

# 掺铒光纤放大器(EDFA)简化模型 \*

邱 昆 汤启兵 唐明光

(电子科技大学光纤通信国家重点实验室, 成都 610054)

**提要** 从掺铒光纤放大器的能级速率方程和光传输方程出发, 得到一个简单的表达式, 可用来计算放大器的增益、噪声系数等。在放大器的非饱和范围内, 计算结果和实验结果十分一致。

**关键词** 掺铒光纤放大器, 增益, 放大的自发辐射, 噪声指数

## 1 引 言

掺铒光纤放大器(EDFA)具有增益高、噪声小、连结损耗小、增益与偏振无关等优点, 在光纤通信系统中发挥着巨大的作用。

一般的 EDFA 都伴随掺锗, 以提高包层和纤芯的折射率差; 另一方面又都伴随掺铝, 使  $\text{Er}^{3+}$  在纤芯中分布均匀, 增益频带展宽。在泵浦方面, 有 520 nm, 800 nm, 980 nm, 1480 nm 等几种波长的泵浦形式。由于低于 980 nm 波长的泵浦带存在着受激态吸收, 因此人们常采用 980 nm 和 1480 nm 两种泵浦波长。

根据  $\text{Er}^{3+}$  的能级速率方程和光在 EDFA 中的传输方程, 通过数值计算可得到 EDFA 的增益、噪声等参数, 但十分复杂。本文给出了一个简单的模型, 可方便地对 EDFA 的增益、噪声等特性进行计算。

## 2 EDFA 的理论模型

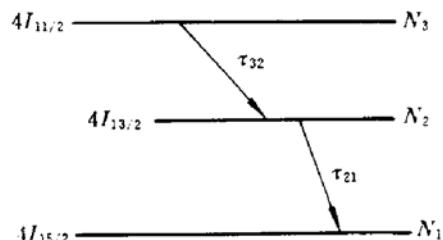


Fig. 1 Energy level diagram of  $\text{Er}^{3+}$  ion

图 1 给出了  $\text{Er}^{3+}$  的能级图。在玻璃或晶体受主中,  $\text{Er}^{3+}$  能级受到周围电场或一个动态扰动的影响, 能级产生斯塔克分裂, 导致能级展宽。由于非均匀展宽情况很复杂, 均匀展宽模型又与实验情况符合得较好<sup>[1]</sup>, 因此, 我们只考虑均匀展宽情况。

由  $\text{Er}^{3+}$  能级图可知, 980 nm 对应于  $4I_{11/2}$  与  $4I_{15/2}$  之间, 1480 nm 泵浦则属于  $4I_{13/2}$  与  $4I_{15/2}$  之间的谐振泵浦。图 1 中  $\tau_{32}$  为  $N_3$  能级至  $N_2$  能级的弛豫时间,  $\tau_{21}$  为  $N_2$  能级到  $N_1$  能级的弛豫时

\* 国家 863 基金资助项目。

收稿日期: 1994 年 4 月 11 日; 收到修改稿日期: 1994 年 6 月 3 日

间。一般来说  $\tau_{21}$  典型值为 10 ms 左右,  $\tau_{32}$  为 ns 量级。对于 980 nm 泵浦系统, 粒子首先从  $4I_{15/2}$  能级跃迁到  $4I_{11/2}$  能级, 然后很快从  $4I_{11/2}$  能级经无辐射跃迁到  $4I_{13/2}$  能级, 形成粒子数反转。由于  $\tau_{21} \gg \tau_{32}$ , 因此  $N_3$  能级上粒子数可近似为零<sup>[2]</sup>。从而与 1480 nm 泵浦系统一样可用二能级系统来描述。

引入光波模场与  $\text{Er}^{3+}$  分布之间的重合积分(Overlap integral)  $\Gamma_k$ 。设  $\text{Er}^{3+}$  在纤芯中均匀分布,  $i_k$  为归一化光场分布, 则  $\Gamma_k$ <sup>[3]</sup> 为

$$\Gamma_k = \int_0^{2\pi} \int_0^b i_k(r, \phi) r dr d\phi \quad (1)$$

式中  $b$  为  $\text{Er}^{3+}$  掺杂半径。在一般情况下,  $i_k(r)$  可近似为高斯场分布

$$i_k(r) = \left( \frac{1}{\pi w^2} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2} \right) \quad (2)$$

(1) 式和(2)式中  $k$  取  $s$  或  $p$  分别表示信号光或泵浦光,  $w$  为  $1/e$  强度模场半宽。

## 2.1 基本方程

根据  $\text{Er}^{3+}$  能级图可得出  $\text{Er}^{3+}$  二能级速率方程<sup>[4]</sup>

$$\begin{aligned} \frac{dN_2(z, t)}{dt} &= \frac{\sigma_{ss}\Gamma_s}{h\nu_s A}(P_s + P_a + P_p^-)N_1 + \frac{\sigma_{sp}\Gamma_p}{h\nu_p A}(P_p^+ + P_p^-)N_1 \\ &\quad - \frac{\sigma_{ss}\Gamma_s}{h\nu_s A}(P_s + P_a^+ + P_p^-)N_2 - \frac{\sigma_{sp}\Gamma_p}{h\nu_p A}(P_p^+ + P_p^-)N_2 - A_{21}N_2 \end{aligned} \quad (3)$$

$$N_1(z, t) + N_2(z, t) = N_t(z, t) \quad (4)$$

式中  $N_1(z, t)$ ,  $N_2(z, t)$  分别表示基态和亚稳态的粒子数密度,  $P_s, P_a, P_p$  分别表示放大的自发辐射(Amplified Spontaneous Emission)噪声、信号光以及泵浦光功率。 $\pm$  表示相对于信号光的传播方向,  $A$  表示纤芯掺铒有效面积, 近似于纤芯面积,  $A_{21} = 1/\tau_{21}$ 。

在 EDFA 中, 光传播方程为

$$\frac{dP_k^\pm}{dz} = \pm P_k^\pm \Gamma_k (\sigma_{pe} N_2 - \sigma_{pa} N_1) \quad (5)$$

$$\frac{dP_s}{dz} = P_s \Gamma_s (\sigma_{se} N_2 - \sigma_{sa} N_1) \quad (6)$$

$$\frac{dP_a}{dz} = \pm P_a^\pm \Gamma_s (\sigma_{se} N_2 - \sigma_{sa} N_1) \pm 2\sigma_{se} \Gamma_s N_2 h\nu_s \Delta\nu \quad (7)$$

(7)式表示 ASE 噪声功率。方程中 ASE 带宽用  $\Delta\nu$  表示, 系数“2”表示两个偏振态,  $h\nu_s$  是光子能量。

## 2.2 增益计算简化模型

在泵浦较小, ASE 没有使 EDFA 发生自饱和时, 忽略掉(3)式中  $P_a^\pm$  项, 方程(3)变为

$$\frac{dN_2(z, t)}{dt} = \frac{\sigma_{ss}\Gamma_s}{h\nu_s A} P_s N_1 - \frac{\sigma_{se}\Gamma_s}{h\nu_s A} P_s N_2 + \frac{\sigma_{sp}\Gamma_p}{h\nu_p A} (P_p^+ + P_p^-) N_1 - \frac{\sigma_{sp}\Gamma_p}{h\nu_p A} (P_p^+ + P_p^-) N_2 - A_{21} N_2 \quad (8)$$

引入方向因子  $d_k$ ,  $k = s, p$ ,  $d_s = +1, d_p = +1$  时, 表示正向泵浦,  $d_s = -1$  表示反向泵浦, 对于双向泵浦,  $d$ , 需要同时取  $\pm 1$ 。将(5), (6)两式代入(8)式, 得

$$\frac{dN_2(z, t)}{dt} = -A_{21} N_2 - \sum_k \frac{1}{A h\nu_k} d_k \frac{dP_k(z, t)}{dz} \quad (9)$$

稳态时,  $dN_2(z, t)/dt = 0$ , 所以

$$N_2(z) = -\frac{1}{A \cdot A_{21}} \sum_k \frac{d_k}{h\nu_k} \cdot \frac{dP_k}{dz}, \quad k = s, p \quad (10)$$

根据(10),(4)两式,(5),(6)两式变为

$$\frac{dP_k}{dz} = -\alpha_k \left[ \alpha_k + \frac{1}{P_k^{\text{sat}}} \sum_k \frac{d_k}{h\nu_k} \cdot \frac{dP_k}{dz} \right] P_k, \quad k = s, p \quad (11)$$

式中  $\alpha_k = N_s \sigma_{ks} \Gamma_k$ ,  $P_k^{\text{sat}} = A \cdot A_{21} / \Gamma_k (\sigma_{ks} + \sigma_{ke})$ 。令  $I_k = P_k / h\nu_k$ ,  $h\nu_k$  为光子能量, 则(11)式可写成

$$\frac{d_k}{I_k} dI_k = -\alpha_k dz - \frac{1}{P_k^{\text{sat}}} \sum_k dI_k \cdot d_k, \quad k = s, p \quad (12)$$

设掺铒光纤长度为  $L$ , 对(12)式两边积分, 得

$$I_k^{\text{out}} = I_k^{\text{in}} \exp \left[ \frac{1}{P_k^{\text{sat}}} (I_k^{\text{in}} - I_k^{\text{out}}) - \alpha_k L \right] \quad (13)$$

$$I^{\text{in}} = \sum_k I_k^{\text{in}}, \quad I^{\text{out}} = \sum_k I_k^{\text{out}}, \quad k = s, p \quad (14)$$

在(13),(14)式中,  $d_k = +1$  时,  $I_k^{(0)} = I_k^{\text{in}}$ ,  $I_k(L) = I_k^{\text{out}}$ ; 当  $d_k = -1$  时,  $I_k(0) = I_k^{\text{out}}$ ,  $I_k(L) = I_k^{\text{in}}$ 。将(13)式对  $k = s, p$  求和得

$$I^{\text{out}} = \sum_k I_k^{\text{in}} \exp \left[ \frac{1}{P_k^{\text{sat}}} (I^{\text{in}} - I^{\text{out}}) - \alpha_k L \right] \quad (15)$$

在 EDFA 参数 ( $\sigma_{ks}$ ,  $\sigma_{ke}$  等) 都是已知的情况下, (15) 式是一个仅含  $I^{\text{out}}$  的方程。通过求解方程, 可得到  $I^{\text{out}}$ , 再代入(13)式可得到  $I_k^{\text{out}}$ 。对(15)式求解可采用牛顿-辛普生迭代法。

在求出  $I_k^{\text{out}}$  后, 可得出信号增益

$$G_s = \frac{I_s^{\text{out}}}{I_s^{\text{in}}} = \exp \left[ \frac{1}{P_s^{\text{sat}}} (I^{\text{in}} - I^{\text{out}}) - \alpha_s L \right] \quad (16)$$

这样, 我们将 EDFA 复杂的求解模型归结于求解一个简单的方程, 大大简化了运算。这个方法, 对于正向、反向及双向泵浦形式都有效。在多信号输入情况下也能用本方法求解。(15)式是在忽略 ASE 情况下得到的, 在 EDFA 未达到 ASE 自饱和以前有很好的近似性。

### 2.3 噪声计算简化模型

考虑在位置  $z$  处, 传播方向  $dz$  长度上, 波长为  $\lambda_s$ , 带宽为  $\Delta\nu$ , 具有两个偏振方向的自发辐射噪声功率

$$dP_{ss} = 2 \cdot \Gamma_s \sigma_{ss} N_2(z) h\nu_s \cdot \Delta\nu dz \quad (17)$$

在放大器内, 存在两个传播方向的放大的自发辐射噪声(ASE), 所以

$$dP_{\text{ASE}}^+ = G_s(z, L) dP_{ss}, \quad (18)$$

$$dP_{\text{ASE}}^- = G_s(0, z) dP_{ss}, \quad (19)$$

式中  $G_s(z, L) = I_s(L) / I_s(z) = G_s(L) / G_s(z)$ 。其中  $G_s(L) = I_s(L) / I_s(0)$ ,  $G_s(z) = I_s(z) / I_s(0)$ 。自发辐射系数  $n_{ss}$ <sup>[3]</sup> 为

$$n_{ss} = \frac{P_{\text{ASE}}}{2[G_s(L) - 1] \cdot h\nu_s \Delta\nu} \quad (20)$$

所以

$$dn_{ss}^+ = \frac{G_s(L)}{G_s(L) - 1} \left[ \frac{\Gamma_s \sigma_{ss} N_2(z)}{G_s(z)} \right] dz \quad (21)$$

$$dn_{ss}^- = \frac{1}{G_s(L) - 1} \cdot \Gamma_s \cdot \sigma_{ss} N_2(z) \cdot G_s(z) dz \quad (22)$$

将(21),(22)式积分

$$n_{sp}^+ = \frac{G_s(L)}{G_s(L) - 1} \cdot \int_0^L \frac{\Gamma_s \sigma_{se} N_2(z)}{G(z)} \cdot dz \quad (23)$$

$$n_{sp}^- = \frac{1}{G_s(L) - 1} \int_0^L \Gamma_s \cdot \sigma_{se} N_2(z) \cdot G_s(z) dz \quad (24)$$

式中  $N_2(z)$ ,  $G_s(z)$ ,  $G_s(L)$  可由(16),(13),(12),(10)式得到。在求出  $n_{sp}$  后, 噪声系数 NF(Noise Figure)也就随之确定。

$$NF = 2n_{sp} \quad (25)$$

### 3 计算结果与讨论

图 2 给出了输入信号功率为  $-20$  dBm, 正向泵浦的情况下, 信号增益与泵浦功率之间的关系。计算中我们采用的是 AT&T 贝尔实验室提供的参数。掺铒光纤芯径  $1.2 \mu\text{m}$ , 具有  $600$  ppm  $\text{Er}^{3+}$ ,  $0.12 \text{ GeO}_2$ ,  $0.03 \text{ mol Al}_2\text{O}_3$  的掺杂参数。泵浦光吸收截面  $\sigma_{ps}$  为  $1.95 \times 10^{-26} \text{ m}^2$ , 发射截面  $\sigma_{pe}$  为零, 泵浦光波长  $975 \text{ nm}$ 。信号光吸收截面  $\sigma_{ss}$  为  $4.43 \times 10^{-26} \text{ m}^2$ , 发射截面  $\sigma_{se}$  为  $1.7 \times 10^{-25} \text{ m}^2$ , 信号光波长为  $1532 \text{ nm}$ 。掺铒光纤长度为  $15 \text{ m}$ 。图中同时给出了实验和理论计算的结果。实验结果由该实验室产品介绍提供。

由图 2 可以看出, 用(13)式计算的结果在小信号、较低泵浦功率( $P_p < 21 \text{ mW}$ )情况下与实验值符合得较好。当  $G > 25 \text{ dB}$  后, 由于放大器的 ASE 产生自饱和, 使得理论值与实验值有一定的误差。

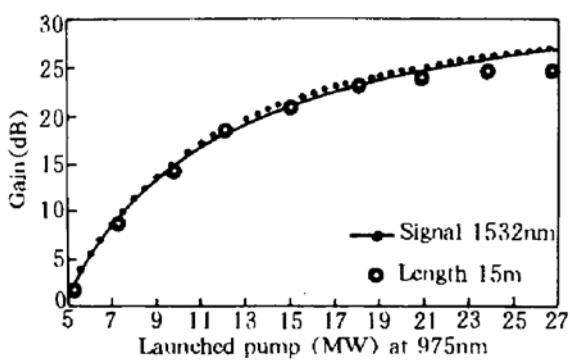


Fig. 2 The gain of an EDFA versus pump power

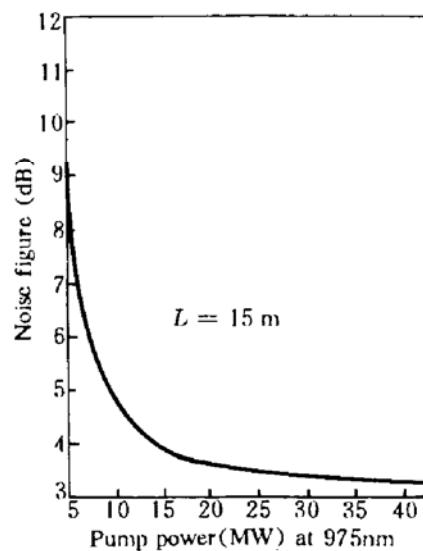


Fig. 3 The noise figure of the EDFA versus pump power

图 3 给出了在  $P_s^{\text{in}} = -20 \text{ dBm}$  情况下, 噪声系数 NF 随泵浦功率变化的结果。由图可知, 随着泵浦功率的增加, NF 随之下降。这是由于  $P_p$  增大, 粒子数反转加剧, 从而抑制了自发辐射的缘故。对于  $980 \text{ nm}$  泵浦的 EDFA, 在理想的情况下, 当泵浦功率充分大时, 粒子数反转完全, NF 将趋近  $3 \text{ dB}$  量子极限<sup>[3]</sup>。本文计算中, 采用了掺杂浓度较高( $600 \text{ ppm}$ )的光纤, 要达到  $3 \text{ dB}$  的噪声指数, 需要很大的泵浦功率。

### 参 考 文 献

- 1 E. Desurvire. Analysis of Noise Figure Spectral Distribution in Erbium-Doped Fiber Amplifiers Pumped Near 980 nm and 1480 nm. *Appl. Opt.*, 1990, 8(7) : 3118~3125
- 2 E. Desurvire, Jimpson. Amplification of Spontaneous Emission in Erbium-Doped Single-Mode Fibers. *J. Lightwave Technol.*, 1989, 7(5) : 835~845
- 3 C. Rany, E. Desurvire. Modeling Erbium-Doped Amplifiers. *J. Lightwave Technol.*, 1991, 9(2) : 271~283
- 4 C. R. Giles, E. Desurvire. Propagation of Signal and Noise in Concatenated Erbium-Doped Fiber Optical Amplifiers. *J. Lightwave Technol.*, 1991, 9(2) : 147~154

## A Simple Model of Erbium-Doped Fiber Amplifiers

Qiu Kun Tang Qibing Tang Mingguang

(National Key Lab. of Optical fiber Communication, University of Electronic  
Science and Technology of China, Chengdu 610054)

**Abstract** A simple expression deduced from EDFA (Erbium-Doped Fiber Amplifier) rate equations and light propagation equations is presented in this paper. Using the expression, gain and NF (Noise Figure) of amplifiers can be calculated. The simulated calculations are in good agreement with experimental results before the amplifiers are saturated.

**Key words** Erbium-doped fiber amplifier, gain, amplified spontaneous emission, noise figure