稳态效应, 并将该方法与非线性 F-P 腔理论进行了比较, 表明该方法比非线性 F-P 腔理论更为精确。

关键词 非线性光波导, 多稳态

1 引言

近年来, 光学孤生子^[1]和光学双稳态^[2,3]等非线性现象的研究引起了广泛的兴趣。在以往的研究中, 光波导一直被当作无限长传输线进行处理。这里, 我们视波导为有限长, 有限长非线性波导实质上也可看作一个非线性 F-P 腔, 因而也有用非线性 F-P 腔理论描述有限长非线性波导的报道^[3]。本文中, 我们还将所给方法与非线性 F-P 腔理论进行了比较。

2 理论分析

在非线性光波导中, 电场满足如下非线性波动方程^[1]

$$\nabla^2 E + K_0^2(n^2 + n_2|E|^2)E = 0 \quad (1)$$

式中, n 为波导折射率分布, 它是 x, y 的函数, n_2 为非线性系数, K_0 为自由空间中的传播常数。

在有限长度的波导中, 满足波动方程(1)的电场可描述为^[4]

$$E = E_0 F(x, y) A(z) e^{i\phi(z)} \quad (2)$$

其中, E_0 为振幅因子, $A(z)$ 为归一化振幅, $\phi(z)$ 为相位因子, $F(x, y)$ 为波导中电场的横向分布。

假设波导无损耗, 根据光波导理论可知 $\phi(z)$ 为实数, E_0 为纯虚数或实数, 将方程(2)代入方程(1), 根据实部和虚部分别相等的原则, 可得到如下方程

$$A^2(z) \frac{d\phi(z)}{dz} = q \quad (3)$$

$$A \nabla^2 F + F \left[\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - A \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right] + K_0^2(n^2 + n_2|E_0 A F|^2) A F = 0 \quad (4)$$

假设波导为弱非线性波导, 即 $n_2|E|^2 \ll \Delta n$, Δn 为波导芯层与包层折射率之差, 则我们可以认为

非线性效应不影响波导中场的横向分布,考虑到在有限长和无限长的线性波导中,场的横向分布一致,因而在有限长度的弱非线性的波导中有如下方程

$$\nabla_{\perp}^2 F + (K_0^2 n^2 - \beta^2) F = 0 \quad (5)$$

式中, β 为传播常数。

由方程(4)和(5)可得

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} F + A \beta^2 F - A F \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + K_0^2 n_2 |E_0 A F|^2 A F = 0 \quad (6)$$

方程(6)表明,波导中场的横向分布只影响 $A(z)$ 的振幅而不影响其分布。由方程(6)可得到有限长非线性波导中电场归一化振幅 $A(z)$ 所满足的非线性方程

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - A \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + A \beta^2 + K_0^2 \gamma |A|^2 A = 0 \quad (7)$$

式中, $\gamma = n_2 |E_0|^2 \zeta$, $\zeta = (\iint |F|^4 ds) / (\iint |F|^2 ds)$, 对弱导单模光纤,有 $\zeta = 1/2$ 。

对非线性波导而言,显然方程(7)是近似成立的,它只适用于弱非线性波导,而对块状非线性介质而言,方程(7)是严格的。方程(7)中的传播常数 β 可由波动方程(5)确定,对弱导波导,有如下近似^[5]

$$\beta^2 = K_0^2 \epsilon_2$$

式中, ϵ_2 为波导芯区介电常数。

将方程(3)代入方程(7)并经过适当变化即可得到关于 $A(z)$ 的非线性方程

$$\left(\frac{dA}{dz} \right)^2 + \frac{q^2}{A^2} + K_0^2 \epsilon_2 A^2 + \frac{1}{2} K_0^2 \gamma A^4 = g \quad (8)$$

其中, g 为积分常数。

为确定波导中任一点 z 处的归一化振幅 $A(z)$, 必须先确定积分常数 g 和 q 。下面我们讨论光波导端面 $z = 0$ 和 $z = d$ 处边界连续问题。

为使问题简化,这里假设入射光束场横向分布与波导中场横向分布一致,同时,由于波导为弱导,可以认为波导中传播的光为线偏振光,场的纵向分量远小于横向量。设在 $z < 0$ 的区域入射场和反射场分别为 $E_i = E_0 F e^{iK_1 z}$, $E_r = R E_0 F e^{-iK_1 z}$, 在 $z > d$ 的区域透射场为 $E_t = T E_0 F e^{iK_3 z}$, 其中, $K_1^2 = K_0^2 \epsilon_1$, $K_3^2 = K_0^2 \epsilon_3$ 。根据 $z = 0$ 和 $z = d$ 处电磁场切向连续条件可得到如下四个方程

$$4K_1^2 = \left[\frac{dA(0)}{dz} \right]^2 + A^2(0) \left[K_1 + \frac{d\phi(0)}{dz} \right]^2 \quad (9)$$

$$|T|^2 = A^2(d) \quad (10)$$

$$\frac{dA(d)}{dz} = 0 \quad (11)$$

$$\frac{d\phi(d)}{dz} = K_3 \quad (12)$$

上述四个方程对光波导而言是近似成立的,它只适用于弱导波导,而对大块介质是严格的。根据方程(8)和(11)可得到

$$q = A^2(d) K_3 \quad (13)$$

由方程(8)和方程(11)经适当变化可得到如下关系式

$$g = A^2(d) K_0^2 (\epsilon_2 + \epsilon_3) + \frac{1}{2} K_0^2 \gamma A^4(d) \quad (14)$$

根据方程(8),式(9)和(14)可得到有限长光波导透射系统的边界条件方程

$$4e_1 = A^2(0) \left[e_1 - e_2 - \frac{1}{2} \gamma A^2(0) \right] + A^2(d) \left[e_2 + e_3 + 2\sqrt{e_1 e_3} + \frac{1}{2} \gamma A^2(d) \right] \quad (15)$$

令 $I(z) = A^2(z)$, 将式(13)和(14)代入方程(8)通过分离变量积分可得

$$I(z) = \begin{cases} I_2 + (I_1 - I_2)cn^2 \left[\sqrt{\frac{\gamma(I_1 + I_3)}{2}} K_0(d-z) \left| \frac{I_1 + I_2}{I_1 + I_3} \right. \right] & (I_1 > I_2) \\ -I_3 + (I_1 + I_3)/dn^2 \left[\sqrt{\frac{\gamma(I_2 + I_3)}{2}} K_0(d-z) \left| \frac{I_2 - I_1}{I_2 + I_3} \right. \right] & (I_2 > I_1) \end{cases} \quad (16)$$

$$I_1 = I(d), \quad I_{2,3} = \frac{1}{2} \left\{ \mp \left[\frac{2e_2}{\gamma} + I(d) \right] + \sqrt{\left[\frac{2e_2}{\gamma} + I(d) \right]^2 + \frac{8I(d)e_3}{\gamma}} \right\}$$

其中, $I(d)$ 为 $z = d$ 处之归一化光强, $cn(u|k)$, $dn(u|k)$ 分别为 Jacobi 椭圆余弦函数和第三阶 Jacobi 椭圆函数。

方程(16)给出了有限长非线性波导中场的归一化振幅沿传播方向的分布, 根据方程(3)和(8)可以得到场的相位 $\phi(z)$ 。这里我们感兴趣的是有限长波导系统的透射特性, 由方程(10)可知, 系统透射系数 $|T|^2$ 就是 $z = d$ 处的归一化光强 $I(d)$ 。由电磁场理论可知, 系统透射率 $t = |T|^2 \sqrt{e_3/e_1}$, 考虑到波导无损耗的情况, 由能量守恒原理可知 $0 \leq I(d) \leq \sqrt{e_1/e_3}$, 故 $I(d)$ 的取值范围为 $[0, \sqrt{e_1/e_3}]$ 。当 $I(d)$ 在 $[0, \sqrt{e_1/e_3}]$ 的区间内扫描式取值时, 由方程(16)可得到对应的 $I(0)$ 值。凡是能使 $I(0)$ 满足边界条件方程(19)的 $I(d)$ 即为我们讨论的有限长光波导透射系统在 $z = d$ 处的归一化光强。根据透射公式 $t = I(d) \sqrt{e_3/e_1}$, 即可确定系统的透射率。

3 数值分析

对波导而言, 用功率的概念来描述其特性比用光强更为直观, 由能流定义可得

$$P = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu_0}} |E|^2 A_{\text{eff}}$$

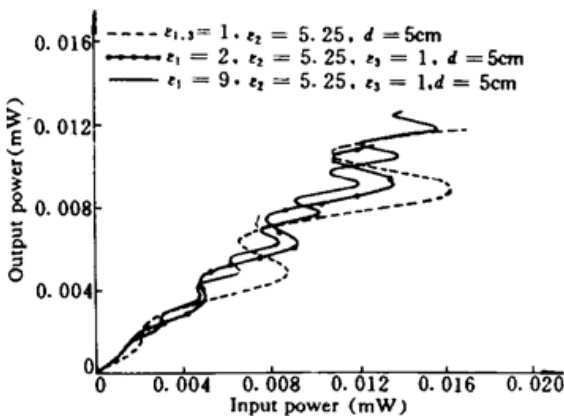


Fig. 1 Output power as a function of input power

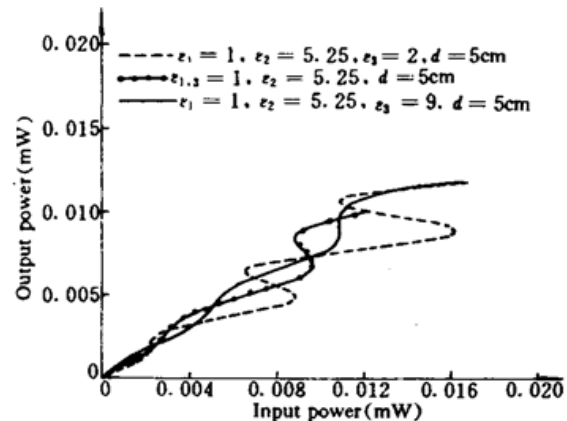


Fig. 2 Variation of output power with input power

其中, A_{eff} 为波导有效面积, 对单模光纤而言, 若 $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$, 光纤芯径为 $8 \mu\text{m}$, 则 $A_{\text{eff}} = 25 \mu\text{m}^2$ 。有限长弱导非线性单模光纤透射特性如图 1~4 所示, 这里我们选取非线性系数 $n_2 = 6.38 \times 10^{-12} (\text{m}^2/\text{V}^2)$, 尽管非线性系数较大, 在数值分析中, 我们始终保持 $n_2 |E_0|^2 < 4 \times 10^{-4}$ 。显然,

波导仍然满足弱非线性条件。

从图 1 可见,波导输入端介质介电常数越小,越不易实现双稳,但双稳动态范围越大,根据反射率定义 $R_A = [(\sqrt{\epsilon_1} - \sqrt{\epsilon_2})/(\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_2})]^2$,由图可见,特征曲线对端面反射率的依赖关系不明显,图中虚线对应的反射率 R_A 最大,实线对应的 R_A 最小。

从图 2 可见,波导输出端介质介电常数越小,越易实现双稳,且双稳输入动态范围越大。由图可见,特征曲线对端面反射率的依赖关系不明显。

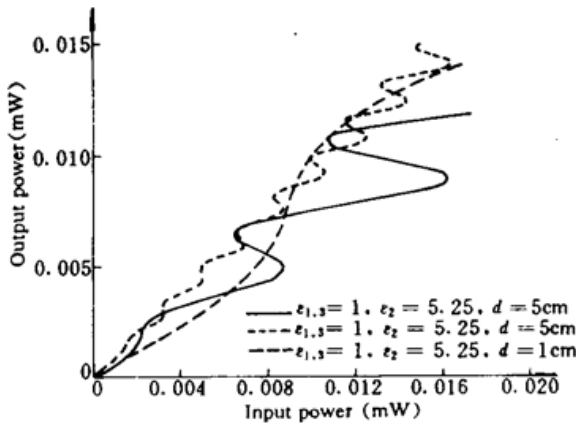


Fig. 3 Output power as a function of input power

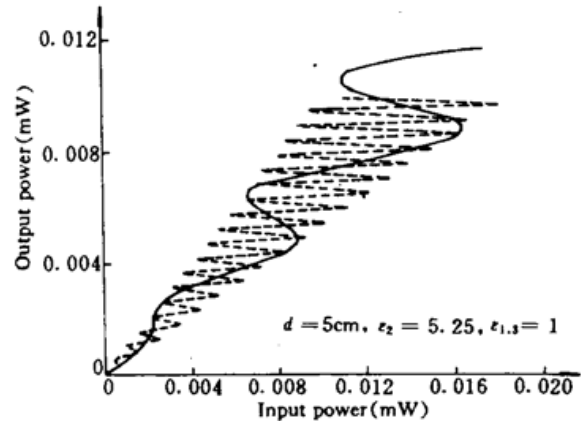


Fig. 4 Output power as a function in input power

从图 3 可见,波导越长,越易实现双稳工作,波导芯层介质介电常数越大,双稳动态范围越大。既然有限长非线性波导也是 F-P 腔。因而也可用非线性 F-P 腔理论分析。为了便于比较我们分别用这两种方法分析了 $\epsilon_1 = \epsilon_3 = 1, \epsilon_2 = 5.25$, 非线性系数 $n_2 = 6.38 \times 10^{-12} (\text{m}^2/\text{V}^2)$ 的 5 cm 长的非线性波导,结果如图 4 所示,图中,虚线为非线性 F-P 腔理论的结果,显然,两种方法结果有较大差异。用这两种方法处理波导时,都采用了近似,为了比较这两种方法的准确性,我们考虑大块介质,如果我们用 $\gamma = n_2 |\epsilon_0|^2$ 代替方程(15)和(16)中的 γ ,从前面分析可知,此时,方程(15)和(16)对大块介质是严格成立的。假设大块介质的非线性系数为 $n_2' = n_2 \zeta / A_{eff}$,则图 4 中实线是大块介质透射系统所满足的严格解的结果。因而我们可以说本文所给方法比 F-P 腔更为准确。

4 结 论

本文给出了有限长非线性弱导光波导所遵守的非线性方程及其严格解。并进行了数值分析,同时将这种方法与非线性 F-P 腔理论进行了比较,表明它比非线性 F-P 腔理论准确,数值分析表明:波导越长,波导输入、输出端介质介电常数越小,则双稳门限越小,这样,双稳工作时,输入动态范围越大,而输出动态范围越小。波导介电常数越大双稳动态范围越大,且实现双稳门限越大。

参 考 文 献

- 1 Agrawal, G. P.. Nonlinear Fiber Optics. New York; Academic Press Inc., 1989. 27
- 2 Stegeman, G. I.. Guided wave approaches to optical bistability. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1982, QE-18: 1610
- 3 Crosignani, B., Daino, B., Porto, P. DI. et al.. Optical mutistability in a fiber-optical passive-loop resonator.

Opt. Commun., 1986, 59 : 309

- 4 Almeida, N. S., Mills, D. L.. Nonlinear infrared response of antiferromagnets. *Phys. Rev. B*, 1987, 36(4) : 2015
- 5 Marcuse, D.. Theory of dielectric optical waveguides, Second Edition. New York, Boston, Academic Press Inc., 1991. 61

Theory of the Nonlinear Waveguide of Limited Length

Wang Youfa Wang Qi Bao Jiashan

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 201800)

Abstract A theory is proposed for the limited length nonlinear weakly-guiding waveguide. An explicit expression is obtained for the field distribution.

Key words nonlinear waveguide, multistability

S₂ 蓝绿激光器寿命的新记录

我们研制的 S₂ 激光器寿命已超过 5 年。5 年前(1990.6)光转换效率为 1.55%、全谱输出能量为 2 mJ 的 S₂ 激光器,现在(1995.12)仍能正常运转。经测试,在相同的泵浦条件下,泵浦能量(波长 308 nm)为 128.57 mJ,腔镜 M₁ 的透过率 T(308 nm)为 73%,反射率 R(波长 413 ~ 489 nm)为 95%;腔镜 M₂ 的透过率 T(430 ~ 530 nm)为 40%,反射率 R(波长 308 nm)为 95%,全谱输出能量仍达 1.13 mJ,光转换效率为 0.88%。

(哈尔滨工业大学光电子技术研究所,哈尔滨 150001,吴恒莱 张中华)