

一种复合型图像加减滤波器

纪宪明* 高文琦

(南京大学物理系, 南京 210093)

提要 介绍了一种复合型图像加减滤波器,该元件是由 Ronchi 光栅和离轴 Fresnel 波带板复合而成,它的透射率函数是 Ronchi 光栅和 Fresnel 波带板两透射率函数的逻辑异或。用作图像加减时具有光路简单、调节方便、处理的面积大等优点。讨论了用这种滤波器作图像加减的原理,介绍了元件的制作方法,并给出了实验结果。

关键词 Ronchi 光栅, Fresnel 波带板, 滤波器, 二元光学元件

光学图像加减是一种基本的光学—数学运算。在光学图像处理中,图像相减可以提取两幅图像相异信息。因此图像相减在医学、地球资源探测、军事等领域中都具有很重要的应用。文献[1~3]报道了在相干光处理系统中用光栅作图像加减的滤波器,其制作方法简单,但光路较复杂,调节不够方便,处理的图像面积较小。本文介绍的二元复合型加减滤波器是由 Ronchi 光栅和离轴 Fresnel 波带板复合而构成的一种轻型光学元件,它的透射率函数是 Ronchi 光栅和波带板两透射率函数的逻辑异或。这种复合元件同时具有滤波和聚焦的功能,用作图像加减时,不仅光路简单、调节方便,而且处理的图像面积也比较大。

1 原理

本文介绍的图像加减滤波器如图 1 所示。下面我们用 Fresnel 衍射理论讨论其加减的原理。

把欲进行加减的两个物 A, B 置于输入平面 P_1 上,两物的中心坐标分别为 $(-b, 0), (b, 0)$, 则 P_1 上的物函数 $f(x_0, y_0)$ 为:

$$f(x_0, y_0) = f_A(x_0 - b, y_0) + f_B(x_0 + b, y_0) \quad (1)$$

用会聚于滤波器的球面波照明物,根据 Fresnel 衍射理论,滤波器前表面上的光场 $U_0(x, y)$ 为^[4]:

$$U_0(x, y) = \frac{1}{j\lambda d_1} \exp\left\{\frac{jk}{2d_1}(x^2 + y^2)\right\} F(u, v) \quad (2)$$

式中 $F(u, v)$ 是物函数 $f(x_0, y_0)$ 的 Fourier 变换, $u = \frac{x}{\lambda d_1}, v = \frac{y}{\lambda d_1}, d_1$ 是平面 P_1 到 P_2 的距离。设滤波器的透射率函数为 $t(x, y), P_3$ 平面上的光场 $U(x_1, y_1)$ 为:

* 南通师范专科学校物理系访问学者。

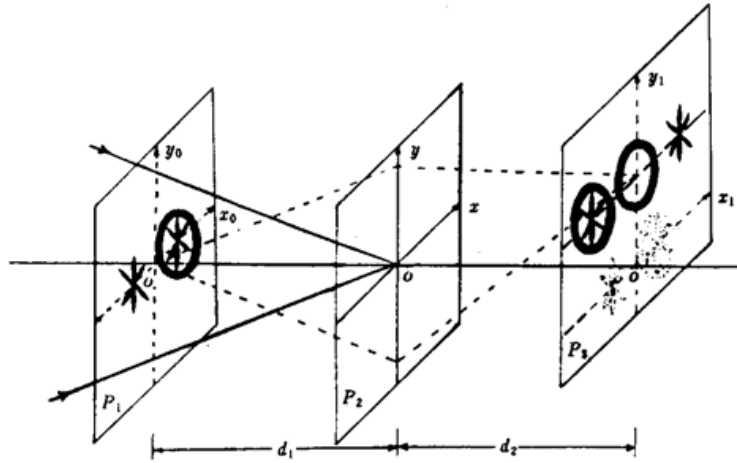


Fig. 1 Optical setup

P_1 : input plane; P_2 : filter; P_3 : out plane

$$U(x_1, y_1) = \frac{1}{j\lambda d_2} \exp\left[\frac{jk}{2d_2}(x_1^2 + y_1^2)\right] \iint_{-\infty}^{+\infty} U_0(x, y) t(x, y) \cdot \exp\left[\frac{jk}{2d_2}(x^2 + y^2)\right] \exp\left[\frac{-jk}{d_2}(xx_1 + yy_1)\right] dx dy \quad (3)$$

d_2 是平面 P_2 到 P_3 的距离, $t(x, y)$ 是光栅和波带板两透射率函数 $t_1(x, y)$, $t_2(x, y)$ 的逻辑异或。即

$$t(x, y) = t_1(x, y) \cdot \text{XOR} \cdot t_2(x, y) \quad (4)$$

XOR 表示异或运算, 由于元件的宽度远大于光栅的周期, 可忽略元件边框的衍射, $t_1(x, y)$, $t_2(x, y)$ 分别为:

$$t_1(x, y) = \frac{1}{2a} \left[\text{rect}\left(\frac{2x-a}{2a}\right) \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{2a}\right) \right]$$

$$t_2(x, y) = \frac{1}{2} \{ 1 + \text{sgn}[\sin(a\pi r^2)] \}$$

\otimes 为卷积符号, $2a$ 为光栅周期, $\text{sgn}(x)$ 为符号函数^[2], $a = 1/f\lambda$, λ 为照明光的波长, f 为波带板的主焦距, $r^2 = (x-p)^2 + (y-q)^2$, (p, q) 为波带板的圆心坐标。式(4)可简化为:

$$t(x, y) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4a} \left\{ \left[\text{rect}\left(\frac{2x-a}{2a}\right) - \text{rect}\left(\frac{2x+a}{2a}\right) \right] \otimes \text{comb}\left(\frac{x}{2a}\right) \right\} \text{sgn}[\sin(a\pi r^2)] \quad (5)$$

$\text{sgn}(x)$ 可展开为 Fourier 级数^[3]:

$$\text{sgn}[\sin(a\pi r^2)] = \sum \exp\left(\frac{jm\pi}{2}\right) \text{sinc}\left(\frac{m\pi}{2}\right) \exp(-jma\pi r^2) \quad (6)$$

式中 $m = 0, \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$, $\exp(-jma\pi r^2)$ 同透镜的位相变换因子类似, 与 m 对应的焦距 $f_m = f/m$, $m = 0$, f_0 为无穷大, 光直接通过, $m = 1$ 时, $f_1 = f$ 就是通常所说的波带板主焦距。把式(2), (5), (6)代入式(3)后, 仅讨论与波带板主焦距 ($m = 1$) 对应的那一项积分。当 d_2 满足透镜定律 $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ 时, 这一项的积分 $U_1(x_1, y_1)$ 为:

$$U_1(x_1, y_1) = C_1 f \left(\frac{x_1}{M_1}, \frac{y_1}{M_1} \right) \otimes \sum \frac{1}{n} \delta(x_1 - nL + p_0, y_1 + q_0) \quad (7)$$

式中

$$C_1 = \frac{2}{\pi^2 M_1} \exp\left[\frac{jk}{2d_2}(x_1^2 + y_1^2) + \frac{jk}{2f}(p^2 + q^2)\right], M_1 = \frac{-d_2}{d_1}, L = \frac{\lambda d_2}{2a}, p_0 = \frac{pd_2}{f}, q_0 = \frac{qd_2}{f}$$

n 为奇数, 当 $L = b$ 时, 将 $U_1(x_1, y_1)$ 展开

$$U_1(x_1, y_1) = C_1 \left[f_B\left(\frac{x_1 + p_0}{M_1}, \frac{y_1 + q_0}{M_1}\right) - f_A\left(\frac{x_1 + p_0}{M_1}, \frac{y_1 + q_0}{M_1}\right) \right. \\ \left. + f_A\left(\frac{x_1 - 2b + p_0}{M_1}, \frac{y_1 + q_0}{M_1}\right) - f_B\left(\frac{x_1 + 2b + p_0}{M_1}, \frac{y_1 + q_0}{M_1}\right) + \dots \right] \quad (8)$$

容易看出式(8)右边一、二两项是 A 与 B 相减的像, 第三项、第四项是 A, B 的像, M_1 是像的放大率。其余各项的强度比这几项小得多, 可忽略不计。因此在输出平面 P_3 上 $U_1(x_1, y_1)$ 有三个图像, 中间是物 A, B 相减的像, 两边分别是物 A, B 的像。如果滤波器在 P_2 平面上沿 x 方向平移 Δx , 式(7)中各 δ 函数项应乘上一个位相因子 $\exp\left(\frac{jn\pi\Delta x}{a}\right)$, 当 $\Delta x = (2k + 1)\frac{a}{2}$ (k 为整数) 时, 式(8)右边一、二两项变为相加。可得到 A 与 B 的相加像。

2 元件制作与实验结果

我们设计的图像加减滤波器的数据如下: 光栅周期 $2a = 0.1 \text{ mm}$, 波带板的焦距 $f = 400 \text{ mm}$, 照明光的波长 $\lambda = 633 \text{ nm}$, 波带板的圆弧半径 $R_k = 0.503\sqrt{k} \text{ mm}$, 其中 $225 \leq k \leq 625$, 圆心坐标为 $(10 \text{ mm}, 0)$, 整个元件的面积为 $5 \times 5 \text{ mm}^2$ 。

整个制作过程如下: 首先, 编写程序用计算机控制绘图仪作图。按设计尺寸的 120 倍在绘图纸上依次画出光栅的直线和波带板的圆弧线; 再根据式(4)确定的透射率函数, 在原图上透射率为 1 的区域涂黑, 得到黑白二元图, 如图 2 所示。然后用高反差的照相底片把此图精缩 120 倍, 即得到所要求的二元振幅型图像加减滤波器。

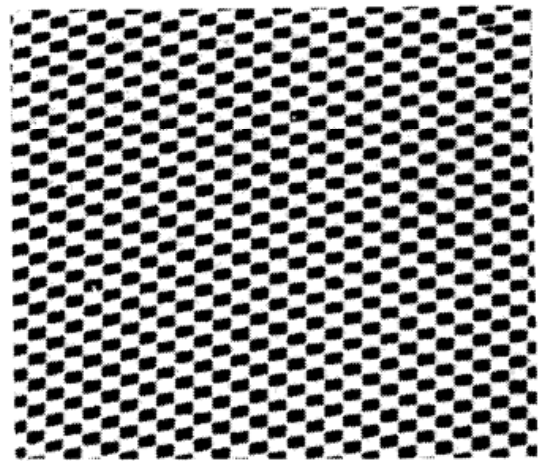


Fig. 2 Composite filter

用平行光垂直照射滤波器, 在波带板的主焦面上直射光的光斑下面有一行亮点, 这就是式(7)右边求和号内的 δ 函数的像〔见图 3(a)〕, 我们把它称为滤波器的主焦距频谱, 正是因为我们采用了离轴方式, 使得直射光的光斑和主焦距频谱互相分开, 在处理图像时, 图像的信噪比可得到提高。实验时必须注意: (1) 照明光束应准确地会聚在滤波器上; (2) 物的照明要均匀, 否则两物中形状相同部分不能减干净。图 3(b)、(c) 分别是图像相减和相加时在输出平面 P_3 上 $m = 1$ 项的像。实验结果同理论分析是一致的。

3 讨 论

与光栅滤波器相比较, 使用二元复合型图像加减滤波器时, 具有以下优点: 首先, 由于波带板具有自聚焦的功能, 光路中可省去一个傅里叶变换透镜, 简化了光路, 调节比较方便; 其次, 用光栅滤波器作图像加减时, 由于光栅的频谱中有零级, 它与物函数的卷积得到两物的零级像, 相减(或相加)像位于两零级像中间, 因此两物必须分离, 留出位置给相减(或相加)像。

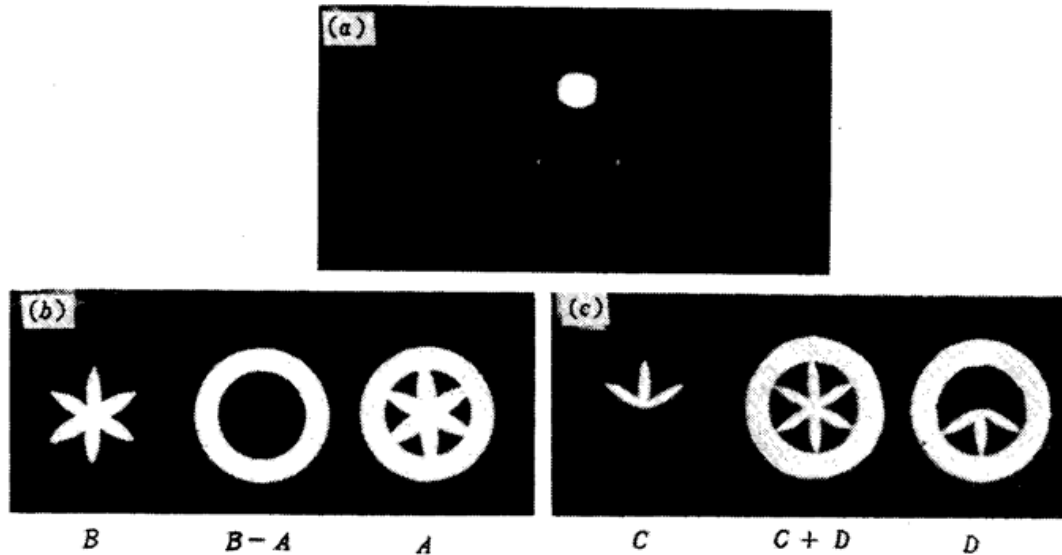


Fig. 3 Experimental results

(a) frequency spectrum; (b) subtraction of images; (c) addition of images

若两物的中心距离为 $2b$, 每个物的半宽度不能大于 $b/2$, 否则输出图像将会重迭。用复合型滤波器作加减时, 由于该滤波器频谱没有零级, 加减处理时也就没有两物的零级像, 两物之间无留空位的问题, 若两物的中心距离同样为 $2b$, 每个物的半宽度可以为 b , 物的宽度可增大一倍; 反之, 若物的半宽度为 $b/2$, 两物中心的距离可减小到 b , 便于解决物照明的均匀问题; 另外, 这种新型滤波器是平面型的, 重量轻, 制作方法也比较简单。如果把这种新型滤波器制成位相型滤波器, 还可以使衍射效率得到提高。

参 考 文 献

- 1 叶蓉华, 何永蓉. 利用光栅对字符进行相加和相减. 激光, 1981, (10): 33~36
- 2 D. P. Jablonowski, S. H. Lee. Restoration of Degraded images by Composite Gratings in a Coherent Optical Processor. *Appl. Opt.*, 1973, 12(7): 1703
- 3 S. H. Lee. Review of Coherent Optical Processing. *Appl. Phys.*, 1976, 10(3): 203
- 4 J. W. 顾德门. 傅里叶光学导论. 北京: 科学出版社, 1979. 88~112
- 5 JACK D. Gaskill. Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics. John Wiley & Sons, Inc. 1978. 179~217
- 6 吕道光, 陈家璧, 毛信强. 傅里叶光学 (基本概念和习题). 北京: 科学出版社, 1985. 138~143

A Composite Filter for Addition and Subtraction of Images

Ji Xianming Gao Wenqi

(Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract In this paper, we introduce a composite filter for addition and subtraction of images. The filter consists of a Ronchi grating and an off-axis Fresnel zone plate. The transmission function is logic XOR operation of the Ronchi grating function and the Fresnel zone plate function. This method for images addition or subtraction has some advantages of simple optical setup, convenient adjusting and capability of processing large images. The principle of images addition and subtraction of using this filter is discussed. The fabricating method and the experimental results are reported.

Key words Ronchi grating, Fresnel zone plate, filter, binary optical element