

# 激光大气传输非线性效应数值模拟与分析

江少恩

孙景文

(西南核物理与化学研究所, 成都 610003)

(中国工程物理研究院科技信息中心, 成都 610003)

**提要** 对激光通过大气传输的主要非线性过程进行数值模拟, 列出大气的流体动力学方程组和与大气相互作用的波方程, 推导出受激热瑞利散射引起的小扰动不稳定性的波与大气的耦合方程, 还对湍流作了处理。依据这些理论基础, 编制了一套四维程序, 用来模拟热晕及补偿、小扰动不稳定性、热晕与湍流的互作用过程, 理论结果和实验十分符合。

**关键词** 热晕, 小尺度不稳定性, 湍流

## 1 引言

高能激光大气传输是极其复杂的过程, 尤其非线性过程更是如此, 它包括很多内容, 相对来说, 比较重要的非线性效应而不涉及大气分子内部过程的有热晕<sup>[1~3]</sup>、受激热瑞利散射(STRS)引起的小尺度不稳定性<sup>[4,5]</sup>、大气湍流<sup>[6]</sup>与热晕的相互作用等。本文对此进行了数值模拟研究, 建立了一个四维程序(TURBLM)用来研究所提及的高能激光大气传输的非线性过程。若将线性过程加入而对程序的主结构可不作大的改动, 就能对激光全程大气传输实验进行很好的模拟。

## 2 热晕

高能激光通过大气传输时, 一小部分能量被空气中的分子和气溶胶吸收, 加热空气导致气压上升, 气体以声速膨胀, 压力趋于平衡, 使得密度降低, 造成折射率下降, 形成一个负透镜, 使光束发散。当存在侧向风时, 使下风空气密度降低, 因而下风的折射率减小, 形成特有的弯向上风的弯月形光束分布, 造成光的畸变、弯曲和发散, 影响了光束的质量。这种效应就是热晕。它限制了高能激光穿过大气的最大功率, 是高能激光大气传输所遇到的最严重的问题之一。

研究热晕的基本方程有两个互作用的耦合方程, 即因大气密度变化引起的折射率变化的光波方程和因激光加热引起大气密度变化的流体力学方程。

傍轴波方程为

$$2ik \frac{\partial \psi}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \psi + k^2 \left( \frac{n^2}{n_0^2} - 1 \right) \psi = 0 \quad (1)$$

等压近似下的流体力学方程为

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + V \frac{\partial \rho_1}{\partial x} = - \frac{v-1}{c_s^2} aI \quad (2)$$

大气的折射率与密度的关系为

$$n - 1 = \kappa \rho \quad (3)$$

由(3)式有

$$\delta \varepsilon = \frac{n^2}{n_0^2} - 1 \approx 2(n - n_0)/n_0 \approx 2\kappa \rho_1 \quad (4)$$

式中  $k$  为波数,  $\psi$  为光场的复振幅, 即  $E = 4 \exp[i(kz - \omega t)]$ ,  $I$  为激光光强, 即  $I = (c/4\pi) |\psi|^2$ ,  $\rho_0$  为标准大气密度,  $\rho_1$  为激光引起的扰动密度,  $\rho = \rho_0 + \rho_1$ ,  $\kappa$  为洛仑兹系数,  $v$  为风速,  $c_s$  为声速,  $v = c_s/cv$ 。方程(1)和(2)构成一组激光与大气相互作用的耦合方程, 它们是研究激光大气传输的线性理论和非线性理论的基础。

我们对热晕的模拟是从这组方程出发, 对波方程(1)采用相屏法<sup>[7]</sup>, 并采用快速傅里叶变换(FFT)。

设  $\psi_n$  为  $z = z_n$  处的场, 则  $z_{n+1} = z_n + \Delta z$  处的形式解为

$$\psi_{n+1} = \exp \left\{ \left[ \frac{i}{2k} (\Delta z \nabla_{\perp}^2 + k^2 \int_{z_n}^{z_{n+1}} \delta \varepsilon dz) \right] \cdot \psi_n \right\} \quad (5)$$

在二阶近似下有下式成立

$$\psi_{n+1} = \exp \left[ \left( \frac{i}{4k} \Delta z \nabla_{\perp}^2 \right) \right] \exp \left( \frac{ik}{2} \Delta z \delta \bar{\varepsilon} \right) \exp \left( \frac{i}{4k} \Delta z^2 \nabla_{\perp}^2 \right) \psi_n \quad (6)$$

其中

$$\delta \bar{\varepsilon} = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_n}^{z_{n+1}} \delta \varepsilon dz$$

并令  $\delta \phi_n = (k/2) \Delta z \delta \bar{\varepsilon}$ , 用它表示热晕引起的相位畸变。

从(6)式可以看出, 这样的处理把非线性项简写了, 且有明显的物理意义。从  $z_n \rightarrow z_{n+1}$  的求解, 可分为三步: (1) 光场自由衍射  $\Delta z/2$ ; (2) 计及因大气折射率的变化而引入的非线性相位畸变  $\delta \phi_n$ ; (3) 光场再自由衍射  $\Delta z/2$ 。

对方程(2)采用两种数值计算方法, 第一种是 FFT, 第二种是特征型差分法。

我们就方程(1)和(2), 编制了四维程序(TURBLM), 进行数值模拟。模拟结果与文献中的结果相当一致<sup>[8]</sup>, 并对热晕的补偿也进行了模拟, 补偿后效果很明显, 大大地改善了光束质量<sup>[8]</sup>。

### 3 小尺度不稳定性

小尺度不稳定产生于受激热瑞利散射, 是在没有任何自适应光学部件的大气传输中产生的。受激散射可以由声波所激励, 这种受激散射称为受激热布里渊散射(STBS), 或者可以由较长时间的密度变化所激励, 这种受激散射称为受激热瑞利散射。我们考虑时间较长的 STRS。小尺度不稳定性的存在对于高能激光大气传播具有严重的实际后果。大气湍流和激光噪声是小尺度不稳定性的激发源, 在实际大气中要得到高质量的相干激光应使不稳定性得到抑制或使增长的小扰动仍然是小。

STRS 不稳定性的发展机制是: 有小扰动的激光表现为未扰动的强束和弱束的迭加。强的主激光(泵浦光)和弱的扰动束(散射光)产生干涉, 形成干涉条纹, 干涉条纹调制空气的吸收和加热, 引起折射率的变化, 强光使这些折射率的区域增大, 把能量沿路径进一步传输给弱光, 从而弱光得到增强, 即扰动增长了。

小尺度不稳定性的数值计算可用两种方法, 一是直接利用热晕的程序, 对加有扰动的激光在大气传输的光场与没有加扰动的激光在大气传输的光场相减, 所得结果就是扰动场的时空变化情况, 这种方法较为简单, 但是物理概念不很明确。二是主激光(泵浦光)的热晕不是很强时, 可以假定主激光不受大气的影 响, 仅发生衍射和吸收, 大气折射率的变化主要由主激光与扰动场的干涉而引起的, 扰动场即散射光在大气中变化和增长。

假设有扰动场的总光场为  $\psi = \psi_p + \psi_s$ , 空气密度变化为  $\rho_i = \rho_{p_i} + \rho_{s_i}$ , 这里下标  $p, s$  表示与泵浦和散射相关的量。 $\psi, \rho_i$  分别满足方程(1)和(2), 而  $\psi_p, \rho_{p_i}$  也满足方程(1)和(2)式, 对  $\psi, \rho$  两式分别相减得到

$$2ik \frac{\partial \psi_s}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \psi_s = -2k^2 \kappa (\psi_p \rho_{s_i} + \psi_s \rho_{p_i} + \psi_s \rho_{s_i}) \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho_{s_i}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{s_i}}{\partial x} = -\frac{v-1}{c_s^2} \alpha (\psi_p \psi_s^* + \psi_s^* \psi_p + \psi_s \psi_s^*) \quad (8)$$

由前面假定,  $\rho_{s_i} \approx 0$ ,  $|\psi_s|^2 \ll |\psi_p \psi_s^*|$ , 于是得到小尺度扰动不稳定性的模拟方程组为

$$2ik \frac{\partial \psi_p}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \psi_p = 0 \quad (9)$$

$$2ik \frac{\partial \psi_s}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 \psi_s = 2k^2 \kappa \psi_p \rho_{s_i} \quad (10)$$

$$\frac{\partial \rho_{s_i}}{\partial t} + v \frac{\partial \rho_{s_i}}{\partial x} = -\frac{v-1}{c_s^2} \alpha (\psi_p \psi_s^* + \psi_s^* \psi_p) \quad (11)$$

式(9)表示泵浦光在大气中自由衍射, 仅考虑大气的吸收, 式(10)表示扰动光场在泵浦光与密度调制下引起的增长波方程, 式(11)表示泵浦光与扰动场的干涉引起密度变化的流体力学方程。式(9)~(11)构成研究 STRS 引起的小尺度扰动不稳定性的一组完整的方程组。

我们所采用的模拟参数为, 初始泵浦场的光强为平台分布, 即  $I_p = 400 \text{ W/cm}^2$ ; 激光波长为  $10.6 \mu\text{m}$ , 光束直径  $D = 50 \text{ cm}$ , 泵浦场的总功率为  $780 \text{ kW}$ , 初始扰动光强  $I_s = 0.04 \text{ W/cm}^2$ , 扰动场的周期为  $10 \text{ cm}$ , 吸收系数  $\alpha = 0.2 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ , 横向风速 ( $x$  方向)  $v = 10 \text{ m/s}$ 。

计算的扰动光强见图 1, 图中曲线为光强等高线。给定的初始扰动光强分布条纹与风向 ( $x$  轴向) 成  $45^\circ$  角。可以看到, 小扰动条纹增长方向(即等高线峰脊方向) 逐渐趋于风向, 最后与风向平行。扰动场先是破碎, 并逐渐转向风向, 然后又在风向上连成条纹, 结果使得扰动场的条纹增长方向平行于风向。这种现象可以这样来解释, 考虑扰动条纹的一小段由于风吹的作用, 使得下风的空气密度降低, 而光是由光疏媒质朝光密媒质方向折射, 因而该小段条纹趋于风向, 当传播距离和时间足够长时, 扰动条纹与风向平行。另外, 扰动在空间的生长变化时, 其扰动周期大致不发生变化, 图 1 中条纹个数大约保持 5 个不变。在发射孔径处, 看起来有 10 个条纹, 这是因为正弦分布有正和负, 实际上只有 5 个条纹。上述两点与文献[9]上的 SABLE 实验(Scaled Atmospheric Blooming Experiment) 结果是一致的, 他们的计算结果见图 2, 模拟参数为: 热晕畸变数  $N_b = 220$ , 风起伏  $\sigma = \sigma_r/v = 0.45$  ( $\sigma$  为方差), 扰动调制数为 5, 发射孔径为  $35 \text{ cm}$ , 波长为  $2.9 \mu\text{m}$ , 功率为  $10 \text{ kW}$ , 传播距离  $z = 400 \text{ m}$ 。

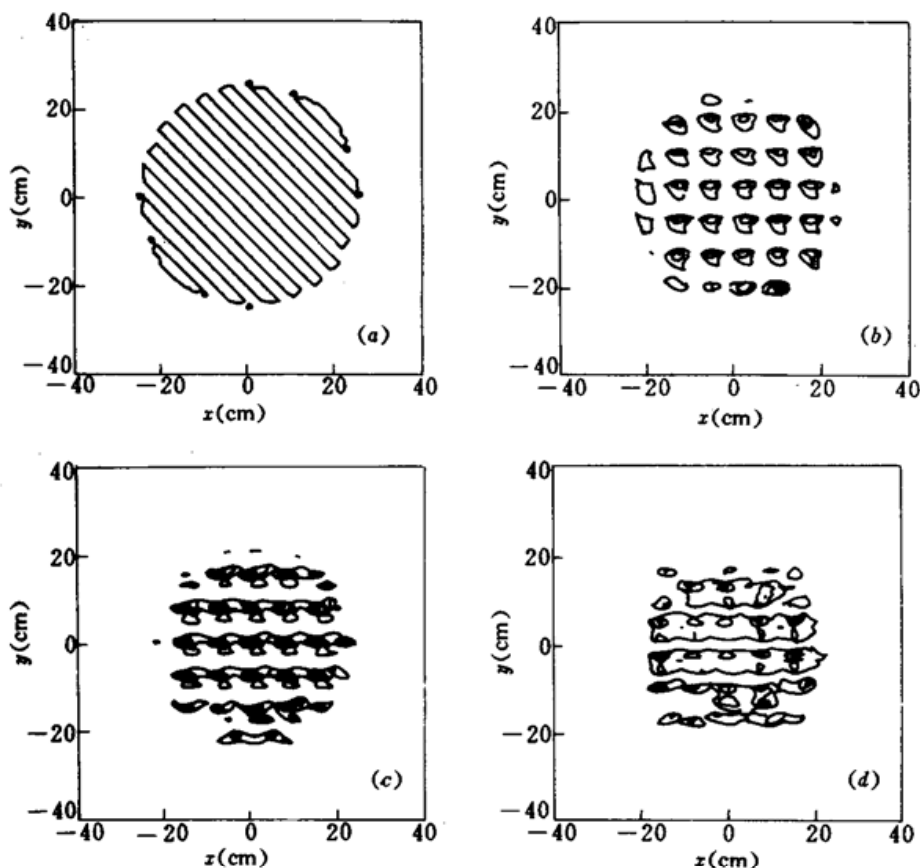


Fig. 1 Perturbative intensity contour along  $z$  direction at  $t = 0.005$  s

(a)  $z = 0$ ; (b)  $z = 1$  km; (c)  $z = 2$  km; (d)  $z = 3$  km

图 3 为横向空间上两点 ( $a: x = y = 0, b: x = 20$  cm,  $y = 0$ ) 的扰动光强随传播距离  $z$  的发展情况, 从图中可以看到小尺度扰动增长和变化, 扰动在  $t = 0.005$  s, 在空间总是趋于增长的。扰动增长是很快的, 这是因为没有考虑阻尼, 如未考虑折射率的扩散项和随机风等来抑制小扰动的增长。

我们对图 3 作些简要分析。根据 Karr 对热晕的线性分析<sup>[5]</sup>, 扰动场光强幅值随时间、空间变化形式为

$$I_p(z, t) \propto \exp\left[3\pi\left(\frac{N_A}{4N_p}\right)^{1/3}\right] \quad (12)$$

其中,  $N_A = \Gamma k z t / 2\pi$  为热晕波数,  $\Gamma = (8.25 \times 10^{-3} \text{ cm}^3/\text{J}) \alpha I_p$ ;  $N_p = \pi^2 k^2 / 2k_z^2 z$  为扰动 Fresnel 数,  $k_z$  为扰动波数。在  $t = 0.005$  s 时, 将模拟参数代入 (12) 式得

$$I_p(z, t) \propto \exp[3.3z^{2/3}] \quad (13)$$

式中  $z$  以 km 为单位。从图 3 中虚线 (即扰动幅值) 可以算出, (a)  $I_p \propto \exp[4.1z^{2/3}]$ , (b)  $I_p \propto \exp[2.8z^{2/3}]$ 。由此可知, 计算结果与解析结果 (13) 式不完全一致, 这是因为 Karr 的分析没考虑横向的影响, 考虑的是横向无限大的平面波, 而我们还考虑横向的影响, 因此横向扰动光强增长不会都一样, 但所得结果与线性公式 (13) 大致还是符合的。另外, 扰动场在增长到一定的大小后, 增长率减慢, 见图 3 (a)。



Fig. 2 Intensity contour on the beacon

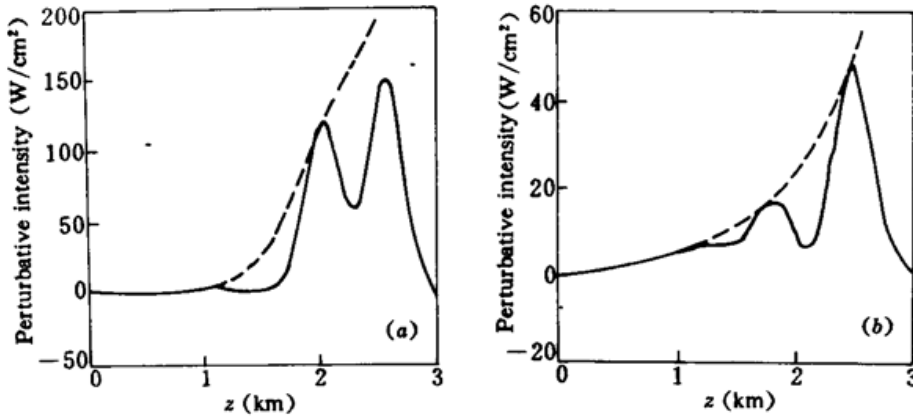


Fig. 3 Perturbative intensity with propagation distance  $z$

(a)  $x = y = 0$ ; (b)  $x = 20 \text{ cm}$ ,  $y = 0$

#### 4 大气湍流对热晕的影响

大气湍流变化过程属随机过程,用统计规律来描述,我们用 Von Karman 谱来表示它的统计规律。大气湍流对热晕有两种影响,湍流扩束引起光强分布的变化而直接影响热晕,湍流的扰动可以影响温度梯度使热晕变化。计算湍流与热晕的联合作用时,与没有湍流的计算方法类似,不同的是需要把湍流引入的相移  $\delta\phi_t$  与热晕造成的相移  $\delta\phi_h$  相加,形成热晕和湍流互作用的相移  $\delta\phi = \delta\phi_h + \delta\phi_t$ 。由湍流造成的那部分相位畸变为

$$\delta\phi_t = \frac{k}{2} \Delta z \bar{\epsilon}_t, \quad \bar{\epsilon}_t = \frac{1}{\Delta z} \int_{z_1}^{z_2} \delta\epsilon_t(x, t, z) dz$$

其中下标  $t$  表示因湍流引起的。可以得到下列公式来计算  $\bar{\epsilon}_t(x, y)$

$$\bar{\epsilon}_t(x, y) = \left(\frac{2\pi}{\Delta z}\right)^{1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_x dk_y \exp[i(k_x x + k_y y)] a(k_x, k_y) \Phi_s^{1/2}(k_x, k_y, 0) \quad (14)$$

其中  $\Phi_s$  为 Von Karman 谱

$$\Phi_s(k) = 0.033 C_n^2 (k_0^2 + k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{-11/6} \quad (15)$$

$C_n^2$  是折射率结构常数,  $k_0 = 2\pi/L_0$ ,  $L_0$  为湍流的外尺度,本文中取  $L_0 = 10 \text{ m}$ ,  $k_x, k_y, k_z$  是波矢的分量。且  $a(k_x, k_y)$  是二维复高斯随机函数。

对(14)式的积分式离散化,得

$$\delta\phi_t(k\Delta x, l\Delta y, z) = \frac{2k(\pi\Delta z)^{1/2}\pi^2}{N^2\Delta x\Delta y} (0.033C_n^2)^{1/2} \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \frac{\exp\left[i\left(\frac{2\pi m}{N}k + \frac{2\pi n}{N}l\right)\right]}{\left[\left(\frac{2\pi}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{2\pi m}{N\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{2\pi n}{N\Delta y}\right)^2\right]^{11/12}} \cdot [a'(m, n) + ia''(m, n)] \quad (16)$$

其中  $a'(m, n), a''(m, n)$  为方差是 1 的高斯分布函数,  $N$  为取样点的个数,  $\Delta x, \Delta y$  为取样点间距,  $k\Delta x, l\Delta y$  为空间位置坐标。(16) 式就是大气湍流引起的相位畸变的计算公式。

我们利用(16)式对湍流与热晕的互作用进行了计算,模拟参数为:入射光束为高斯光束,激光波长  $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$ , 功率  $P = 80 \text{ kW}$ , 焦距  $f = 6 \text{ km}$ , 光束直径  $D = 50 \text{ cm}$ , 吸收系数  $\alpha = 0.2 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$ , 横向风速  $v = 10 \text{ m/s}$ 。

图 4 (a), (b), (c), (d) 分别是  $C_n^2 = 0, 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}, 5 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}, 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$  时在焦面上

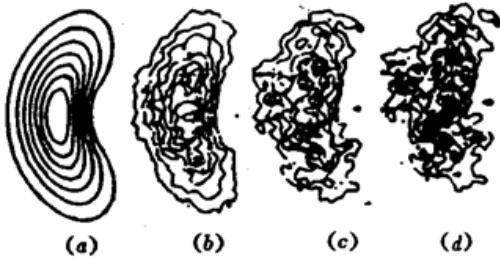


Fig. 4 Intensity contour on focal plane with thermal blooming and turbulence

(a)  $C_f^2 = 0$ ; (b)  $C_f^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ ;  
(c)  $C_f^2 = 5 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$ ; (d)  $C_f^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$

的光强等高线图,其中  $C_f^2 = 0$  为无湍流下的纯热晕图像。可以看出,湍流对热晕有较大的影响,湍流越强( $C_f^2$  越大),激光束扩展和抖动得越厉害,甚至引起光束的扩展,使得光束质量进一步下降。

在无湍流情况下,热晕畸变数为

$$N_e = \frac{I_0 a z^2 \frac{dn}{dT}}{n_0 \rho_0 c_p \nu a} \quad (17)$$

Gebhardt 根据数值模拟和实验得到公式

$$I_{rel} = \frac{1}{1 + 0.0625 N_e^2} \quad (18)$$

其中,  $I_{rel}$  为存在热晕的光强与线性吸收下的光强之比,它是表征光束质量的参量,当  $N_e = 0$  时,  $I_{rel} = 1$ ,即光束无畸变。将模拟参数代入(17)式得,  $N_e = 23$ ,  $I_{rel} = 0.03$ 。根据图 4(a),可以算出  $I_{rel} = 0.035$ ,与(18)式的结果相近。对于有湍流的情况下的图像,根据图 4(b), (c), (d) 可以分别得到  $I_{rel}$  为 0.028, 0.015 和 0.012。由此可知,  $C_f^2 = 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$  时湍流对热晕影响不大,当  $C_f^2 \geq 5 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$  之后,湍流对热晕的影响比较严重。

## 5 结论和讨论

本文从上述的分析和计算结果得到如下结论:

- (1) 在激光大气传输中存在小尺度不稳定性,并对主激光有很不利的影响;
- (2) 小尺度增长条纹趋于风向,且扰动周期基本保持不变;
- (3) 大气湍流的强弱对激光大气传输有着不同的影响。

本文主要讨论了热晕、STRS 导致的不稳定性以及热晕与湍流的互作用。需要指出的是,在强激光大气传输中还存在受激热布里渊散射(STBS)引起的小尺度不稳定性。STBS 和 STRS 的主要区别在于,STBS 散射光与入射光之间存在频移 ( $k \neq 0$ ,  $\omega \neq 0$ )。由于 STBS 发生在热晕的瞬态过程,而瞬态过程只有 3~5 倍的流体力学时间  $t_H$  ( $t_H \approx D/C_s$ ,  $D$  为光束直径,  $C_s$  为声速),因此 STRS 对连续激光的影响较小,而对脉冲激光传输的影响则不容忽视。

## 参 考 文 献

- 1 D. C. Smith. High-power laser propagation; thermal blooming. *Proc. IEEE*, 1977, 65: 1679~1714
- 2 J. L. Walsh, P. B. Ulrich. Thermal blooming in the atmosphere, in *(Laser Beam Propagation in the Atmosphere)*. J. W. Strobehn ed., New York; Springer-Verlag, 1978
- 3 F. G. Gebhardt. Twenty-five years of thermal blooming; an overview. *Proc. SPIE*, 1990, 1221: 2~25
- 4 T. J. Karr. Perturbation growth by thermal blooming in turbulence. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1990, 7: 1103~1124
- 5 T. J. Karr. Instabilities of atmospheric laser propagation. *Proc. SPIE*, 1990, 1221: 26~57
- 6 F. G. Gebhardt, D. C. Smith, R. G. Buser et al.. Turbulence effects on thermal blooming. *Appl. Opt.*, 1973, 12: 1794~1805
- 7 J. A. Fleck, J. R. Morris, M. J. Feit. Time dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere. *Appl. Phys. Lett.*, 1976, 10: 129~160
- 8 J. Wallace, J. Q. Lilly. Thermal blooming of repetitively pulsed laser beams. *J. Opt. Soc. Am.*, 1974, 64: 1651~1655

- 9 C. Higgs, D. C. Fouch, C. P. Pearson. Scaled atmospheric blooming experiment (SABLE). *Proc. SPIE*, 1992, 1628 : 210~222

## Simulation and Analysis of Nonlinear Effect of Laser Atmospheric Propagation

Jiang Shaoen Sun Jingwen\*

(*Southwest Institute of Nuclear Physics and Chemistry Science, Chengdu 610003;*

\* *Technology Information Centre, China Academy of Engineering Physics, Chengdu 610003*)

**Abstract** The simulation of the nonlinear effects of laser atmospheric propagation is reported in this paper. A set of atmospheric hydrodynamics equations and nonlinear electromagnetic wave equation which interacts the atmosphere are given. The wave equation describing the stimulated thermal Rayleigh Scattering (STRS) induced small perturbation instability is derived. And turbulence is theoretically treated. Basing on these equations, we performed a set of 4D programs (TURBLM) to simulate thermal blooming and phase compensation for it, small perturbation instability, and the interation of turbulence with thermal blooming. The simulated results accord with theories and experiments.

**Key words** thermal blooming, small perturbation instability, turbulence