

# 单模光折变振荡器的输出及 稳定特性( $\phi_0 \neq \pi/2$ )

庄军

(中国科学院上海光机所 高功率激光物理国家实验室, 上海 201800)

谭维翰

(上海大学物理系, 上海 201800)

**提要** 在泵浦光非衰减的近似条件下给出了单模环形光折变振荡器中信号光随时间的演化方程, 在此基础上得到了定态输出光强和频率牵引关系, 并把非局域相位移动  $\phi_0$  作为可变参数, 系统地分析了它对定态输出的影响。另外线性稳定性分析表明, 单模光折变振荡器具有良好的稳定特性。

**关键词** 光折变振荡器

## 1 引言

目前, 利用电光晶体中光折变效应来实现光数据存储、实时全息及参量振荡器的研究在进一步地深入, 尤其是光折变参量振荡器所表现出的一系列新的实验现象越来越引起人们的注意。它不仅有单模稳定工作的一面<sup>[1,2]</sup>, 而且更有非线性系统所特有的非稳定现象, 例如多横模运转时的混沌巡游, 横向奇点及横向空间湍流等等<sup>[3,4]</sup>, 而且较一般的激光器而言现象更为明显和稳定, 给研究光学时空混沌提供了较好的物理模型。

两光束在电光晶体中之所以能发生能量转换是因为它们所形成的光场强度花样与由此而感应出的折射率光栅之间存在着一定的相位移动  $\psi$ , 并且  $\psi = \pi/2$  时, 最有利于能量的转换。 $\psi$  的值不仅包括晶体非局域响应的贡献  $\phi_0$ , 而且还包括两光束之间的频率差所带来的相移等。其中  $\phi_0$  的值实验上可以通过调节外加静电场  $E_0$  的大小来改变, 当外电场为零时,  $\phi_0 = \pi/2$ , 但这时调制深度一般较低; 而当  $E_0$  较大时, 对某些晶体而言却可以大幅度地提高调制深度, 一定条件下可获得较大的输出, 但此时  $\phi_0 \neq \pi/2$ <sup>[5]</sup>。

本文着重研究  $\phi_0 \neq \pi/2$  时振荡器定态输出的一些特点, 而当  $\phi_0 = \pi/2$ , 则可退化为文献[6]中的结果; 并且为分析其稳定特性, 我们首先给出信号光随时间的变化方程。

## 2 单模光折变振荡器的运动方程

环形光折变振荡器如图1所示, 它由三块反射镜组成, 晶体长度为  $l$ , 腔长为  $L$ 。泵浦光和信

号光的波矢分别为  $K_1, K_2$ , 两者夹角为  $2\theta$ ,  $Z$  与  $K_2$  方向一致。

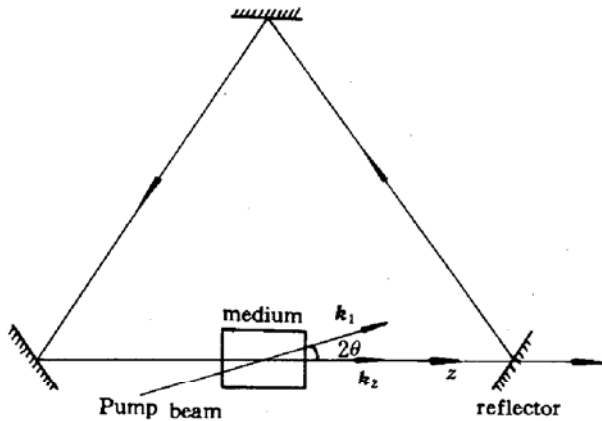


Fig. 1 Unidirectional photorefractive ring oscillator

实验中一般信号光强度远远小于泵浦光的强度, 因此可近似认为泵浦光在作用前后不发生变化, 由此泵浦光场  $E_1(t, r)$  和信号光场  $E_2(t, r)$  可写成

$$\begin{cases} E_1(t, r) = A_1 \exp[i(k_{1z}z + k_{1x}x - \omega_1 t)] \\ E_2(t, r) = A_2(t) \exp[i(k_2 z - \omega_2 t)] \end{cases} \quad (1)$$

其中  $\omega_2$  取腔的某一谐振频率,  $k_{1z} = |K_1| \cos(2\theta)$ ;  $k_{1x} = |K_1| \sin(2\theta)$ , 并假设  $E_1, E_2$  是同一方向的偏振光。代入 Maxwell 方程得

$$\nabla^2 E(t, r) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} n^2 E(t, r) \quad (2)$$

其中  $E(t, r) = E_1(t, r) + E_2(t, r)$ 。

(2) 式中的折射率  $n$  这里应写成  $n(t, r) = n_0 + \Delta n(t, r)$ ,  $n_0$  表示两光束不发生能量交换时的折射率,  $\Delta n(t, r)$  则是在光场强度花样作用下由于电光效应引起的附加折射率, 它是时间和空间的函数, 并且一般地  $\Delta n \ll n_0$ , 由 Kakhtarev 等人的理论, 在弱场近似下  $\Delta n(t, r)$  的静态值可写成<sup>[6]</sup>

$$\Delta n(t, r) = \Delta n'_s \exp(i\phi_0) \frac{A_1 A_2^*(t)}{I_0(t)} \exp\{i[|(K_1 - K_2) \cdot r - \delta t|]\} + c \cdot c \quad (3)$$

当场发生变化时, 由于晶体的响应速度相对光场的变化非常缓慢(响应时间为  $10^{-3} - 1$  s), 因此  $t$  时刻  $\Delta n(t, r)$  的值应该是 0 到  $t$  时间内的平均结果<sup>[7]</sup>, 即

$$\Delta n(t, r) = \frac{1}{\tau} \int_0^t \Delta n(t', r) \exp\left(\frac{t' - t}{\tau}\right) dt' \quad (4)$$

其中  $\Delta n'_s$  是光折变饱和常数,  $\phi_0$  就是前面所提及的非局域相位移,  $\tau$  是晶体的响应时间,  $I_0(t) = |A_1|^2 + |A_2(t)|^2$ ,  $\delta = \omega_1 - \omega_2$ , (3) 式代入(4) 式可得

$$\Delta n(t, r) = \Delta n'_s \exp(i\phi_0) A_1 \left[ g(t) \int_0^t f(t') dt' \right] \exp[i(k_{1x} - k_2)x + ik_{1z}z] + c \cdot c \quad (5)$$

为方便, 其中令

$$f(t') = \frac{A_2^*(t')}{I_0(t')} \exp(-i\delta t') \exp(t'/\tau); \quad g(t) = \frac{1}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

把(1), (5)式代入(2)式并利用缓变近似, 可得信号光随时间的变化方程为

$$\frac{\partial A_2}{\partial t} = i \frac{n_1 \pi}{\lambda} \left(\frac{c}{n_0}\right) |A_1|^2 \exp[-i(\phi_0 + \delta t)] \left[ g(t) \int_0^t f^*(t') dt' \right] \quad (6)$$

其中  $n_1 = 2\Delta n_s$ , 而  $\Delta n_s = \frac{l}{L} \Delta n'_s$ 。为简化, 作以下变换

$$\tilde{E} = A_2 \exp(i\Delta_1 t); \quad \tilde{P} = \left[ g(t) \int_0^t f^*(t') dt' \right] \exp(-i\Delta_2 t)$$

其中  $\Delta_1 = \omega_s - \omega_2$ ,  $\Delta_2 = \omega_1 - \omega_s$ ,  $\omega_s$  为信号光的工作频率, 并且  $\tilde{E}, \tilde{P}$  用泵浦光强  $\sqrt{I_1}$  归一化  $E = \tilde{E} / \sqrt{I_1}$ ,  $P = \tilde{P} / \sqrt{I_1}$ , 则(6)式成为

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial t} = -k[(1 - i\Delta_1)E - 2C \cdot P] \\ \frac{\partial P}{\partial t} = -\gamma_{\perp} \left[ (1 + i\Delta_2)P - \frac{E}{1 + |E|^2} \right] \end{cases} \quad (7)$$

$2C = ib \exp(-i\phi_0)$ ,  $b = n_1 \pi c / k \lambda$ , 其中  $k$ ,  $\gamma_{\perp} = 1/\tau$  分别是光场和折射率光栅的弛豫速率,  $\Delta_1 = \Delta_1/k$ ,  $\Delta_2 = \Delta_2/\gamma_{\perp}$ 。可以看到除反转粒子数外, (7) 式形式上与普通激光的 M-B 方程非常相似<sup>[8]</sup>。但应注意的是在 M-B 方程中  $2C$  是标志泵浦水平的一个参量, 且始终是实数; 这里的  $2C$  虽然也反应泵浦水平, 但一般情况下却是复数, 只有在无外电场时  $\phi_0 = \pi/2$ ,  $2C$  才是实数。以下着重分析  $\phi_0 \neq \pi/2$  时, 由  $2C$  的虚部给定态输出所带来的影响。

### 3 定态解讨论及稳定性分析

由 (7) 式可以给出定态信号光强度和频率牵引关系分别为

$$\begin{cases} I_2^s = \frac{2C_R - 2C_i \Delta_1'}{1 + \Delta_1'^2} - 1 = \frac{2C_R + 2C_i \Delta_2'}{1 + \Delta_2'^2} - 1 \\ \Delta_2' = \frac{2C_i + 2C_R \Delta_1'}{2C_R - 2C_i \Delta_1'} \end{cases} \quad (8)$$

$2C_R$ ,  $2C_i$  分别为  $2C$  的实部和虚部,  $2C_R = b \sin(\phi_0)$ ,  $2C_i = b \cos(\phi_0)$ 。利用上式并注意到  $\delta = \Delta_1 + \Delta_2$  可进一步给出  $\Delta_2$  (泵浦光与信号光的频率差) 与  $\delta$  (泵浦光与腔的频率差) 的关系

$$\begin{cases} \Delta_2 = \frac{\gamma_{\perp}}{k + \gamma_{\perp}} \delta; & \phi_0 = \frac{\pi}{2} \\ \Delta_2 = \frac{-l_2 + \sqrt{l_2^2 - 4l_1 l_3}}{2l_1}; & \phi_0 \neq \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (9)$$

其中  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  分别为

$$\begin{cases} l_1 = 2C_i \\ l_2 = 2C_R k + 2C_R \gamma_{\perp} - 2C_i \delta \\ l_3 = -(2C_i k \gamma_{\perp} + 2C_R \gamma_{\perp} \delta) \end{cases}$$

从上式可以看到, 当  $\phi_0 = \pi/2$  时,  $\Delta_2$  与  $\delta$  成线性关系, 与文献[6]的结果一致; 而  $\phi_0 \neq \pi/2$  时, 由 (9) 式我们给出了  $\Delta_2$  随  $\delta$  的变化曲线, 如图 2 所示, 其中曲线  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  的  $\phi_0$  值分别取为  $\pi/2$ ,  $2\pi/6$ ,  $\pi/6$  和  $0$ , 其他参数  $k \simeq 2.32 \times 10^7$ ,  $l/L = 0.002$ ,  $\tau = 0.2$ ,  $\lambda = 632.8 \text{ nm}$ ,  $\delta$  在振荡器起振的条件下变动 (参见后文), 光折变饱和常数  $\Delta n_s$  的大小不影响 (9) 式, 可取任意值。从图中我们可以看到  $\phi_0 \neq \pi/2$  时的一些特点, 首先  $\Delta_2$  与  $\delta$  不再是简单的线性关系; 其次当腔与泵浦光共振时 ( $\delta = 0$ ), 信号光与泵浦光之间却存在着失谐 ( $\Delta_2 \neq 0$ )。

对于定态光强  $I_2^s$ , 由 (8), (9) 式我们也分别给出了  $\phi_0$  取  $\pi/2$ ,  $2\pi/6$ ,  $\pi/6$  和  $0$  时,  $I_2^s$  随  $\delta$  变化的曲线, 见图 3 分别用  $a, b, c, d$  表示。光折变饱和常数  $\Delta n_s$  与外加电场的大小, 晶体的性质等有关, 对应曲线  $a, b, c, d$ ,  $\Delta n_s$  分别取为  $4.8 \times 10^{-6}$ ,  $5.2 \times 10^{-6}$ ,  $6.6 \times 10^{-6}$  和  $10 \times 10^{-6}$ 。这里  $\Delta n_s$  取不同的值仅是为作图方便, 因为事实上  $\Delta n_s$  的变化不会改变曲线的基本形状。其它参数与图 2 相同。当  $\phi_0 = \pi/2$  时, 从图中可知, 腔与泵浦光共振时 ( $\delta = 0$ ), 定态输出光强最大; 而当  $\phi_0 \neq \pi/2$  时, 最佳输出光强则要求腔与泵浦光之间存在一定的失谐量 ( $\delta \neq 0$ ), 这一点从 (8) 式中也能看到, 并且可以求得输出最大时的失谐量  $\delta_{\max}$ 。

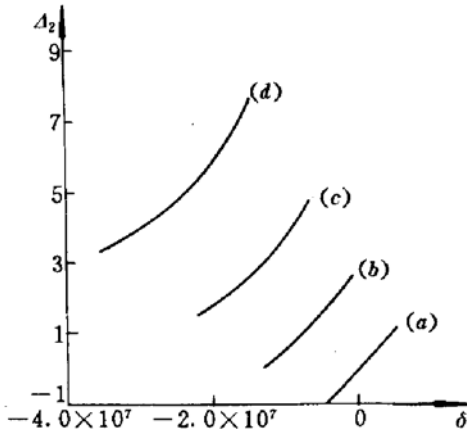


Fig. 2 The variation of  $\Delta_2$  (the difference of frequency between pump and signal beams) with  $\delta$  (the difference of frequency between pump beam and cavity),  $\phi_0 = \pi/2$  (a),  $2\pi/6$  (b),  $\pi/6$  (c), and 0 (d)

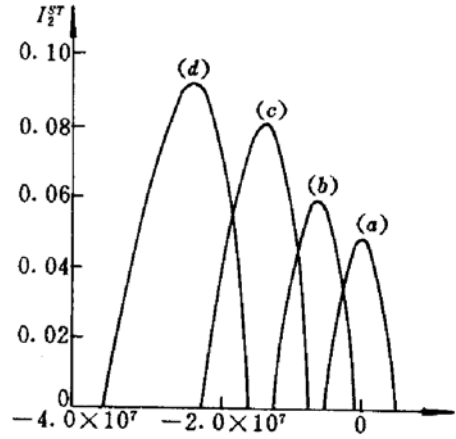


Fig. 3 The variation of steady intensity  $I_{ss}$  with detuning  $\delta$ ,  $\phi_0 = \pi/2$  (a),  $2\pi/6$  (b),  $\pi/6$  (c), and 0 (d)

$$\delta_{\max} = \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_0}{2}\right)(\gamma_{\perp} - k) \tag{10}$$

即随着相移  $\phi_0$  变小最大光强所对应的  $|\delta_{\max}|$  增大,与图 3 一致。由 (3) 式并注意到变换关系  $\tilde{E} = A_2 \exp(i\Delta_1 t)$  可知,在定态时如  $\Delta_2 = 0$ ,晶体中存在的是一个静止的折射率光栅;而  $\Delta_2 \neq 0$  时,则折射率光栅将发生移动。如果折射率光栅常数为  $\Lambda$ ,则光栅移动的速度为  $v = \Delta_2 / (2\pi/\Lambda) = \Delta_2 / K$ ,再利用 (9), (10) 式,可得最佳输出所对应的光栅移动速度

$$v = \frac{1}{K\tau} \text{tg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi_0}{2}\right) \tag{11}$$

(11) 式与文献 [7] 中用移动光栅的方法来获得最佳放大效果所给出的速度公式相同。虽然使光栅移动的方法不一样,但存在最佳失谐量  $\delta_{\max}$  的物理原因却是相同的,都是利用光栅的移动来增加  $\psi$  (见引言) 的  $\pi/2$  分量,从而获得最佳输出。

由 (8) 式我们还可给出起振条件下 ( $I_{ss} > 0$ ), 失谐量  $\delta$  的变化范围

$$\frac{(2C_i)(\gamma_{\perp} - k) - \sqrt{(2C_i)^2 + 4(2C_R - 1)(\gamma_{\perp} + k)}}{2} < \delta < \frac{(2C_i)(\gamma_{\perp} - k) + \sqrt{(2C_i)^2 + 4(2C_R - 1)(\gamma_{\perp} + k)}}{2} \tag{12}$$

(12) 式也就是图 2、图 3 中  $\delta$  的取值范围,从图中可以看到  $\phi_0$  (或  $2C_i$ ) 的变化将使得失谐范围发生移动。

最后,由运动方程 (7) 式可以得到定态解 (8) 式的稳定特性。由于光折变振荡器中晶体的响应时间远远比光场的弛豫时间长 (即  $k \gg \gamma_{\perp}$ ), 因此对电场采用绝热近似,即在 (7) 式中令  $\partial E / \partial t = 0$ , 并消去  $E$ 。如设  $P = P_0 \exp(i\phi_p)$ , 则 (7) 式成为

$$\begin{cases} \frac{\partial P_0}{\partial t} = -\gamma_{\perp} \left[ 1 - \frac{A}{1 + DP_0^2} \right] P_0 \\ \frac{\partial \phi_p}{\partial t} = -\gamma_{\perp} \left[ \Delta_2 - \frac{B}{1 + DP_0^2} \right] \end{cases} \tag{13}$$

其中参数  $A = \frac{2C_R - 2C_i \Delta_1}{1 + \Delta_1^2}$ ,  $B = \frac{2C_i + 2C_R \Delta_1}{1 + \Delta_1^2}$ ,  $D = \frac{|2C|^2}{1 + \Delta_1^2}$ , 对上式进行一般的线性稳定性分

析,可得单模稳定振荡的条件为:  $\frac{I_1 - I_2^{\text{th}}}{I_1 + I_2^{\text{th}}} < 1$ , 由此可以看到, 只要振荡器能满足振荡阈值, (8) 式所给出的定态解总是稳定的。

## 4 结 语

我们在 Kakhtarev 等人关于光折变晶体中两波相互耦合的理论基础上, 给出了弱调制近似下单模光折变振荡器随时间的演化方程, 系统分析了加电场条件下其定态输出的一些特点: 当  $\phi_0 \neq \pi/2$  时, 泵浦光与腔的失谐 ( $\delta$ ) 和与信号光的失谐 ( $\Delta_2$ ) 不再是线性关系, 并且两者不同时为零, 对于定态输出光强则存在一个最佳的失谐量。另外对失谐范围 [(12) 式所给出的  $\delta$ ] 也有影响, 但振荡器的稳定特性则与  $\phi_0$  无直接关系, 只要能起振系统总是稳定的。

## 参 考 文 献

- 1 Jean-Louis de Bougrenet de la Tocnaye, Pierre Pellat-Finet. Effect of using a  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  light amplifier on the formation and competition of modes in optical resonators. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1986, 3:315
- 2 G. Pauliat, P. Gunter. Coherent Light Oscillator with Photorefractive  $\text{KNbO}_3$  Crystals. *Opt. Commun.*, 1988, 66: 329
- 3 F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza *et al.*. Experimental Evidence of Chaotic Itinerancy and Spatiotemporal Chaos in Optics. *Phys. Rev. Lett.*, 1990, 65:2531
- 4 F. T. Arecchi, G. Giacomelli, P. L. Ramazza *et al.*. Vortices and Defect Statistics in Two-Dimensional Optical Chaos. *Phys. Rev. Lett.*, 1991, 67:3749
- 5 A. Marrakchi, J. P. Huignard, P. Gunter. Diffraction Efficiency and Energy Transfer in Two-wave Mixing Experiments with  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  Crystals. *Appl. Phys.*, 1981, 24:131
- 6 Pochi Yeh. Theory of unidirectional photorefractive ring oscillators. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1985, 2:1924
- 7 J. P. Huignard, A. Marrakchi. Coherent signal beam amplification in two-wave mixing experiments with photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  crystals. *Opt. Commun.*, 1981, 38:249
- 8 H. Lin, N. B. Abraham. Transverse pattern variations in a laser with a parabolic excitation profile. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1991, 8:2429

## Output and Stability of a Single-mode Photorefractive Oscillator

Zhuang Jun

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

Tan Weihai

(Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 201800)

**Abstract** A theory for single-mode photorefractive oscillator is derived in the weak-field limit so that pump depletion can be neglected. Its intensity and frequency pulling are analyzed for the different nonlocal phase shift. In addition, the linear stability analysis shows that the operation of the oscillator is stable.

**Key words** photorefractive oscillator