

变反射率镜激光谐振腔输出光束特性分析

陈培锋 丘军林

(华中理工大学激光研究所, 武汉 430074)

摘要 推导了变反射率镜激光谐振腔输出光束的传输特性, 求得了其光斑大小 $W(z)$, 并对结果进行了分析。

关键词 变反射率镜, 光束质量

与均匀反射率镜相比, 变反射率镜激光谐振腔具有许多优点^[1]。近年来随着镀膜技术的改进, 变反射率镜谐振腔技术得以快速发展起来^[2,3]。本文拟对该种谐振腔的输出光束的特性加以分析。

我们知道, 高斯型变反射率镜谐振腔内的本征模是高斯型的。设输出镜的反射率分布为

$$\sqrt{R} = \sqrt{R_0} e^{-r^2/a^2} \quad (1)$$

设腔内入射到输出镜上的高斯光束的 q 参数为 q^- , 且

$$\frac{1}{q^-} = \frac{1}{R^-} - i \frac{\lambda}{\pi(W^-)^2} \quad (2)$$

其中 R^- , W^- 分别是入射到输出镜上的高斯光束的波前曲率半径和光斑半径。

设入射到输出镜上的光波场分布为

$$E_{in} = E_0 \cdot \exp(-ik_0 r^2/2q^-) \quad (3)$$

则透射出的光波场分布为

$$E_{out} = E_{in} \cdot (1 - \sqrt{R}) \quad (4)$$

将(1)式代入(4)式得

$$E_{out} = E_0 \cdot \exp\left(-i \frac{k_0 r^2}{2R^-}\right) \left[\exp\left(-\frac{r^2}{(W^-)^2}\right) - R_0 \exp\left(-\frac{r^2}{(W^-)^2/|M|^2}\right) \right] \quad (5)$$

其中 $|M|$ 为该谐振腔的放大率

$$M = 2\bar{G}_1\bar{G}_2 - 1 \pm i \sqrt{1 - (2\bar{G}_1\bar{G}_2 - 1)^2} \quad (6)$$

其中 $G_{1,2}$ 为复值 G 参数^[4]。

由此可见, 输出光束实际上是由两束波面曲率半径均为 R^- , 光斑半径分别是 W_1, W_2 的高斯光束叠加而成, 而

$$W_1 = W^-, \quad W_2 = W^-/|M| \quad (7)$$

由此可以求得这两束高斯光束的光腰距输出镜的位置和光斑尺寸

$$\begin{aligned} Z_{10} &= R^- \left[1 + \left(\frac{\lambda R^-}{\pi(W^-)^2} \right)^2 \right]^{-1}, & Z_{20} &= R^- \left[1 + \left(\frac{\lambda R^- |M|^2}{\pi(W^-)^2} \right)^2 \right]^{-1} \\ W_{10} &= W^- \left[1 + \left(\frac{\pi(W^-)^2}{\lambda R^-} \right)^2 \right]^{-1/2}, & W_{20} &= \frac{W^-}{|M|} \left[1 + \left(\frac{\pi(W^-)^2}{\lambda R^- |M|^2} \right)^2 \right]^{-1/2} \end{aligned} \quad (8)$$

相应的光强度为

$$E_{10} = E_0 \quad E_{20} = -E_0 \cdot R_0 \quad (9)$$

由此,我们可以写出输出光束的传输波场为

$$E(r, z) = E_1(r, z) + E_2(r, z)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{E_{10}}{W_1(Z - Z_{10})} \cdot \exp\left[-\frac{r^2}{W_1^2(z - z_{10})}\right] \cdot \exp\left\{-i\left[k\left(z - z_{10} + \frac{r^2}{2R_1(z - z_{10})}\right) - \arctg \frac{z - z_{10}}{f_1}\right]\right\} \\ &+ \frac{E_{20}}{W_2(Z - Z_{20})} \cdot \exp\left[-\frac{r^2}{W_2^2(z - z_{20})}\right] \cdot \exp\left\{-i\left[k\left(z - z_{20} + \frac{r^2}{2R_2(z - z_{20})}\right) - \arctg \frac{z - z_{20}}{f_2}\right]\right\} \end{aligned} \quad (10)$$

它是两束高斯光束的叠加。

为了分析该光束的特性,我们求其光斑尺寸^[5]

$$W^2(z) = \int r^2 I(r, z) r dr \quad (11)$$

将(10)式代入(11)式,经过不太复杂的推导,可得

$$\begin{aligned} W^2(z) &= \{E_{10}^2 W_1^2(z - z_{10}) + E_{20}^2 W_2^2(z - z_{20})\} \\ &+ \frac{E_{10} \cdot E_{20}}{W_1(z - z_{10}) \cdot W_2(z - z_2)} \cdot \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{W_1^2(z)}\right)^2 + \left(\frac{k}{2R_1(z)}\right)^2\right]} \\ &\cdot \left\{ \cos[\Phi(z)] \cdot \left[\left(\frac{1}{W_1^2(z)}\right)^2 + \left(\frac{k}{2R_1(z)}\right)^2\right] + \sin[\Phi(z)] \cdot \frac{1}{W_1^2(z)} \cdot \frac{k}{2R_1(z)} \right\} \\ &/[E_{10}^2 + E_{20}^2] \end{aligned} \quad (12)$$

其中

$$\frac{1}{W_1^2(z)} = \frac{1}{W_1^2(z - z_{10})} + \frac{1}{W_2^2(z - z_{20})} \quad (13a)$$

$$\frac{1}{R_1(z)} = \frac{1}{R_1(z - z_{10})} - \frac{1}{R_2(z - z_{20})} \quad (13b)$$

$$\Phi(z) = k(z_{10} - z_{20}) - \arctg \frac{z - z_{10}}{f_1} + \arctg \frac{z - z_{20}}{f_2} \quad (13c)$$

$$f_1 = \frac{\pi W_{10}^2}{\lambda} \quad f_2 = \frac{\pi W_{20}^2}{\lambda} \quad (13d)$$

$$W_1^2(z - z_{10}) = W_{10}^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda(z - z_{10})}{\pi W_{10}^2} \right)^2 \right] \quad (13e)$$

$$W_2^2(z - z_{20}) = W_{20}^2 \left[1 + \left(\frac{\lambda(z - z_{20})}{\pi W_{20}^2} \right)^2 \right] \quad (13f)$$

$$R_1(z - z_{10}) = (z - z_{10}) \left[1 + \frac{\pi^2 W_{10}^4}{(z - z_{10})^2 \lambda^2} \right] \quad (13g)$$

$$R_2(z - z_{20}) = (z - z_{20}) \left[1 + \frac{\pi^2 W_{20}^4}{(z - z_{20})^2 \lambda^2} \right] \quad (13h)$$

当 z 足够大时

$$\frac{k}{2R'(z)} \ll \frac{1}{W'^2(z)} \quad (14)$$

则

$$W^2(z) \approx \frac{E_{10}^2 W_1^2(z - z_{10}) + E_{20}^2 W_2^2(z - z_{20}) + \frac{E_{10} E_{20} W_1^2(z - z_{10}) W_2^2(z - z_{20})}{[W_1^2(z - z_{10}) + W_2^2(z - z_{20})]^2} \cdot \cos[\Phi(z)]}{E_{10}^2 + E_{20}^2} \quad (15)$$

(1) 由上面的分析结果可见,一般来说 $W(z)$ 与 z 的关系并不象 Siegman 教授所得到的简单关系^[5],只有在一定的简化条件下才可能得到简单的平方关系。这一点在具体测量光束的质量^[5]时应注意。

(2) (15)式中前两项是两非相干高斯光束叠加的结果,而最后一项则是相干的结果。在相干项中 $\Phi(z)$ 起着很重要的作用。

$$\Phi(z) = k(z_{10} - z_{20}) - \arctg \frac{z - z_{10}}{f_1} + \arctg \frac{z - z_{20}}{f_2} \quad (16)$$

当 $z \gg f_1, f_2$ 时

$$\Phi(z) \approx k(z_{10} - z_{20}) \quad (17)$$

由此可见, $\cos[(2\pi/\lambda)(z_{10} - z_{20})]$ 的符号就决定了输出光束的相干结果对远场叠加的影响是使中心加强还是使中心减弱。这一结论的物理意义也是比较明确的,因为当 $z \gg f_1, f_2$ 时,两个高斯光束远场中心光场的相位分别正比于 $(z - z_{10})$ 和 $(z - z_{20})$ 。因此, $(z_{10} - z_{20})$ 就决定了远场两光束的相位差。

(3) 由(8)式可见,由于 R^- 总是远大于 λ ,故 $|M|^2$ 的极微小变化就可引起幅度大于 λ 的 $(z_{10} - z_{20})$ 的变化,此时(15)式中最后一项影响的平均结果为 0。对于一般的未采取特殊措施稳定放大率 $|M|^2$ 的激光谐振腔,总有一些诸如激活介质热焦距这类的因素引起 $|M|^2$ 值的无规变形,此时(15)式可以进一步简化为

$$W^2(z) = \frac{E_{10}^2 W_1^2(z - z_{10}) + E_{20}^2 W_2^2(z - z_{20})}{E_{10}^2 + E_{20}^2} \quad (18)$$

或

$$W^2(z) = W_0^2 + \theta^2(z - z_0)^2 \quad (18a)$$

其中

$$W_0^2 = \frac{E_{10}^2 W_{10}^2 + E_{20}^2 W_{20}^2 + E_{10}^2 Z_{10}^2 \theta_1^2 + E_{20}^2 Z_{20}^2 \theta_2^2 - (E_{10}^2 \theta_1^2 Z_{10} + E_{20}^2 \theta_2^2 Z_{20})^2 / (E_{10}^2 \theta_1^2 + E_{20}^2 \theta_2^2)}{E_{10}^2 + E_{20}^2} \quad (19a)$$

$$\theta^2 = \frac{E_{10}^2 \theta_1^2 + E_{20}^2 \theta_2^2}{E_{10}^2 + E_{20}^2} \quad (19b)$$

$$Z_0 = \frac{E_{10}^2 \theta_1^2 \cdot Z_{10} + E_{20}^2 \cdot \theta_2^2 \cdot Z_{20}}{E_{10}^2 \cdot \theta_1^2 + E_{20}^2 \cdot \theta_2^2} \quad (19c)$$

其中

$$\theta_1 = \frac{2\lambda}{\pi W_{10}} \quad \theta_2 = \frac{2\lambda}{\pi W_{20}} \quad (19d)$$

上面(18)式仍然是较为复杂的,数值计算表明,当 $R_0 \cdot M^2$ 较小时,光束传输因子 M^2 参数较小。故在设计这种激光器时,采用近场中心不凹陷条件^[3]

$$M^2 \cdot R_0 \ll 1$$

作为设计原则是可行的。

参 考 文 献

- 1 Kevin J. Snell, Nathalie McCarthy, Michel Piché. Single transverse mode oscillation from an unstable resonator Nd : YAG laser using a variable reflectivity mirror. *Opt. Commun.*, 1988, **65**(5) : 377
- 2 Angla Piegari, Gabriele Emiliani. Laser mirrors with variable reflected intensity and uniform phase shift; design process. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(28) : 5454
- 3 张贵芬,李庆国,张 蕾. 可变反射率镜激光谐振腔研究. *激光杂志*, 1993, **14**(2) : 57~62
- 4 丘军林,孙荫才. *激光谐振腔*, 武汉: 华中理工大学出版社, 1983. 181
- 5 International Organization for standardization, Terminology and Test Methods for Lasers, ISO/TC 172/SC 9/WG 1

Analysis of the Output Laser Beam of a Variable Reflectivity Mirror Resonator

Chen Peifeng Qiu Junlin

(*Laser Institute of Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074*)

Abstract The beam width $W(z)$ of a output laser beam from a variable reflectivity mirror resonator has been derived and analysed.

Key words variable reflectivity mirror, laser beam quality