第 22 卷 第 7 期
1995 年 7 月
中 国 激 光
CHINESE JOURNAL OF LASERS
Vol. A22, No. 7
July, 1995

非轴对称光腔模式求解的代数迭代法

卢亚雄 曾定利
(电子科技大学光电子技术系，成都 610054)

提要 由张量 $ABCD$ 定律的代数形式出发，找到一种代数迭代方法，快速准确地求出非轴对称光腔模式参数的自洽解。

关键词 非轴对称光腔，迭代求解

1 引 言

非轴对称光学元件(柱面镜、椭球镜、像散板条介质等)广泛用于固体激光器等激光器件的谐振腔中。对于非轴对称光腔的模式特性已作过许多理论研究。目前，模式的求解采用以下几种方法：(1) 求非轴对称光腔往返一周的变换矩阵 $\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ (其四个元素已扩展为 2×2 矩阵)的本征值，再由本征值求得模式的有关参数[1]；(2) 根据张量 $ABCD$ 定律[2]以及复曲率半径 q(对于非轴对称光腔已扩展为 2×2 张量)的自再现原理，求出 q 的矩阵形式的解析解[3,4]，这种方法仅仅在矩阵元素 $B=B^t$(即 B 转置对称)时才能获得矩阵形式的解析解；(3) 代数求解方法，即把关于 q 的矩阵方程变换为 q 的四个元素的代数方程；但由于文献[5]中未考虑文献[3]中(7)式所隐含的参数间的关系，虽然文献[5]中得到的表达式正确，但不能获得模式参数的解。

本文介绍的方法，从张量 $ABCD$ 定律的代数形式出发，设置 q^{-1} 的试解，多次迭代，最后获得自洽解。这种方法的优点在于试解选择简单，迭代中解的收敛速度快，不存在多解的判断，数值解的精度高，因而具有重要的意义。

2 非轴对称光腔模式参数的迭代求解

利用文献[6]中的(6)和(7)式，可以对非轴对称光腔模式参数进行迭代求解，具体步骤如下：

(1) 在非轴对称光腔中任意选择一个参考平面，在规定的横平面的坐标 XOY 下，计算该谐振腔的往返一周变换矩阵。计算方法与轴对称腔相似，区别在于，光学元件的 2×2 变换矩阵的每个元素都扩展为 2×2 矩阵，计算方法见文献[4]。

(2) 定义 $q^{-1}(M,n)$ 为第 M 个试解第 n 次迭代后的参数。我们可以这样选取初始解 $q^{-1}(0,0)$，令其对角元为纯虚数，非对角元为 0。将 $q^{-1}(0,0)$ 和非轴对称光腔往返一周变换矩阵元代

收稿日期：1994 年 8 月 15 日；收到修改稿日期：1994 年 12 月 20 日

入张量 $ABCD$ 定律的代数形式(即文献中的(6)和(7)式,q 和 Q 分别是入射和出射光束的模式参数)进行迭代,过程如图1所示。

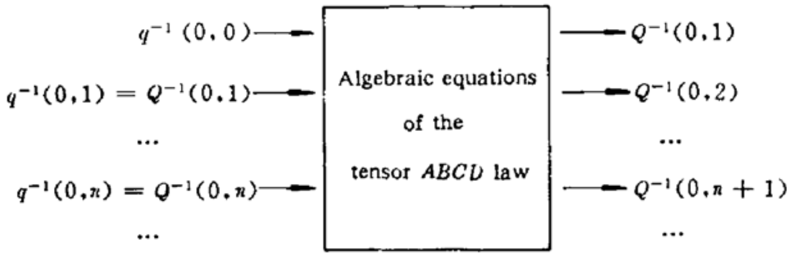

Fig. 1 The iteration of $q^{-1}(0,i)$

(3) 可以发现迭代中的 $Q^{-1}(0,j)$ 的变化有规律。它的四个矩阵元要么很快收敛于其理论值;要么在复平面内绕着其理论值变化,离理论值的偏差呈波动起伏。所以,可以对四个矩阵元的实部、虚部分别找出极大值与极小值,用它们的平均值构成新的试解来加速迭代。用 $q_i^{-1}(i = 1,2,3,4)$ 表示 q^{-1} 的四个矩阵元,则这四个矩阵元由下式给出

$$\begin{cases} \mathrm{Re}[q_i^{-1}(K+1,0)] = \mathrm{Re}[Q_i^{-1}(K,j)] \text{ 的平均值} \\ \mathrm{Im}[q_i^{-1}(K+1,0)] = \mathrm{Im}[Q_i^{-1}(K,j)] \text{ 的平均值} \\ (i = 1,2,3,4,\ j = 1,2,\cdots,n+1,\ K = 0,1,\cdots) \end{cases} \tag{1}$$

对这个新试解,重复步骤(2)中的迭代过程。

(4) 重复步骤(2)和(3)M 次以后,便可获得满足误差条件的自洽解 $q^{-1}(M,n)$

$$|q_i^{-1}(M,n) - Q_i^{-1}(M,n+1)| < \delta \quad (i = 1,2,3,4) \tag{2}$$

其中 $q^{-1}(M,n)$ 和 $Q^{-1}(M,n+1)$ 是第 M 个试解第 n 次迭代前后的参数,δ 为计算的误差允许值。

3 讨论与结论

3.1 非轴对称光腔可以划分为稳定-稳定腔、稳定-非稳腔,以及非稳-非稳腔。由于迭代法不能在模式参数求出之前判断腔的性质,所以应将试解 $q^{-1}(0,0)$ 的对角元设为复数(其实部可设为0),以适用于上述三种腔。为简单起见,可将其非对角元设为0。显然,若试解选择得当,则迭代次数可以大大减少。

3.2 对于非稳-非稳腔,得到的解为实数,对于非稳-非稳以及稳定-非稳两种情况,迭代法得到的解一般是复数解,对角元的虚部均为负,非对角元的虚部可正可负也可为0。如果第一个试解 $q^{-1}(0,0)$ 的对角元被设为负的纯虚数,将只获得具有物理意义的唯一的自洽解,这样便可避免多解的问题。

3.3 将所得到的解的实部和虚部分别对角化,便可得到位相椭圆的两个主轴大小(表征非轴对称光束椭球等相位面的半径)及其与 XOY 之间的夹角,和光斑椭圆两个主轴大小及其与 XOY 之间的夹角。据此可以判断出非轴对称光腔的稳定性质。对角化的公式由文献[4]给出。

3.4 我们验证得到,对于腔内某一平面上的模式,下面两种方法得到的结果是相同的。一种是在该平面处直接用迭代法求解;另一种是先用迭代法或者矩阵方法求出另一平面(例如

镜面处）的模式参数，再由该模式参数使用张量 *ABCD* 定律求解。

综上所述，我们介绍的迭代方法可以简单快速准确地求出非轴对称光腔模式参数的数值解。这对于非轴对称光腔的研究和使用很有意义。

参 考 文 献

1 吕百达，许世发，蔡邦维．复杂像散腔．四川大学学报（自然科学版），1991，**28**(3)：302 ～ 308

2 林　强，陆璇辉，王绍民．非对称光学系统的 *ABCD* 定律．光学学报，1988，**8**(7)：658～663

3 林　强，王绍民，吕百达．非轴对称光腔的矩阵光学分析，中国激光，1990，**17**(3)：150～155

4 Yaxiong Lu. Mode analysis of axially—asymmetric optical resonators. *Chinese J. of Lasers* (*E. E.*), 1992, 1(2)：117～124

5 卢亚雄．非轴对称光腔模式的代数分析方法．中国激光，1993，**20**(6)：453～457

6 卢亚雄．非轴对称光束变换张量 *ABCD* 定律的代数解．电子科技大学学报，1994，**23**(2)：169～172

The Algebraic Iterative Method for the Solution of Axially-asymmetric Optical Resonators

Lu Yaxiong　Zeng Dingli

(*Optoelectronic Technology Department*, *University of Electronic Science and Technology of China*, *Chengdu* 610054)

Abstract　An algebraic iterative method is developed to obtain the self-consistent solution of q^{-1} in an axially-asymmetric optical resonator with the help of the algebraic equations of the complex curvature tensor q^{-1} of an axially-asymmetric beam through the transformation of an optical system derived from the Tensor *ABCD* Law.

Key words　axially-asymmetric, optical resonator, algebraic, iteration