

# 提高计算全息检测非球面精度的研究\*

戴晓芳 魏耀林 葛宝臻 陈本智 陈兴梧 吴继宗

(天津大学精密仪器系, 天津 300072)

**提要** 简单分析了计算全息位相探测干涉法的原理特点, 为进一步提高精度提出并论述了一种计算全息(CGH)高精度检测非球面的绝对测量方法, 可使其测量精度提高到  $\lambda/50$ 。

**关键词** 计算全息图, 非球面, 绝对测量方法, 位相探测技术

## 1 引言

为了应用 CGH 干涉实现对非球面面形高精度检测, 我们提出并研制成 CGH 位相探测干涉系统, 如图 1 所示。本文主要论述了该系统能实现高精度检测方法的关键要点。首先, 为了减少测量过程的随机误差和提高条纹的位相分辨率, 本系统采用了光电位相探测术, 此外本系统采用了正交多项式拟合波面的分析计算方法消除 CGH 测量过程的调整误差, 这样已可使测量精度提高到小于或等于  $\lambda/20$ 。为了更进一步提高精度, 最后我们提出并论述了消除 CGH 干涉仪系统误差的 CGH 三波前类剪切干涉绝对测量法, 获得被检非球面面形偏差的绝对测量解, 以抛物面反射镜面形测量为例的实验分析表明, 其绝对测量的精度可达到等于或小于  $\lambda/50$ 。

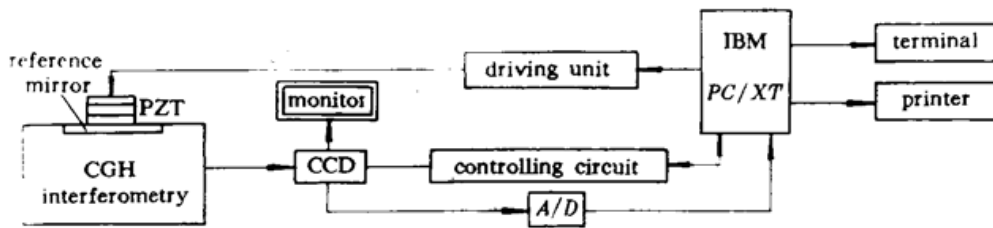


Fig. 1 The schematic diagram of a CGH phase detecting interferometric system

## 2 减少随机误差的方法——光电位相探测技术

本文所讨论的 CGH 干涉原理特点之一是用 CGH 作为全息样板可再现各种标准非球面波面, 与被测非球面波面进行比较干涉获得带有被侧面形偏差信息的干涉图, 对之进行处理即可实现对各种非球面面形偏差  $\Delta W(x, y)$  的高精度 CGH 干涉测量<sup>[1]</sup>。在我们进一步对 CGH 干涉系统进行理论和实验分析之后得出该 CGH 干涉系统的原理特点之二是 CGH 干涉场为

\* 机械工业部技术发展基金资助项目。

收稿日期: 1995年3月9日; 收到修改稿日期: 1995年5月25日

不定域干涉场且对其进行处理可与处理一般干涉场相似<sup>[2]</sup>，因而我们提出可把 CGH 干涉术与采用位相探测技术<sup>[3]</sup>很好地结合起来，实现对非球面自动、实时的高精度测量。正如图 1 所示系统，它主要是通过参考镜、电致伸缩材料 PZT 和驱动电路所组成的条纹扫描驱动系统来实现光电位相自动探测。

对安装在参考镜后面的 PZT 输入步进控制电压，使之有规律地变形以推动参考镜，使参考光程  $l(t)$  被调制为随时间作阶梯式变化形成扫描条纹场。本系统中当参考镜每移动  $\lambda/64$ ，就完成对一幅干涉图采样点的采样，从而在一周期  $\lambda/2$  内可获得  $N(N = 32)$  幅动态干涉图的采样值，完成对它们的光电位相扫描探测，其中任一幅干涉图上，某一点的光强分布  $I(x, y, l_i)$  为

$$I(x, y, l_i) = 2 + 2M \cos[2k\Delta W(x, y) - 2kl_i] + n(l_i) \quad (1)$$

式中  $l_i = (i\lambda/N)$  ( $i = 1, 2, 3, \dots, N$ )； $n(l_i)$  是由振动、气流，光源等随机扰动形成的噪声。

当自动实时采样获得一系列  $I(x, y, l_i)$  后，借助同步检测和相关运算原理可直接求得各采样点处的  $\Delta W(x, y)$ ，若取  $P$  为其条纹扫描周期数 ( $P = 1 \sim 10$ )，则其计算公式为

$$\Delta W(x, y) = \frac{1}{2k} \operatorname{tg}^{-1} \left\{ \left[ \left( \frac{2}{N} \times P \right) \sum_{i=1}^{N \times P} I(x, y, l_i) \sin 2kl_i \right] / \left[ \left( \frac{2}{N} \times P \right) \sum_{i=1}^{N \times P} I(x, y, l_i) \cos 2kl_i \right] \right\} \quad (2)$$

以上公式所体现的条纹位相同步探测技术特点有：(1) 由于每个采样点值是经多台阶多周期取样后采用累加平均的自相关滤波运算得出的，因而可使其随机干扰影响降低到最小，即大大减少了随机误差从而获得高精度测量结果；(2) 灵敏度高具有较高的位相分辨率，当被测面形偏差  $\Delta W_{\max} \leq \lambda$  时，使本系统位相分辨率可达到  $\leq \lambda/1000$ 。

### 3 波面拟合公式和调整误差的消除

上述  $\Delta W(x, y)$  的高精度测量过程中，常须将其拟合为函数形式，鉴于大多数情况下被测光学波面总是趋于光滑和连续的，并考虑到便于数学求解，我们采用正交多项式作为基底函数，以它们的线性组合来拟合波面面形偏差  $\Delta W(x, y)$  被证明是合适的，本文应用了两种拟合公式，它们之间可以很容易地互相转换<sup>[3]</sup>。

(1) 用一般正交多项式作基底函数，则  $\Delta W(x, y)$  可表示为常系数  $B_{ij}$  的  $K$  阶  $N$  项多项式

$$\Delta W(x, y) = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i B_{ij} x^i y^{i-j} \quad (3)$$

(2) 以 Zernike 多项式作基底函数，则  $\Delta W(\rho, \theta)$  可以表示为常系数  $A_{nm}$  的  $K$  阶  $N$  项多项式

$$\Delta W(\rho, \theta) = \sum_{k=0}^k \sum_{m=0}^k A_{km} U_{km} = \sum_{k=0}^k \sum_{m=0}^k A_{km} R_k^{n-2m}(\rho) \Theta_k^{n-2m}(\theta) \quad (4)$$

式中  $n$  为 Zernike 多项式阶数，而  $N = (k+1)(k+2)/2$ 。

常系数  $B_{ij}$  和  $A_{nm}$  的变换关系：由于 Zernike 多项式通过座标变换可以转换为  $x, y$  幂级数的组合形式，于是(4)式中的  $U_{nm}$  可以很容易地改写为

$$U_{nm} = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^i H_{ijnm} x^i y^{i-j} \quad (5)$$

比较(3)~(5)式可得

$$B_{ij} = \sum_{k=0}^k \sum_{m=0}^k H_{ijnm} A_{km}$$

上式以矩阵形式可以表达为

$$B = HA \quad \text{或} \quad A = H^{-1}B \quad (6)$$

式中  $H$  为系数变换矩阵,  $H^{-1}$  为其逆矩阵。利用(6)式可以方便地根据需要进行(3)和(4)式的转换。

为了实现高精度测量,本文采用正交多项式拟合波面的分析计算方法来消除测量过程中现场调整仪器所带来的调整误差。从(2)式所求得各采样点处的  $\Delta W(x_i, y_i)$  出发,应用(3)式通过最小二乘法拟合波面求得  $B_{ij}$ , 然后由(6)式经系数变换求得  $A_{nm}$ , 即可得以 Zernike 多项式展开的波面面形偏差表达式(4)式。此时只要简单地令式中相应平移、倾斜、离焦等项的系数为零即可消除有关的仪器调整误差。至此测量  $\Delta W(x, y)$  的精度已达到  $\lambda/20$ 。

#### 4 CGH 干涉绝对测量方法

为进一步提高精度,我们提出了一种 CGH 干涉绝对测量法以消除包括 CGH 再现误差在内的 CGH 干涉系统的系统误差,获得被检非球面面形偏差的绝对测量值。

首先调整 CGH 干涉系统以特殊方式精确定位被测非球面镜,以上述方法实测得第一位置波面偏差  $\Delta W_1(x, y)$ , 接着使被测非球面依次沿垂直于光轴的两个正交方向  $x$  和  $y$  通过精密驱动机构,分别移动足够小的距离  $\Delta x = s$  或  $\Delta y = t$  并分别实测得相应第二、第三位置的波面偏差值  $\Delta W_2(x, y)$  和  $\Delta W_3(x, y)$ 。设  $\Delta W_s(x, y)$  为 CGH 干涉系统的系统误差,  $\Delta W_0(x, y)$  为被检非球面面形偏差绝对测量值,  $s$  和  $t$  取值足够小时则有

$$\Delta W_1(x, y) = \Delta W_s(x, y) + \Delta W_0(x, y) \quad (7)$$

$$\Delta W_2(x, y) = \Delta W_s(x, y) + \Delta W_0(x + s, y) \quad (8)$$

$$\Delta W_3(x, y) = \Delta W_s(x, y) + \Delta W_0(x, y + t) \quad (9)$$

由式(8), (9)分别减去(7)式得

$$\Delta W_{21}(x, y) = \Delta W_0(x + s, y) - \Delta W_0(x, y) \quad (10)$$

$$\Delta W_{31}(x, y) = \Delta W_0(x, y + t) - \Delta W_0(x, y) \quad (11)$$

显然消去系统误差后的  $\Delta W_{21}(x, y)$  和  $\Delta W_{31}(x, y)$  分别类似于  $x$  方向剪切量为  $s$  和  $y$  方向剪切量为  $t$  的二维横向剪切干涉波面偏差,因此我们可以参照处理二维横向剪切干涉图的方法<sup>[3]</sup>对其进行数据理解得  $\Delta W_0(x, y)$ , 并把此法称之为 CGH 波前类剪切干涉绝对测量法。以下对其计算公式和计算过程进行简单推导和说明。

根据式(3) 可把  $\Delta W_0(x, y)$ ,  $\Delta W_0(x + s, y)$ ,  $\Delta W_0(x, y + t)$  分别表示为

$$\Delta W_0(x, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} x^n y^{n-m} \quad (12)$$

$$\Delta W_0(x + s, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} (x + s)^n y^{n-m} \quad (13)$$

$$\Delta W_0(x, y + t) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} x^n (y + t)^{n-m} \quad (14)$$

用二项式定理展开式(13), (14) 中的  $(x + s)^n$  和  $(y + t)^{n-m}$  可得

$$\Delta W_0(x + s, y) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} \sum_{j=0}^m C_m x^{n-j} y^{n-m-j} s^j \quad (15)$$

$$\Delta W_0(x, y + t) = \sum_{n=0}^k \sum_{m=0}^n B_{nm} \sum_{j=0}^m C_{n-m} x^n y^{n-m-j} t^j \quad (16)$$

式中

$$C_{mj} = \frac{m!}{(m-j)!j!} \quad C_{n-mj} = \frac{(n-m)!}{(n-m-j)!j!} \quad (17)$$

接着,把式(12), (15), (16)代入式(10), (11)经化简,同幂次合并,得

$$\Delta W_{21}(x, y) = \sum_{n=0}^{k-1} \sum_{m=0}^n G_{nm} x^m y^{n-m} \quad (18)$$

$$\Delta W_{31}(x, y) = \sum_{n=0}^{k-1} \sum_{m=0}^n D_{nm} x^m y^{n-m} \quad (19)$$

式中

$$G_{nm} = \sum_{j=1}^{k-n} C_{j+n, j} B_{j+n, j+m} s^j \quad (20)$$

$$D_{nm} = \sum_{j=1}^{k-n} C_{j+n-m, j} B_{j+n, j+m} t^j \quad (21)$$

利用实测三个位置的采样值求得相应各采样点处的  $\Delta W_{21}(x, y)$ ,  $\Delta W_{31}(x, y)$ , 接着应用式(18), (19) 进行最小二乘方波面拟合分别解得  $G_{nm}$  和  $D_{nm}$ 。最后通过(17), (20), (21) 可求解得  $B_{nm}$ , 进而代入式(12) 求得  $\Delta W_0(x, y)$ 。

本文所述全部测量数据处理过程均编成软件,由微机进行。

## 5 绝对测量误差讨论

5.1 直接测量波面的误差对波面绝对值求解的影响。本系统实测  $\Delta W_1, \Delta W_2, \Delta W_3$  值时均采用了光电位相探测术和累加平均的自相关滤波运算,使随机误差减少到最小,从而使测量重复性可达  $\lambda/150$ , 它将直接影响绝对测量结果  $\Delta W_0(x, y)$  的精度。

5.2 波面拟合误差的影响。用  $K$  阶  $N$  项多项式拟合波面中主要引入的误差有拟合多项式的截尾误差,微机进行数值计算的舍入误差。本文讨论的方法采用了 8 阶 45 项多项式拟合波面,在绝大多数情况下对于波差均方根  $RMS$  而言,其拟合精度小于或等于  $\lambda/150$ ; 对波差峰谷值  $PV$  而言则其拟合精度为小于或等于  $\lambda/100$ 。

5.3 类剪切量取值的影响。在用上述方法进行绝对测量中类剪切量  $s$  或  $t$  的选取十分关键。取小了则无法实现此绝对测量法,取大了则会降低其测量精度。以抛物面反射镜作为实例,一般在其口径不大于 150 mm,  $D/f'$  不大于  $1/3$  的常用范围内,拟选取  $s$  或  $t$  值为 0.1 mm 较为合适,此时它所可能带来的误差等于或小于  $1.2\lambda/100$ 。

综上所述可见,本文所介绍的 CGH 干涉绝对测量法完全有希望达到  $\lambda/50$  的精度。

## 6 实验结果

为了验证上述方法,在我校研制完成的 JWG-1 型 CGH 位相探测干涉系统上进行了实际测量试验。首先对通光口径为 120, 相对孔径为  $1/2.5$  的抛物面反射镜 I 进行了相对测量试验,图 2 给出了其干涉图,其测量结果的数值指标值分别为,  $PV = 1.012\lambda$ ,  $PMS = 0.159\lambda$ 。而在美国进口的 Zygo 位相探测干涉系统上的相应测量结果为:  $(PV)_{Zygo} = 0.967\lambda$ ,  $(RMS)_{Zygo} = 0.198\lambda$ 。接着我们对通光口径为 100, 相对孔径为  $1/3$  的抛物面反射镜 I 用 CGH 三波前类剪切干涉绝对测量法进行了绝对测量,图 3 给出了其相对测量干涉图。图 4 的 (a) 和 (b) 分别给出了其相对测量结果  $\Delta W_1(x, y)$  和绝对测量结果  $\Delta W_0(x, y)$  的三维立体图。其绝对测量结果的

数值指标为:  $(PV)_0 = 0.945\lambda$  和  $(RMS)_0 = 0.163\lambda$ , 而其相应地在 Zygo 干涉系统上的测量结果为:  $(PV)_{Zygo} = 0.933\lambda$ ,  $(RMS)_{Zygo} = 0.167\lambda$ .



Fig. 2 Interferogram for paraboloidal mirror I



Fig. 3 Interferogram for paraboloidal mirror II

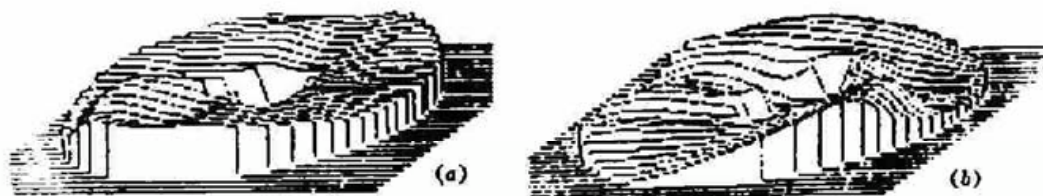


Fig. 4 Contour plots of wave-fronts for paraboloidal mirror I

(a)  $\Delta W_1(x, y)$ ; (b)  $\Delta W_0(x, y)$

比较分析以上实测结果和误差讨论, 不难看出本文所探讨的 CGH 干涉高精度检测非球面的方法可使其面形偏差测量精度达到  $\lambda/20$ , 甚至更进一步可提高到  $\lambda/50$ .

### 参 考 文 献

- 1 Dorband B., Tiziani H. J., Testing aspheric Surfaces with Computer-generated Holograms, Analysis of Adjustment and Shape Errors. *Appl. Opt.*, 1985, (16): 2604~2611
- 2 吴继宗, 戴晓芳, 袁小聪等. 计算全息检测非球面干涉场的理论分析和实验结果. *光学学报*, 1989, 9 (12): 1072~1077
- 3 Malacara D., *Optical Shop Testing*. New York: John Wiley and Sons, 1978. 381~413, 491~505, 117~120

## Study on Improving Precision of Aspheric Surfaces Test by Computer-generated Hologram

Dai Xiaofang Wei Yuelin Ge Baozhen Chen Benzhi Chen Xingwu Wu Jizong

(Department of Precision Instrument Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072)

**Abstract** In this paper, the principle of CGH (computer-generated-hologram) phase detecting interferometry is briefly discussed. A new absolute measuring method with CGH for testing high precision aspheric surfaces is presented. The measuring accuracy can be up to  $\lambda/50$ .

**Key words** CGH (computer-generated-hologram), aspherical surface, absolute measuring method, phase detecting technique