

光学广义载波条纹图的计算机辅助分析*

彭 翔 高 志 朱绍明 姚建铨

(天津大学精密仪器工程系, 天津 300072)

提要 从理论上和实验上研究了光学广义载波条纹图形成的机理及其数字解调技术,同时还给出了光学调制广义载波条纹的实验技术。利用计算机仿真的广义载波条纹图以及实验获得广义载波条纹图的数字解调结果与理论分析的结果一致。

关键词 光学条纹, 广义载波, 数字解调

1 引 言

载波条纹是条纹图自动分析技术中的重要方法之一^[1~4]。这个概念和相应分析技术是为了克服傅里叶变换条纹自动分析中的“符号模糊”的问题而提出的。通常,“载波条纹”的概念均指线性载波条纹。然而,在某些重要的工程应用中,非线性载波条纹图具有特殊的意义。

本文提出并研究了非线性载波条纹图——广义载波条纹图的形成机理及数字解调技术并给出了相应的计算机模拟和实验结果。

2 广义载波条纹图的形成

描述广义载波条纹图形成的几何光路如图 1 所示。 O 点是一个单色点光源,从该点发出一球面波。这个球面波可由分束镜分成两路,然后由反射镜 M_3 和 M_4 反射后会聚于 O' 点。 O' 点是 O 点的共轭点。当其中一个反射镜,例如 M_4 在 $x-z$ 面内有偏转时,则从 M_3 和 M_4 反射的两球面波分别会聚于不同点,即 O' 和 O'' 点。为简单起见,我们将坐标原点设在 O' ,于是有 $O'(0,0,0)$ 和 $O''(x'',0,-z'')$ 。从 O' 和 O'' 发出的球面波在观察面 P 互相干涉便形成了非线性载波条纹。现在需要确定这个非线性载波条纹的位相函数。

由 O' 和 O'' 发出的球面波前可表示成

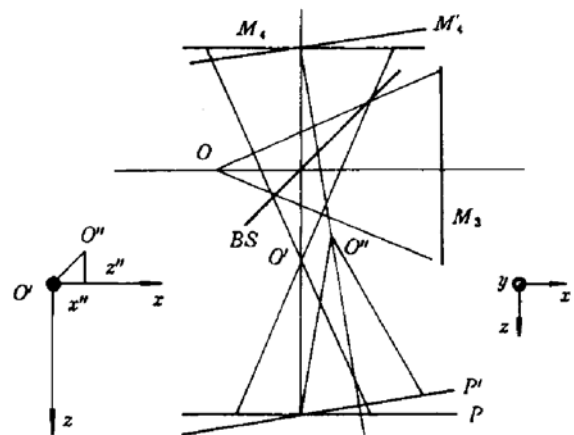


Fig. 1 Optical geometry showing the formation of generalised carrier fringes

* 国家自然科学基金资助项目。

$$\sum_1 = A \exp\{jk[x^2 + y^2 + z^2]^{1/2}\} \quad (1)$$

和

$$\sum_2 = B \exp\{jk[(x - x'')^2 + y^2 + (z + z'')^2]^{1/2}\} \quad (2)$$

其中, A 和 B 分别是这两个球面波的复振幅, 是波矢的模, λ 是所用光源的波长, 非线性载波条纹图的强度为

$$\begin{aligned} I &= A^2 + B^2 + 2\text{Re}\{\sum_2 \sum_1^*\} \\ &= a + b \cos\{k[(x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} - [(x - x'')^2 + y^2 + (z + z'')^2]^{1/2}]\} \end{aligned} \quad (3)$$

其中, $a = A^2 + B^2$ 是背景光强, $b = 2\text{Re}\{A^* B\}$ 是条纹的对比度。当菲涅耳条件^[5]满足时, 方程(3)中的位相项的光程差(OPD)可用二项式级数展开并近似写成

$$\begin{aligned} (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} &\approx z\{1 + (x^2 + y^2)/2z^2\}[(x - x'')^2 + y^2 + (z + z'')^2]^{1/2} \\ &\approx (z + z'')\{1 + [(x - x'')^2 + y^2]/2(z + z'')^2\} \end{aligned}$$

其中, 已忽略了三阶以上的量。于是有

$$\text{OPD} \approx z[1 + (x^2 + y^2)/2z^2] - (z + z'')\{1 + [(x - x'')^2 + y^2]/2(z + z'')^2\} \quad (4)$$

经过一些简单但繁琐的代数运算, (4)式可整理为

$$\text{OPD} \approx \{[z''(x^2 + y^2) - zx''^2]/2z(z + z'') - z''\} + xx''/(z + z'') \quad (5)$$

将(5)式代入(3)式可得

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi_0(x, y) + 2\pi\xi_0 x] \quad (6)$$

其中 $\varphi_0(x, y) = k(\text{OPD})$, $\xi_0 = x''/\lambda(z + z'')$, 参数 z, z'' 及 x'' 取决于几何光路。由(6)式可见, 球面载波条纹图(非线性载波条纹图)的位相函数由两部分构成: 第一项 $\varphi_0(x, y)$ 是在菲涅耳近似的条件下, 由一个二次位相因子近似的球面波相位; 第二项 $2\pi\xi_0 x$ 是一个线性相位。如果进一步使用夫琅和费近似条件^[5], 则(6)式就退化成线性载波条纹图的形式。因此(6)式是描述广义非线性载波条纹图的表达式。由(6)式可预测, 广义载波条纹图将不是由等间距的直线组成的图样, 而是由不等间距的曲线族构成的图样。

3 广义载波条纹图的数字解调

3.1 实验系统

广义载波条纹图的光学调制和数字解调的实验系统如图2所示。光路部分由一个泰曼-格林干涉仪构成, 唯一区别是反射镜 M_1 的法线方向相对于光轴方向在 $x-z$ 面内偏转了一个角度。由一个 10 mW 激光器发出的细光束经滤波和显微物镜 O 扩束后形成球面波。此波前再经分束镜 BS 分成两路, 分别由 M_3 和 M_4 反射后再会聚于 O' 和 O'' 点。 O' 和 O'' 又形成两个新的点光源, 它们发出的球面波在毛玻璃屏上形成非线性载波条纹, 然后再由 CCD 摄像机成像在靶面上。条纹图的数字处理系统由 CCD 摄像机、CA-5300 图像卡和一台 Super 286 微机及一台视频监视器构成。反射镜 M_4 固定在一个精密转台上以便引入已知的偏转量。对 M_4 引入偏转角度可使 CCD 靶面上的像在相邻的像素之间相差一个常量相移, 如图3所示。在图3中, 相继像素间的常量相移可选择成 120° 。于是非线性载波条纹图的线性调制周期可由 $P = \lambda/\sin\theta = (360/120)\Delta x = 3\Delta x$ 算出。其中, Δx 是 CCD 相邻像素间隔(在本实验系统中 $\Delta x = 12.8 \mu\text{m}$)。

3.2 非线性载波条纹的计算机辅助分析

为了便于计算机模拟和数字解调实验, 可将(6)式写成离散形式, 即

$$I(m, n) = a(m, n) + b(m, n) \cos[\varphi_0(m, n) + 2\pi\xi_0 m]$$

$$m = 0, 1, \dots, 255, \quad n = 0, 1, \dots, 255 \quad (7)$$

其中, $\xi_0 = 1/P$ 是广义载波条纹图中的线性调制频率。 m, n 是图像矩阵的像素数。

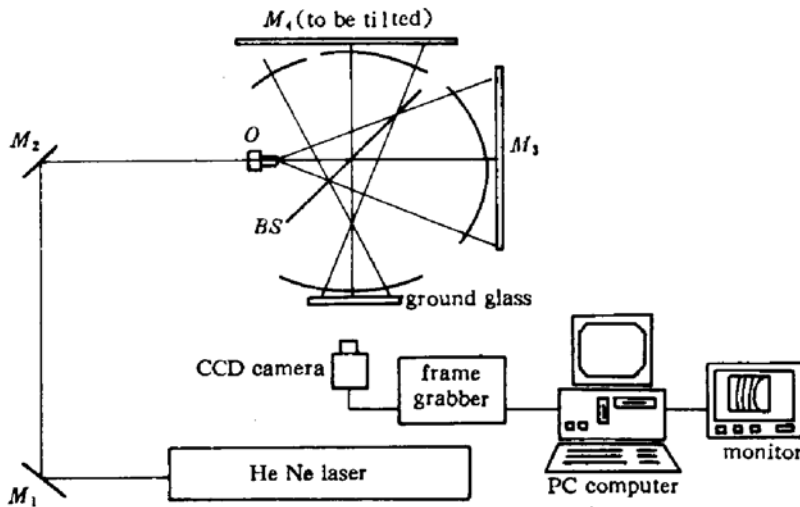


Fig. 2 Experimental setup

假定背景光强、条纹图对比度以及广义载波条纹的非线性位相函数相对于 CCD 探测器空间采样间隔(像元间距)变化缓慢,则可近似认为在相继的采样间隔内 $a(m, n), b(m, n)$, 以及 $\varphi_0(m, n)$ 均为常量。于是根据空间同步位相探测的原理^[6~8], 将广义载波条纹图中的非线性位相因子解调出来

$$\varphi_0(m, n) = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{3} I(m + S_T, n) - \sqrt{3} I(m - S_T, n)}{2I(m, n) - I(m - S_T, n) - I(m + S_T, n)} \right] - 2\pi\xi_0 m \quad (8)$$

其中 $S_T = P/3 = 1/3\xi_0$ 。

采集一幅广义载波条纹图, 然后根据(8)式利用数字移相获得三幅移相条纹图 $I(m + S_T, n), I(m, n), I(m - S_T, n)$ 。由此可计算出广义载波条纹图的位相条纹分布, 然后根据预先确定的广义载波条纹图的线性调制频率, 用计算机产生一个线性模板(亦即一幅线性位相条纹图)。将此模板与广义载波条纹图的位相条纹相减即可解调出非线性位相因子 $\varphi_0(m, n)$ 。

4 实验结果

4.1 计算机模拟的结果

在(7)式中, 可假设背景光强和对比度函数均服从高斯分布。由(5)式和第二节的讨论可知非线性因子是在菲涅耳条件下用二次位相函数近似的球面波的位相函数。由此, 用计算机模拟出的广义载波条纹图如图 4(a) 所示。图 4(b) 是根据(8)式计算的位相条纹。图 4(c) 显示了计算机产生的模板, 其周期为 12 个像素。图 4(d) 给出了计算机模拟解调出的非线性因子。

4.2 实验结果

为了证明理论分析的正确性, 我们建立了一个改进的泰曼-格林干涉仪光路, 如图 2 所示。

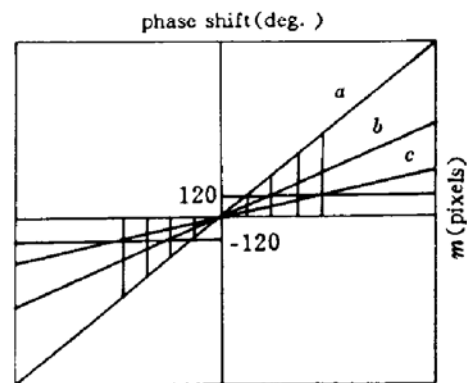


Fig. 3 Relationship of linear phase shift vs.

CCD sensor pixels

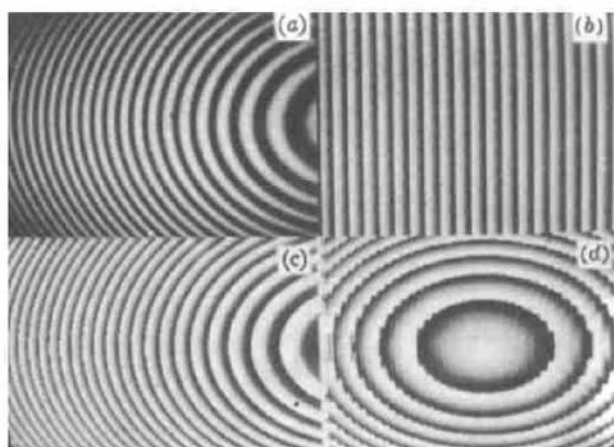


Fig. 4 Photographs of computer simulation results
(a) a generalised carrier fringe pattern simulated by computer;
(b) Phase fringes of (a); (c) computer-generated mask;
(d) result of demodulation

开始,先给反射镜 M_1 引入适当的偏转角度以获得不同调制深度的广义载波条纹图。调制前的原始球波条纹如图 5(a) 所示。图 5(b) 是 (a) 经过直方图均衡化增强的结果。图 5(c) 和 (d) 分别表示 M_1 偏转 3.1 mrad 和 12.4 mrad 的调制广义载波条纹图。取图 5(d) 进行数字解调。根据 (8) 式计算出的广义载波条纹图的位相条纹如图 6(a) 所示。图 6(b) 显示了计算机产生的相应模板(线性调制周期为 8 个像素)。解调后的结果如图 6(c) 所示。在实验中,我们使用了 5×5 中值滤波以平滑一些高频噪声。经过位相展开后的结果如图 6(d) 所示。图 6(d) 表示广义载波条纹图中非线性因子的连续位相分布。

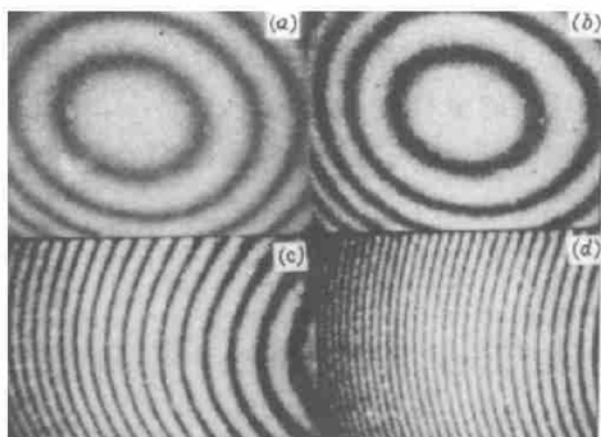


Fig. 5 Photographs of experimental non-linear carrier fringe patterns

(a) original spherical interference fringes (before modulation); (b) enhanced image of (a); (c) modulated with a tilt angle of 3.1 mrad; (d) modulated with a tilt angle of 12.4 mrad

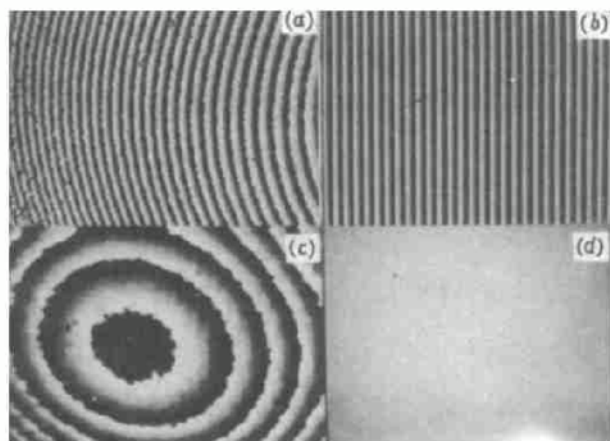


Fig. 6 Photographs of experimental demodulation process

(a) phase fringe pattern of Fig. 5 (d); (b) computer-generated mask; (c) demodulation result; (d) continuous phase map after the phase unwrapping operation

5 结 论

理论分析、计算机模拟及实验结果均证明,广义载波调纹图的位相函数由两部分迭加而成;其中一部分是在菲涅耳条件下由一个非线性二次位相因子近似的球面波位相函数;另一部分是一个一维线性位相函数。此线性位相函数的斜率可以预先由实验确定。利用本文提出的计算机产生模板技术与空间载波相移技术结合而成的数字解调技术可以完全解调出广义载波条纹图的非线性二次位相函数。广义载波条纹图在数字莫尔、全息及散斑干涉技术中有重要的应用价值。

参 考 文 献

- 1 Tiziani, J. H. . Optical methods for precision measurements. *Opt. Quant. Electr.* , 1989, 21 : 253~282

- 2 Nugent, K. A. . Interferogram analysis using an accurate fully automatic algorithm. *Appl. Opt.* , 1985, **24**(18) : 3101~3105
- 3 Takeda, M. , Ina, H. , Kobayashi, S. . Fourier transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc. Am.* , 1982, **72**(1) : 156~160
- 4 Kujawinska, M. , Kojciak, J. . High accuracy Fourier transform fringe pattern analysis. *Opt. Lasers Eng.* , 1991, **14** : 325~339
- 5 Gaskill, J. D. . Linear Systems, Fourier Transforms and Optics. New York: John Wiley & Sons, 1978. 353~355, 365~382, 375~380
- 6 Womack, K. H. . Interferometric phase measurement using spatial synchronous detection. *Opt. Eng.* , 1984, **23** (4) : 391~395
- 7 Macy, W. W. . Two-dimensional fringe-pattern analysis. *Appl. Opt.* , 1983, **22**(23) : 3893~3901
- 8 Ransom, P. L. , Kokal, J. V. . Interferogram analysis by a modified sinusoid fitting technique. *Appl. Opt.* , 1986, **25**(22) : 4189~4204

Computer-aided Analysis of Optical Generalised-carrier Fringe Patterns

Peng Xiang Gao Zhi Zhu Shaoming Yao Jianquan

(*Department of Precision Instrumentation Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072*)

Abstract The formation mechanism of optical generalised-carrier fringes and the digital demodulation technique are investigated theoretically and experimentally. An optical technique for modulating generalised-carrier fringe patterns is described. The results of digital demodulation with computer simulation and experiments show good agreement with a theoretical analysis.

Key words optical fringes, generalised carrier, digital demodulation