

# 平焦场光栅的成像特性

李儒新 范品忠 徐至展 张正泉 陆培祥

(中国科学院上海光机所, 上海 201800)

**提要** 给出了变栅距凹面光栅的光程函数和综合像差的普遍表达式,在此基础上针对我们采用的 HITACHI 变栅距平焦场凹面光栅的实际参数,详细研究了它的成像性质,同时还给出了使用该光栅的平焦场光栅谱仪工作在像散和消像散两种模式下的典型实验结果。

**关键词** 变栅距凹面光栅,平焦场光栅谱仪,像散,消像散

## 1 引 言

近年来,平焦场光栅谱仪已成为各国从事 X 射线激光实验研究的著名实验室普遍采用的诊断工具<sup>[1]</sup>,这是由平焦场光栅谱仪独到的优点所致。然而,关于平焦场光栅的光谱像性质的研究还很不充分。此外,关于凹面光栅的光程函数和综合像差,T. Namoka 仅针对等栅距情形作了详细的描述<sup>[2]</sup>,而 T. Harada 等人仅给出了变栅距凹面光栅位于子午面内的光源的有关结果<sup>[3]</sup>。本文将给出可变栅距凹面光栅的光程函数和综合像差的普遍表达式,在此基础上针对我们采用的 HITACHI 变栅距平焦场凹面光栅的实际参数<sup>[4,5]</sup>,详细研究了它的光谱像性质,同时给出的还有使用该光栅的平焦场光栅谱仪工作在像散和消像散两种模式下的典型实验结果,为进一步指导实验提供帮助。

## 2 变栅距凹面光栅的光程函数

本文所考虑的变栅距光栅是在凹球面基底上用机械刻划方法制造的反射光栅,我们按如下方法设立坐标系:将光栅顶点  $O$  设为坐标原点(图 1), $x$  轴沿光栅表面的法线方向, $z$  轴平行于光栅刻槽,设  $A(x, y, z)$  为在狭缝上的实际点光源, $B(x', y', z')$  为在光谱线上对应的衍射像点,入射角  $\alpha$  和衍射角  $\beta$  分别为点  $A$  和点  $B$  的角坐标, $\alpha$  和  $\beta$  均在  $x-y$  平面内测量,符号原则是:如果该角是从光栅法线顺时针旋转之后得到的为正,反之则为负,设光栅表面上任意点的坐标为  $(u, w, l)$ ,显然三个坐标值满足下式

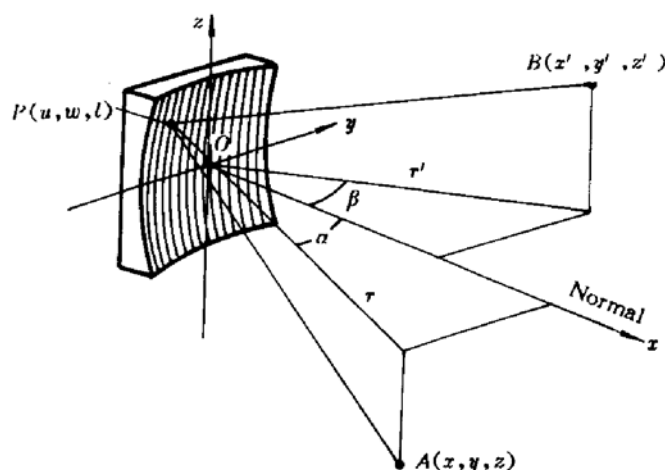


Fig. 1 Schematic graph of a concave grating

$$u = R - [R^2 - (w^2 - l^2)]^{1/2} \quad (1)$$

其中  $R$  为光栅半径, 由于一般情况下,  $u \ll w$ ,  $u \ll l$ , 上式可用级数展开为

$$u = \frac{w^2 + l^2}{2R} + \frac{(w^2 + l^2)^2}{8R^3} + \frac{(w^2 + l^2)^3}{16R^5} + \dots \quad (2)$$

若  $P(u, w, l)$  为入射光线  $AP$  在光栅表面上的入射点,  $PB$  为衍射光线, 对光线  $APB$ , 光程函数可以写为

$$F = \langle AP \rangle + \langle PB \rangle + nm\lambda \quad (3)$$

其中  $\langle AP \rangle$  和  $\langle PB \rangle$  分别表示  $AP$  和  $PB$  之间的光学长度,  $m$  为光谱级次,  $n$  表示由入射点到光栅顶点之间跨过的刻槽数目, 根据图 1 中各点的坐标易知

$$\langle AP \rangle = [(x - u)^2 + (y - w)^2 + (l - z)^2]^{1/2} \quad (4)$$

$$\langle PB \rangle = [(x' - u)^2 + (y' - w)^2 + (l - z')^2]^{1/2}$$

利用柱坐标  $x = r \cos \alpha$ ,  $y = r \sin \alpha$ ,  $x' = r' \cos \beta$ ,  $y' = r' \sin \beta$ , 则

$$\langle AP \rangle = [r^2 + z^2 + (u^2 + w^2 + l^2) - 2ur \cos \alpha - 2wr \sin \alpha - 2zl]^{1/2} \quad (5)$$

$$\langle PB \rangle = [r'^2 + z'^2 + (u^2 + w^2 + l^2) - 2ur' \cos \beta - 2wr' \sin \beta - 2z'l']^{1/2}$$

我们采用 T. Harada 等人的变栅距凹面光栅的模型<sup>[3]</sup>

$$n = \frac{1}{\delta_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{R^{n-1}} w^n = \frac{1}{\delta_0} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{R^{n-1}} (w - utg\varphi)^n \quad (6)$$

$$b_1 = 1$$

$\varphi$  角为刻槽侧面与  $x-z$  平面之间夹角的余角,  $\delta_0$  为光栅名义刻槽间距, 将式(5)和(6)代入式(3), 并利用式(2)可得到变栅距光栅的方程函数, 用  $w$  和  $l$  的多项式表示为

$$F = \langle AP \rangle + \langle PB \rangle + nm\lambda = r \left( 1 + \frac{z^2}{r^2} \right)^{1/2} + r' \left( 1 + \frac{z'^2}{r'^2} \right)^{1/2} + wF_{10} + lF_{01} + wlF_{11} + w^2F_{20} \\ + l^2F_{02} + w^2lF_{21} + wl^2F_{12} + w^3F_{30} + l^3F_{03} + w^2l^2F_{22} + w^4F_{40} + l^4F_{04} + O(w^5) \quad (7)$$

如果令  $z = 0$ ,  $z' = 0$ , 则式(7)就简化为 T. Harada 等人的关于 in-plane Mounting 情形的光程函数<sup>[3]</sup>, 若令  $b_n = 0 (n = 2 \sim \infty)$ , 则(7)式就变为等间距光栅的光程函数表达式, 与 T. Namioka 的结果一致<sup>[2]</sup>, 而我们导出的(7)式则是一个普遍的表达式。

(7)式中  $F_{ij} = C_{ij} + (m\lambda/\delta_0)M_{ij}$ ,  $M_{ij}$  称为球差校正项,  $C_{ij}$  为传统的像差项,  $M_{ij}$  各项的表示式与文献[3]中一致, 文献[3]所缺的几项为  $M_{01} = M_{11} = M_{21} = M_{03} = 0$ 。

上面我们已得到了变栅距凹面光栅的光程函数, 再结合 Fermat 原理可以导出聚焦条件:

$$\frac{\partial F}{\partial w} = F_{10} + lF_{11} + 2F_{20}w + 2lF_{21}w + l^2F_{12} + 3F_{30}w^2 + 2l^2F_{22}w + 4F_{40}w^3 + O(w^4) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial F}{\partial l} = F_{01} + wF_{11} + 2F_{02}l + w^2F_{21} + 2wF_{12}l + 3F_{03}l^2 + 2w^2F_{22}l + 4F_{04}l^3 + O(w^4) = 0 \quad (9)$$

可以证明满足像差最小条件的组态, 即  $r, r'$  与  $R$  的空间关系与等栅距凹面光栅(其组态为 Rowland 或 Wadsworth mounting)不同, 它与  $b_n$  各项的具体值有关。(9)式和(10)式确定了由光栅的任一部位  $(w, l)$  衍射的光线的走向。由某一光源  $(r, \alpha, z)$  发出的光线在某一光谱像位置  $(r', \beta, z')$  处的像宽和像长分别为

$$W = r' \left( \frac{\partial F}{\partial w} \right) \sec \beta \quad (10)$$

$$L = r' \left( \frac{\partial F}{\partial l} \right) \quad (11)$$

### 3 平焦场凹面光栅谱仪的光谱像性质

平焦场凹面光栅一般是具有像差校正能力的变栅距光栅,即通过调整参数  $b_2, b_3, b_4$  和  $\delta_0$ ,使光栅刻槽间距按预定规律变化,以使某些波长处的某些像差得到校正,并且使整个光谱焦面为一平面,易于与平直探测器联接,常用的平焦场凹面光栅是用数控刻划机通过机械手段制成,可以去除干涉法制造中记录激光波长的限制,因此更有广泛性,我们使用的 HITACHI 平场光栅就是其中的典型代表。下文中,我们利用文献[5]所给的该光栅的实际参数(见图 2)研究平焦场凹面光栅谱仪的光谱像性质。为叙述简便,下文分色散和非色散两个方向进行考察。

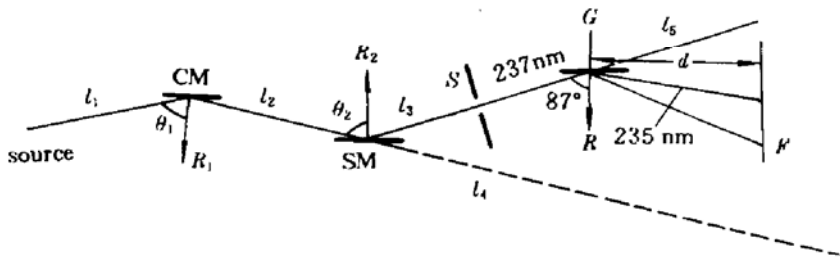


Fig. 2 Configuration and parameters of a flat-field grating spectrometer

Grating parameter:  $R = 5649 \text{ mm}$ ;  $w \times l = 50 \times 30 \text{ mm}^2$ ;  $\delta_0 = 1/1200 \text{ mm}$ ;

$b_1 = 1$ ;  $b_2 = -20$ ;  $b_3 = 4.558 \times 10^2$ ;  $b_4 = -1.184 \times 10^4$

#### 2.1 色散方向

我们首先分析参数  $\varphi$  的影响,利用光栅子午面内的水平聚焦特性:

$$F_{20} = \frac{1}{2} \left( \frac{\cos^2 \alpha}{r} - \frac{\cos \alpha}{R} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{\cos^2 \beta}{r'} - \frac{\cos \beta}{R} \right) + \frac{m\lambda}{\delta_0} \frac{1}{R} \left( b_2 - \frac{\text{tg} \varphi}{2} \right) = 0 \quad (12)$$

若设  $d$  为光谱像到光栅顶点的距离的  $y$  轴分量,则由上式可求出对于不同的  $\varphi$  值,  $d$  随波长的变化情况,即平焦场特性随成像波长的变化情况,如图 3 所示。可见在整个工作波段,相应于各波长的  $d$  值最大偏差均不超过 1.35%,很好地满足了平焦场要求。图中当  $\varphi = 1^\circ$  时,整个波段聚焦最好的位置偏离设计波长 10 nm 的聚焦位置 ( $d = 235 \text{ nm}$ ) 最小。但是,(12)式给出的水平聚焦项仅考虑了离焦的影响,未计及慧差等高阶像差的作用。由于平焦场凹面光栅谱仪的光谱像探测位置为一平面,那么光谱像宽表达式(10)应变为

$$W' = \frac{W}{\sin \beta} = \frac{2r' (\partial F / \partial w)}{\sin 2\beta} \quad (13)$$

将(8)式和各具体参数代入上式,我们计算了当  $l = 0$  时,光谱像宽度随波长变化的情况,如图 4 所示,我们发现了一个有趣的结果,即可以通过改变  $\varphi$  值使不同波段内的像宽达到最小。如对较长波长区,  $\varphi$  值越大越好 ( $\varphi$  值受刻划机刻划范围的限制,一般取  $\varphi$  值为  $0^\circ \sim 30^\circ$ ),对较短波长区,  $\varphi$  值越小越好。

讨论光栅的理论分辨时常涉及最佳宽度问题,一般的凹面光栅的最佳宽度源于像差与总体效率的折衷,对具有像差校正能力的变间距光栅,经典的最佳宽度表示式已不适用,但我们可以得出以下定性结论:即对于像差校正光栅,欲达到普通的等间距光栅的分辨率,所容许的数值孔径将更大,因而可以获得更好的集光效率;在同一数值孔径时,像差校正光栅则具有更高的分辨率。

理论上,该平焦场凹面光栅谱仪所能分开的最小波长间隔可表示为

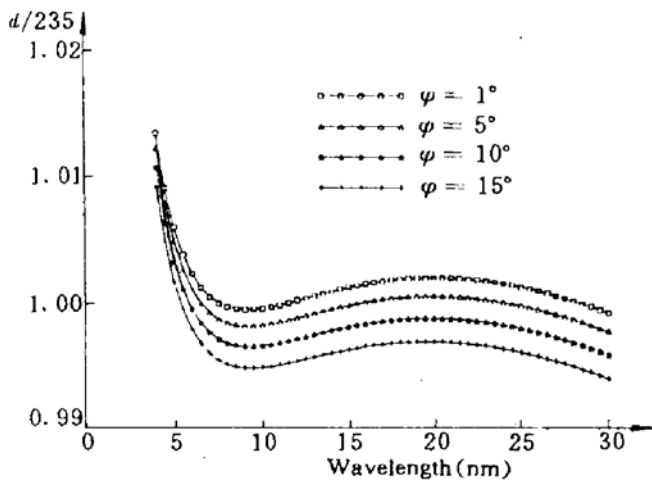


Fig. 3 Change of the position of best image with regarding to wavelength when adopting different  $\varphi$

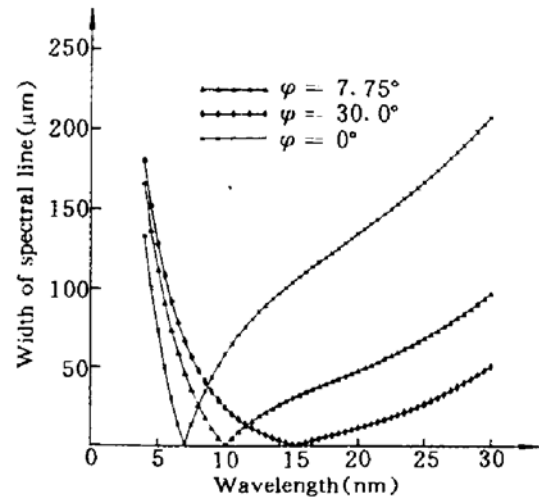


Fig. 4 Change of the width of the spectral image with regarding to wavelength when adopting different  $\varphi$

$$\Delta\lambda = W\delta_0\sin^2\beta\cos\beta/0.235 \quad (14)$$

文献[6]已给出了对于点光源,在 10 nm 处该光栅的理论分辨率 ( $\Delta E/E$ ) 为  $4.93 \times 10^{-4}$ ,相当于  $\Delta\lambda$  约为 0.0042 nm。即这种像差校正光栅可获得很高的分辨率。但实验获得的  $\Delta\lambda$  约为 0.01 nm 左右<sup>[4,6]</sup>,造成分辨率下降的主要原因在于: 1) 源加宽; 2) 对准误差引起的高阶像差,下面分别讨论。

对于使用狭缝的光谱仪来说,源加宽主要来源于狭缝具有一定的宽度,设狭缝宽度为  $s$ ,其上下边沿出发的光线的入射角差为  $d\alpha$ ,衍射角差为  $d\beta$ ,通过光栅影射之后的狭缝像宽度为  $s'$ ,由光栅方程可知

$$\frac{d\alpha}{d\beta} = \frac{\cos\beta}{\cos\alpha} \quad (15)$$

对于平场谱仪,  $d\alpha = s/237$ ,  $d\beta = s'\sin\beta/235$ ,那么

$$s' = 1.983 \times \cos\alpha \times s/\sin 2\beta \quad (16)$$

这与罗兰圆光栅谱仪 ( $s = s'$ ) 不同,由(16)式可知,源加宽随波长而改变,波长越短,加宽越严重,对于  $s = 10 \mu\text{m}$  的狭缝,当  $\lambda$  为 10 nm 时,源加宽约为 0.002 nm。此外,实际光源在纵向也有一定尺度,当光源偏离子午面时,光谱像宽度迅速增加(见图 5)。

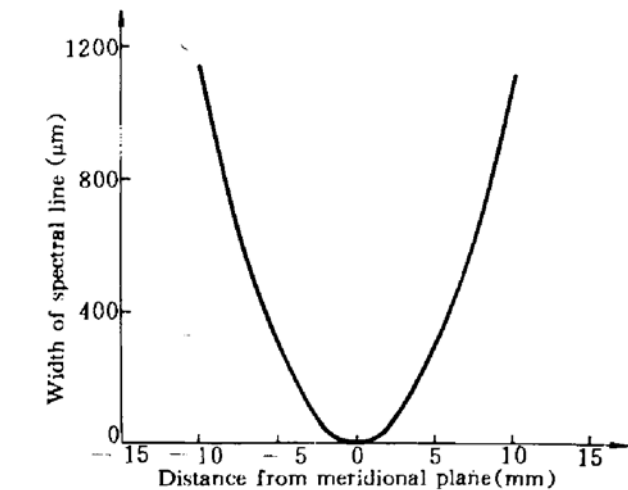


Fig. 5 Change of the width of the spectral image with regarding to the distance between source and meridional plane

对准误差是多方面的,其中一个很关键的参数是  $\alpha$  角,其设计值为  $87^\circ$ ,平焦场特性对  $\alpha$  角的变化非常敏感,由聚焦条件(12)式结合光栅色散方程可导出

$$\frac{dr'}{d\alpha} = \frac{r'^2}{\cos^2\beta} \left[ \frac{\sin\alpha}{R} + \frac{2\cos\alpha}{R} \left( b_2 - \frac{\text{tg}\varphi}{2} \right) - \frac{\sin 2\alpha}{r} \right] \quad (17)$$

由此引起的光谱像加宽量为

$$dW = 2a \times \Delta\alpha \times dr'/d\alpha \quad (18)$$

式中  $a$  为光栅的数值孔径。因而由  $a$  角误差导致的加宽很明显,且摄谱范围内的短波长区更为严重,一般地,当  $a$  角变化  $0.5^\circ$  时,引起的离焦量为  $5 \sim 20$  mm。例如对波长为  $10$  nm 的衍射像,  $a = 0.017$ ,只要  $a$  角有  $1.5 \times 10^{-4}$  rad 的偏差,就能使最小可分辨波长间隔由  $0.0042$  nm 下降至  $0.01$  nm。

## 2.2 垂直于色散方向的光谱像特性

垂直于色散方向的光谱像特性主要是像的长度直接影响了光谱焦面上的辐照度,也决定了光谱像沿垂直色散方向的一维空间分辨能力。一般的凹面光栅在掠入射情形下像散极为严重,关于像散的最直观理解是在子午和弧矢面内,光源分别由两个不同曲率的凹面镜成像,对于子午面而言,曲率半径  $r = R \cos a$ ;而弧矢面内,曲率半径则为  $R$ (因为是旁轴对称),这样,子午焦点和弧矢焦点显然不能重合,对于变栅距光栅则可以通过给定满足在某一波长处  $dF/dl = 0$  的  $b_2, b_3$  和  $b_4$  值,达到消像散的目的。我们使用的 HITACHI 变栅距光栅,其栅距的变化规律是为了实现平焦场的目的,它的像散还是非常严重的,但可以使用前置像散补偿的光学元件与光栅一起构成消像散的光学系统,我们采用的前置光学系统由一块球面镜和一块柱面镜组成,使谱仪工作于消像散模式<sup>[4]</sup>;去掉柱面镜则可使谱仪工作于像散模式<sup>[7]</sup>。

像散模式状态下,球面镜将光源成像于狭缝处,由于光源距球面镜较远且球面镜半径很大,光栅相当于被一较长线源照明,其光谱分辨显然下降,但光谱像沿长度方向变得十分均匀,这是由于狭缝上每一点光源单元所成的像散像相互叠加的结果。这一特性可用于形成大尺度的均匀的线状单色 X 光源,这种光源有重要的用途。例如可用于 X 光底片响应特性的标定<sup>[7]</sup>,典型的光谱照片如图 6,照片上每条光谱线有 6 个黑度阶梯,这是由于底片前放置了 6 阶梯的衰减滤片。我们发现在未放滤片时长约  $15$  mm(受暗盒快门的尺寸所限)的光谱像上的强度起伏小于  $5\%$ 。

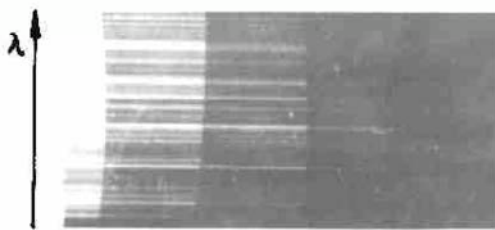


Fig. 6 Typical spectral photo of the astigmatic mode of our spectrograph

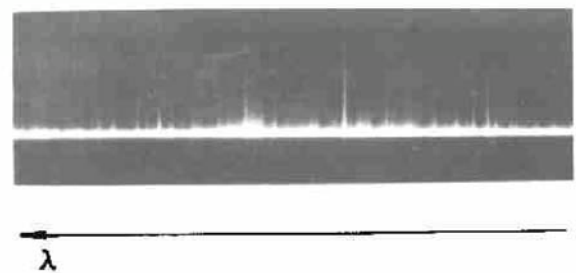


Fig. 7 Typical spectral photo of the stigmatic mode of our spectrograph

消像散模式的平焦场凹面光栅谱仪已成功地用于软 X 射线激光实验<sup>[8]</sup>,典型的光谱照片如图 7 所示。消像散模式下,由于柱面镜在弧矢面内具有会聚作用,使照明光栅的光源纵向尺度变小(近子午面光源),有助于提高谱仪的光谱分辨率。为构成消像散光学系统,各元件的位置参数(见图 2)必须满足下列方程:

$$\begin{aligned} \frac{1}{l_1 + l_2} + \frac{1}{l_3} &= \frac{2}{R_2 \cos \theta_2} \\ \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2 + l_4} &= \frac{2 \cos \theta_1}{R_1} \\ \frac{-1}{l_4} + \frac{1}{l_3 + 237 - l_5} &= \frac{2 \cos \theta_2}{R_2} \end{aligned}$$

$$l_5 = \frac{235R}{235(\cos\alpha + \cos\beta) - R\sin\beta} \quad (19)$$

其中各反射元件的入射角主要由谱仪工作波段所要求的表面反射率以及实验布局的容许范围决定,式中各长度量单位均为 mm。

**致谢** 本文作者衷心感谢李跃林博士,王晓方博士,陆海鹤同志的帮助。

### 参 考 文 献

- 1 A. Carillon, H. Z. Chen, P. Dhez *et al.*. *Phys. Rev. Lett.*, 1992, **68**(19): 2917
- 2 T. Namioka. *J. Opt. Soc. Am.*, 1959, **49**(5): 446
- 3 Tatsuo Harada, Toshiaki Kita. *Appl. Opt.*, 1980, **19**(23): 3987
- 4 Pinzhong Fan, Zhengquan Zhang, Jinzhi Zhou *et al.*. *Appl. Opt.*, 1992, **31**(3): 6720
- 5 Toshiaki Kita, Tatsuo Harada, N. Nakano *et al.*. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(4): 512
- 6 N. Nakano, H. Kuroda, Toshiaki Kita *et al.*. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(14): 2386
- 7 Pei-xiang Lu, Ru-xin Li, Xiao-fang Wang *et al.*. The Third International Colloquium on X-Ray Lasers, Schliersee, Germany; May 18~22, 1992, Poster paper 34
- 8 Zhi-zhan Xu, Pin-zhong Fan, Li-huang Lin *et al.*. The Third International Colloquium on X-Ray Lasers, Schliersee, Germany; May 18~22, 1992, Invited Paper I 6

## Imaging Characteristics of the Flat-field Grating

Li Ruxin Fan Pinzhong Xu Zhizhan Zhang Zhengquan Lu Peixiang

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Shanghai 201800)

**Abstract** The general expression of the optical path function and whole aberration of the variable line spacing concave grating is given. The spectral image of our flat-field grating spectrometer, which employs the HITACHI flat-field grating, is investigated. The typical experimental results of the two operation modes of the spectrometer (i. e. the astigmatic mode and stigmatic mode) are displayed.

**Key words** variable line spacing concave grating, flat-field grating spectrometer, astigmatic, stigmatic