

石英晶体旋光性对激光纵模分裂的影响*

李嘉 张书练

(清华大学精仪系, 北京 100084)

摘要 晶体石英置于 He-Ne 激光谐振腔中, 由于双折射效应, 会产生激光频率分裂。本文报道了频率分裂量与光线光轴夹角的非线性关系及对此现象的研究, 实验结果表明频率分裂曲线与石英旋光性曲线有对应关系, 即旋光性是一个影响频率分裂的因素。

关键词 石英晶体, 双折射, 模分裂, 旋光性

1 引言

从一般意义上讲, 人们对激光纵模分裂现象的研究始于 60 年代。激光问世不久, 人们就开始了环形激光陀螺和 He-Ne 塞曼激光器的研究。环形激光在转动中, 顺时针和逆时针的两个频率产生一定频差, 而塞曼激光器则是在磁场作用下, 由频率牵引效应引起频率分裂。

如今, 又发展了一种基于晶体双折射效应而产生频率分裂的新技术, 基于此技术, 可以研制新型双频激光器, 产生 40 MHz 到一个纵模间隔之间的任意频率差, 而且结构简单。另外, 这一技术还可以应用于精密测量, 如精密测角, 测位移等。因此进一步研究和完善基于双折射效应的频率分裂技术是一个很有价值的课题。

本文描述了基于双折射效应频率分裂的原理及实验现象, 并讨论了测试晶体旋光性的方法及结果。

2 由石英晶体造成的激光纵模分裂及畸变现象

由于石英晶体的双折射效应, 当将一石英晶片置于激光器谐振腔内并使光线与晶体光轴有一定夹角 θ 时(图 1), 谐振腔内将产生振动方位互相垂直的两束光(o 光和 e 光)。由于它们在石英中有不同的折射率(n_o 和 n_e'), 于是一个激光器谐振腔(腔长为 L)变成具有两个物理长度的谐振腔(L_o 和 L_e), 从而导致激光基纵模发生分裂, 每一个纵模(频率为 ν)分裂成为两个频率的光(ν_o 和 ν_e)^[1]。

设激光器腔内 o 光和 e 光的光程差为 δ , 而

$$\delta = L_e - L_o$$

$$\nu_e = c * q / (2 * L_e)$$

* 本项目为国家自然科学基金项目。

$$\nu_o = c * q / (2 * L_o)$$

$$\nu_o - \nu_e = c * q * [(1/L_o) - (1/L_e)] / 2 = [c * q / (2 * L_o)] * (1/L_o) * \delta = \nu_e * \delta / L_o$$

实际上, $L = L_o, \nu \approx \nu_e$, 设 $\Delta\nu = \nu_o - \nu_e$, 则

$$\Delta\nu = \nu * \delta / L \quad (1)$$

设 l 为晶片在光路中的厚度, 则 $\delta = (n_e' - n_o) * l$

$$\Delta\nu = \nu * (n_e' - n_o) * l / L \quad (2)$$

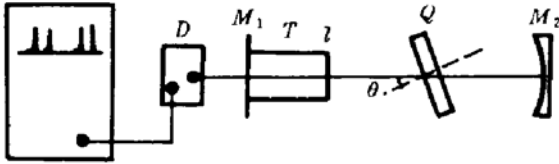


Fig. 1 Experimental setup of laser mode splitting

Q: quartz plate whose crystalline axis is perpendicular to its surface (thickness, 2.55 mm); T: gain tube; l: anti-reflection plate; M₁, M₂: two mirrors which form a resonant cavity; D: JPM-1 scanning interferometer

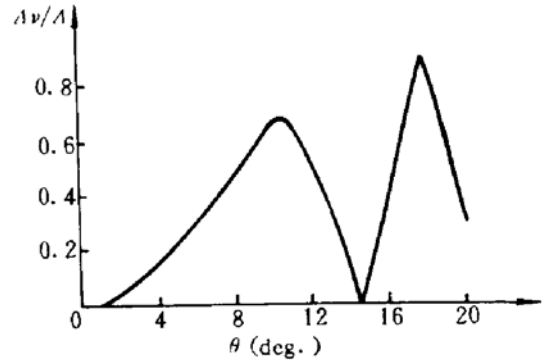


Fig. 2 Curve of mode splitting

根据折射率椭球分析, 在光线与光轴夹角 θ 增加的过程中, n_e' , l 都在增加, 同时 δ 也在增大, 那么由式(1)看出 $\Delta\nu$ 也应当是单调增加的。采用图 1 所示的实验装置, 可以得到相对频率分裂量 $\Delta\nu/\Delta$ (Δ 为激光纵模间隔) 与光线 - 光轴夹角 θ 的关系, 实验曲线见图 2。

由图 2 可以看到当 θ 在 $1^\circ \sim 10^\circ$ 的范围内相对频率分裂量 $\Delta\nu/\Delta$ 是随着 θ 的增大而增加的, 一直到 $\Delta\nu/\Delta = 0.67$ 。在 $10^\circ \sim 14^\circ 20'$ 之间, 相对频率分裂量开始随着 θ 的增加而减小, 到 $\theta = 14^\circ 20'$ 时 $\Delta\nu/\Delta = 0$, 相当于没有发生频率分裂。我们称这种频率分裂量随光线与光轴夹角的增大而减小的现象为激光纵模分裂畸变现象。

从 $\theta = 14^\circ 20'$ 开始, $\Delta\nu/\Delta$ 又开始随 θ 的增大而迅速增大, 这时曲线的斜率很大, 比在 $1^\circ \sim 10^\circ$ 范围内变化更快, $\Delta\nu/\Delta$ 可达 0.82。从 $17^\circ 40'$ 开始, $\Delta\nu/\Delta$ 再次下降。

所以从总的趋势来看 $\Delta\nu/\Delta \sim \theta$ 是一条变化复杂的曲线。那么, 这与我们从式(2)得到的结果相矛盾, 因为按照推导, $\Delta\nu/\Delta$ 应当是关于 θ 的单调增函数。这一矛盾需要通过分析和实验加以解释。

我们知道石英晶体不仅有双折射效应, 还有旋光性。当光线与光轴方向相同时, 旋光性最强, 当光线方向与光轴垂直时, 旋光性很弱。在实验中, 光线与光轴夹角从 0° 开始逐渐增大, 恰处于旋光性作用较强的区域, 那么是否由于旋光性的作用而造成 $\Delta\nu/\Delta \sim \theta$ 曲线的不规则性呢? 我们将通过实验加以研究讨论。

3 晶片旋光性测试及讨论

设有一石英晶片置于光路之中, 入射光与晶体表面法线有一定夹角, 晶片的光轴平行于表面法线(图 3)。

暂不考虑晶体的旋光性, 由于晶体的双折射效应, 入射光进入晶体后分为振动方向互相垂直的 o 光和 e 光, 出射后由于 o 光和 e 光有一定的位相差, 它们合成为椭圆偏振光。再考虑旋光

性的作用,实际得到的是另一椭圆偏振光。在这个椭圆偏振光里既包含了双折射效应的信息,又引入了旋光性的作用。所以我们考虑用椭偏仪来研究石英晶片。

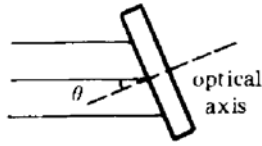


Fig. 3 The angle θ between a laser beam and the crystalline axis of a quartz plate

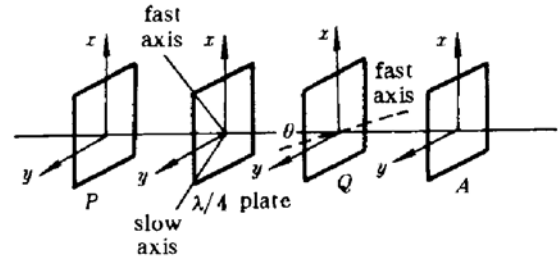


Fig. 4 Scheme of the testing setup
P, A; polarizer; Q; quartz plate to be tested

3.1 实验原理

将起偏器 P , 四分之一波片, 待测石英晶片 Q , 检偏器 A 按图 4 方式安置好。光线经起偏器 P 后成为线偏振光(设 α_p 为起偏器通光方向与 x 轴夹角)

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha_p \\ \sin\alpha_p \end{pmatrix}^{[2]}$$

四分之一波片的快轴与 x 轴夹角为 45° , 其琼斯矩阵为

$$\begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$$

待测晶片 Q 的琼斯矩阵是未知的, 但考虑到它对光线的双折射效应和旋光性作用, 且在晶片转动过程中光轴一直位于入射面内, 设其琼斯矩阵为(δ_p 为双折射效应引起的 o, e 光的位相差)

$$\begin{pmatrix} ke^{-i\delta_p} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

光线先经过起偏器, 然后依次通过四分之一波片和待测晶片, 这时光线的琼斯矩阵为

$$\begin{pmatrix} E_x' \\ E_y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ke^{-i\delta_p} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\alpha_p \\ \sin\alpha_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ke^{-i\delta_p} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} ke^{\begin{pmatrix} i(\delta_p - \pi/2 + \alpha_p) \\ -i(\pi/2 - \delta_p) \end{pmatrix}} = [1] \quad (3)$$

3.1.1 由式(3)的推导过程可以看出光经 P 和四分之一波片后一般得到的是椭圆偏振光

$\begin{pmatrix} e^{-i\delta_p} \\ e^{-i(\pi/2 - \delta_p)} \end{pmatrix}$, 它在 x, y 轴上振动分量的振幅是相同的, 即 $|A_y/A_x| = 1$ 。这个椭圆偏振光经过晶

片 Q 后, 一般也得到另一个椭圆偏振光[式(3)]。但是我们可以通过旋转起偏器 P (即改变 α_p) 来调节 E_x', E_y' 的位相差, 从而得到一个线偏振光。

要使从晶片出射的光 $\begin{pmatrix} E_x' \\ E_y' \end{pmatrix}$ 为线偏振光, 需

$$1) \quad \delta_p - \pi/2 + 2 * \alpha_p = 0$$

$$\delta_p = \pi/2 - 2 * \alpha_{p(1)} \quad (4a)$$

$$2) \quad \delta_p - \pi/2 + 2 * \alpha_p = -\pi$$

$$\delta_p = -\pi/2 - 2 * \alpha_{p(2)} \quad (4b)$$

判断 $\begin{pmatrix} E_x' \\ E_y' \end{pmatrix}$ 是否为线偏振光由检偏器 A 来完成。

3.1.2 当 $\begin{pmatrix} E_x' \\ E_y' \end{pmatrix}$ 为线偏振光时, 若 A 的通光轴与线偏振光振动方向垂直, 则系统处于消光状

态。我们已知光线经四分之一波片后 $|A_y/A_x| = 1$ ，若晶片没有旋光性，则椭圆偏振光再经过晶片 Q 后只是位相延迟量发生变化，仍应满足 $|A_y/A_x| = 1$ (即 $k = 1$)，检偏器 A 的方位角应为 45° 或 135° 。但正是由于旋光性的作用，才使 $k \neq 1$ ，得到不同方向的线偏振光。那么该线偏振光相对于 $k = 1$ 时的转角即为旋光角度，记作 β 。

$$\begin{aligned} \text{当起偏器方位角为 } \alpha_{P(1)} \text{ 时, } \begin{bmatrix} E_x' \\ E_y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 1/k \end{bmatrix} \\ \beta &= \alpha_{A(1)} - 135^\circ \end{aligned} \tag{5a}$$

$$\begin{aligned} \text{当起偏器方位角为 } \alpha_{P(2)} \text{ 时, } \begin{bmatrix} E_x' \\ E_y' \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 \\ -1/k \end{bmatrix} \\ \beta &= \alpha_{A(2)} - 45^\circ \end{aligned} \tag{5b}$$

α_A 为检偏器通光方向与 x 轴夹角。

由上述分析可知，只要测出消光状态下起偏器和检偏器方位角，就可以算出晶片对光线的双折射效应及旋光作用。

3.2 实验步骤

- 3.2.1 将晶片装在经纬仪度盘上。
- 3.2.2 将入射管、反射管调在一条水平线上，使入射管出射的光能被反射管接受到。
- 3.2.3 将晶片放在样品台上，调节经纬仪底座，使晶片表面垂直于光线， $\theta = 0^\circ$ 。
- 3.2.4 转动起偏器 P 和检偏器 A 使系统达到消光状态 (即观察窗内全黑)，记下 P, A 的方位角读数 P_1, A_1 。起偏器 P 从 P_1 位置再转过 90° ，调节检偏器使系统仍处于消光状态，记下此时方位角 P_2, A_2 。
- 3.2.5 依次改变 θ ，重复步骤 (3.2.4)。

3.3 实验结果及讨论

按式 (4), (5) 计算出 o, e 光的光程差及旋光角度，结果见图 5 和图 6。

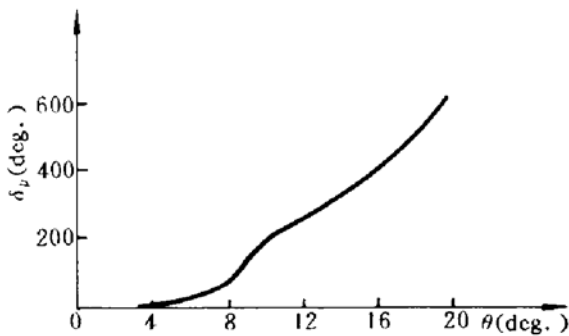


Fig. 5 Phase difference of o -light and e -light

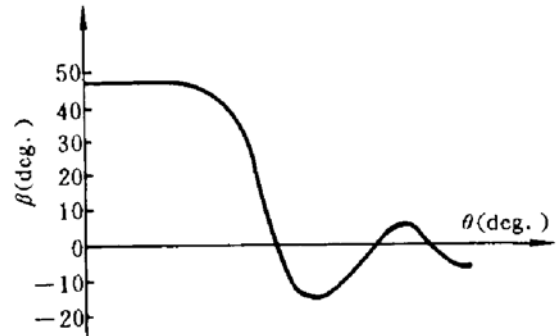


Fig. 6 Activity of the tested quartz plate

3.3.1 由图 5 可以看出 $\delta_p \sim \theta$ 是一条单调增加的曲线，这说明在增大光线光轴夹角时， o, e 光的光程差也是增加的，与我们用折射率椭球分析的结果是一致的。

3.3.2 式 (1) 中 $\Delta\nu = \nu_o - \nu_e = \nu\delta/L$ 表明 $\Delta\nu$ 在 ν, L 一定的条件下只与 δ 有关，那么在实验证明 $\delta_p \sim \theta$ 确为单调增函数的前提下，我们无法只从双折射效应的角度来解释图 2 中 $\Delta\nu/\Delta$ 随 θ 增加而减小至 0 的现象。这意味着肯定还有别的因素影响激光频率分裂。

对式 (1) 求导

$$d\Delta\nu/d\theta = (\nu/L) * (d\delta/d\theta)$$

说明在 $d\delta/d\theta$ 较大, 即 $\delta(\theta)$ 变化较陡时, ν 增加得快, 图 5 证实了这一点。在图中 θ 在 $0^\circ \sim 10^\circ$ 这一段的斜率相对于 $14^\circ 20' \sim 17^\circ 40'$ 段的小, 而在图 2 中可以看到曲线在 $0^\circ \sim 10^\circ$ 范围内比在 $14^\circ 20' \sim 17^\circ 40'$ 时变化缓慢。这表明式(1)还是有一定意义的。

3.3.3 在 $\theta = 0^\circ$ 时, 测出 $\beta = 47^\circ 48'$, 这与文献中给出的石英晶体的旋光角度是相符的^[2](晶片厚 2.55 mm)。

3.3.4 从图 6 可以看出 $\beta \sim \theta$ 曲线是一条复杂的曲线。 θ 在 $0^\circ \sim 5^\circ$ 之间, β 基本上没有发生变化, 约为 47° 。在 $5^\circ \sim 9^\circ 20'$ 之间, β 迅速下降至 0° 。在 $9^\circ 20' \sim 14^\circ 20'$ 之间, β 为负值, 光线从左旋变为右旋。从 $14^\circ 20'$ 开始, 旋光性又开始为正, 先升后降, 至 $17^\circ 30'$ 时又回到 0° , 然后 β 再次为负到 $\theta = 20^\circ 50'$ 。

3.3.5 比较图 2, 图 6, 我们发现 $\Delta\nu/\Delta$ 的下降区间($10^\circ \sim 14^\circ 20'$, $17^\circ 40' \sim 20^\circ$) 正好对应了 $\beta < 0$ 的区间。

实验证明, 晶体旋光性对频率分裂有影响, 得到的 $\beta \sim \theta$ 曲线为我们进一步研究频率分裂量 $\Delta\nu$ 与光线 - 光轴夹角的关系提供了有价值的线索。

致谢 作者曾与严瑛白教授做过有益的讨论, 感谢严樟根副教授在提供和使用仪器中给予的帮助。

参 考 文 献

- 1 Shulian Zhang *et al.*. The study of full-intracavity dual frequency and relative frequency splitting. *Opt. Eng.*, to be published
- 2 严瑛白, 应用物理光学. 北京: 机械工业出版社, 1990. 365~373, 393~395

Optical Activity's Influence on Mode Splitting in Crystal Quartz

Li Jia Zhang Shulian

(Department of Precision Instrument, Tsinghua University, Beijing 100084)

Abstract Because of the birefringence effect, when a quartz plate is placed in a He-Ne cavity, the phenomenon of mode splitting will occur. This paper reports the nonlinear relation between the quantity of mode splitting and the angle between a laser beam and optical axis of a quartz plate. Experiment is done, showing that the optical activity is a factor which influences mode splitting.

Key words crystal quartz, birefringence, mode splitting, optical activity