

周期性谐振腔的稳定性

曹 清 戎春华 崔益本 夏宇兴

(中国科学院安徽光机所, 合肥 230031)

摘要 详细分析了一般周期性谐振腔的稳定性, 发现对一每周期含 m 根激光棒的 N 周期谐振腔, 共存在 m 个稳定区, 并在每一稳定区内存在 $(N - 1)$ 个奇异点, 在这些奇异点处, 谐振腔处于介稳状态, 对失周期性很敏感; 另外, 还讨论了周期性谐振腔的热稳条件问题。

关键词 周期性谐振腔, 稳定性, 热稳条件

1 引 言

多增益介质谐振腔设计方法是提高固体激光器输出能量的一种有效方法^[1~5], 而周期性谐振腔则是多增益介质谐振腔的一种重要情况^[1,2], 由于这种谐振腔能使激光输出功率随棒数的增加而成比例地增加, 并能保持激光输出光束的光斑半径与发散角不变, 因而得到了广泛的重视。文献[2]对周期性谐振腔进行了较为系统的分析, 但仍然存在一些问题未曾讨论。

本文对周期性谐振腔的稳定性进行了细致的分析, 发现周期性谐振腔与其周期单元所构成的谐振腔在稳定性上有不同之处, 并对此不同之处进行了充分的讨论; 另外, 我们还讨论了周期性谐振腔的基模热稳条件问题。这些分析与讨论对周期性谐振腔的优化设计具有指导作用。

2 周期性谐振腔的稳定性

图 1 所示的是一单棒 N 周期谐振腔。其中 $x = 1/f$ 为激光棒的热光焦度。

对于图 1 所示的周期性谐振腔, 它的每个周期单元的光学变换矩阵为

$$\begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -x & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a - bx & b \\ c - dx & d \end{pmatrix} \quad (1)$$

该周期性谐振腔经过一个完整的 N 周期循环的光学变换矩阵为

$$M = \begin{pmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{pmatrix}^N = \begin{pmatrix} \cos(N\theta) + \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta}(A_1 - \cos\theta) & \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta}B_1 \\ \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta}C_1 & \cos(N\theta) + \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta}(D_1 - \cos\theta) \end{pmatrix} \quad (2)$$

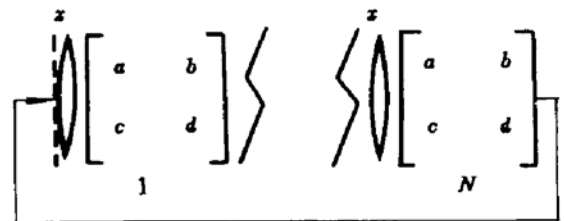


Fig. 1 Single rod N period resonator

$$\cos\theta = \frac{A_1 + D_1}{2} = \frac{a + d - bx}{2} \quad (3)$$

我们知道,对任一光学谐振腔,若它经过一个完整循环的光学变换矩阵为 $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$,则它在参考面处的复光束参量 q 为^[6]

$$\frac{1}{q} = \frac{1}{R} - \frac{2i}{kW^2} = \frac{D - A}{2B} \pm i \frac{\sqrt{1 - [(A + D)/2]^2}}{B} \quad (4)$$

把(2)式代入(4)式,则可得到激光棒处的复光束参量:

$$\frac{1}{q_+} = \frac{D_1 - A_1}{2B_1} \pm i \frac{\sqrt{1 - [(A_1 + D_1)/2]^2}}{B_1} \quad (5)$$

此结果与其周期单元谐振腔的结果完全相同,也就是说,对于完全精确的周期性谐振腔,其复光束参量与其单元周期谐振腔的复光束参量是完全相同的。由式(5)还可以得到精确周期性谐振腔的稳定性条件及稳定区的宽度,这些结果即为文献[2]中的(7),(8)式。需要指出的是,上述周期单元的光学变换矩阵是与图1中的参考平面相对应的,它位于热透镜的左侧;而对于热透镜的右侧来说,它所对应的单周期光学变换矩阵为 $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c - ax & d - bx \end{bmatrix}$,它和(1)式是不相同的,由此光学变换矩阵所确定的复光束参量 $1/q_+$ 与(5)式也是不相同的,它们的虚部相同,但实部不同,即对于热透镜的左侧与右侧来说,它们高斯光束的光斑半径相同,但曲率半径不同,这两个复光束参量之间的关系为

$$q_+ = q / (-xq + 1)$$

当我们将周期性谐振腔的稳定性进行细致的分析时,则会发现周期性谐振腔在上述稳定区内还存在 $N - 1$ 个奇异点(这是单周期谐振腔所不具有的),在这些奇异点处,谐振腔处于介稳状态,它对失周期性扰动很敏感,其相应的 x 值即为 $\sin(N\theta)/\sin\theta = 0$ 的 $N - 1$ 个解,以下我们将详细地分析这个问题。

由于实际的谐振腔不可能是绝对精确的周期性谐振腔,总是具有或多或少的失周期性。为了分析方便,我们假定参考面处的热光焦度存在一微小的偏差 δ ,而其他各部分仍然保持精确的周期性状态(对于由其他原因所造成的失周期情况,可进行类似的分析,且可得到相同的结果),则经过一个 N 周期的光学变换矩阵为

$$M_\delta = \begin{bmatrix} A_\delta & B_\delta \\ C_\delta & D_\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \delta/2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}^N \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \delta/2 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

利用(2)式,则可得到

$$A_\delta = \cos(N\theta) + \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta} (A_1 - \cos\theta) + \frac{\delta}{2} \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta} B_1 \quad (7)$$

$$B_\delta = \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta} B_1 \quad (8)$$

$$D_\delta = \cos(N\theta) + \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta} (D_1 - \cos\theta) + \frac{\delta}{2} \frac{\sin(N\theta)}{\sin\theta} B_1 \quad (9)$$

把(7)~(9)式代入(4)式,则可得到参考面处的复光束参量 q_δ 为

$$\frac{1}{q_0} = \frac{D_1 - A_1}{2B_1} \pm \frac{i}{B_1} \sqrt{\sin^2 \theta - \frac{\sin \theta \cos(N\theta)}{\sin(N\theta)} B_1 \delta - \frac{B_1^2 \delta^2}{4}} \quad (10)$$

从(10)式可以看出,当 $\sin(N\theta) \rightarrow 0$, 而 $\sin \theta \neq 0$ (即 $\sin(N\theta)/\sin \theta \rightarrow 0$) 时, 谐振腔处于介稳状态, 它对谐振腔的失周期性很敏感, 这时即使只有极小的偏差 δ , 也可能使根号下的值由正值变为负值, 因而使得谐振腔由稳定腔变为非稳腔。对应于这些介稳状态, 共有 $N - 1$ 个奇异点 (即 $\sin(N\theta)/\sin \theta = 0$ 的解), 它们都分布在谐振腔的稳定区中, 因而在对周期性谐振腔进行优化设计时, 应使谐振腔不要落在这些奇异点附近。

以上分析的是每周期只含一根激光棒的周期性谐振腔, 其结果是很容易推广到每周期含有多根激光棒的谐振腔的, 可以证明, 对于每周期含有 m 根激光棒的 N 周期谐振腔, 它存在 m 个稳定区, 且在每个稳定区内都存在 $N - 1$ 个奇异点, 即共有 $m(N - 1)$ 个奇异点, 在这些奇异点处, 谐振腔处于介稳状态, 它对失周期性扰动很敏感。

3 周期性谐振腔的热稳条件

文献[2]中的(5)式给出了周期性谐振腔的热稳条件, 但由于此式中的 W 是激光棒处的光斑半径, 因而此热稳条件实际上是模体积的热稳条件, 而不是激光模式的热稳条件, 至于这两种热稳条件之间的差别, 详见文献[7, 8]。

为了分析周期性谐振腔的模式热稳条件, 我们假定该谐振腔的输出端面与参考平面并不重合, 而是相差一任意光学变换矩阵, 如图 2 所示。其中

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \quad (11)$$

则从激光棒处到激光输出端面处的光学变换矩阵为 $\begin{pmatrix} d_1 & b_1 \\ c_1 & a_1 \end{pmatrix}$, 利用 ABCD 定理, 则可得到输出端面处的复光束参量 q_1 为

$$\frac{1}{q_1} = \frac{1}{R_1} - \frac{2i}{kW_1^2} = \frac{c_1 + a_1 \frac{1}{q}}{d_1 + b_1 \frac{1}{q}} \quad (12)$$

其中 $1/q$ 见式(5)。

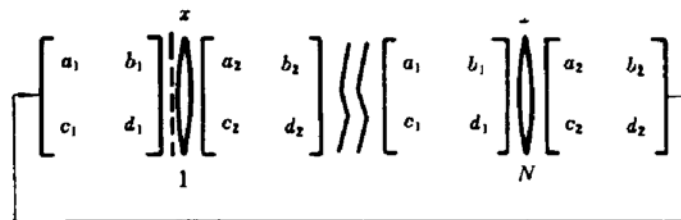


Fig. 2 N period resonator considering output mirror

我们知道, 激光输出的基模高斯光束可用其光斑半径 W_1 与波面曲率半径 R_1 这两个参量来确定, 因而当 W_1 与 R_1 都对热抖动不敏感时, 谐振腔的激光输出模式对热抖动也不敏感, 而 R_1 与 W_1 又分别包含在复光束参量 $1/q$ 的实部与虚部之中, 所以可把激光输出模式的热稳条件表示为

$$\frac{d(1/q_1)}{dx} = 0 \quad (13)$$

对(12)式求导,则可得到

$$\frac{d(1/q_1)}{dx} = \frac{1}{\left(d_1 + b_1 \frac{1}{q}\right)^2} \frac{d(1/q)}{dx} \quad (14)$$

把(14)式代入(13)式,则可将激光模式热稳条件进一步表示为

$$\frac{d(1/q)}{dx} = 0 \quad (15)$$

对复光束参量(5)式的虚部求导,并令其为 0,可以得到

$$x = \frac{a + d}{b} \quad (16a)$$

对复光束参量(5)式的实部求导,我们得到

$$\frac{d(1/R)}{dx} = \frac{1}{2} \quad (16b)$$

由式(16b)可知,复光束参量的实部对 x 的导数永远为 $1/2$,也就是说,对于每周期只含有一根激光棒的周期性谐振腔,它不存在稳模式的热稳条件,但模体积的热稳条件是仍然存在的,即为式(16a),由此可见,激光模式的热稳条件比模体积的热稳条件要苛刻得多。

至于每周期含有多根激光棒的周期性谐振腔,其激光模式的热稳条件可用类似的方法讨论,所不同的是,对于这种谐振腔,由于在同一周期中的各根激光棒处的复光束参量通常并不相同,更重要的是因为每周期可以含有多个热透镜,因而一般来说,它可以具有稳模式的热稳条件,至于该热稳条件的具体形式,只需要对(13)式进行直接求解即可得到。

4 讨 论

4.1 本文中稳条件 $\sin(N\theta)/\sin\theta = 0$,是在假定某根激光棒存在一微小偏差 δ ,从而造成失周期性的情况下得到的;但是可以证明,此结果是具有普遍性的,即对于由其他原因而造成的失周期性情况,上述稳条件仍然成立。

4.2 可以证明,对于单棒周期性谐振腔,当 N 为偶数时,实际上并不存在模体积的热稳条件,因而更不存在激光模式的热稳条件,这是由于模体积的热稳条件为 $\cos\theta = 0$ ^[2],而当 N 为偶数时,稳条件 $\sin(N\theta)/\sin\theta = 0$ 总是存在 $\cos\theta = 0$ 的解(比如当 $N = 2$ 时,稳条件 $\sin(2\theta)/\sin\theta = 2\cos\theta = 0$,与 $\cos\theta = 0$ 的解相同),即模体积的热稳条件的解刚好为稳定区中的一个奇异点。

4.3 本文所述的模式热稳条件 $[d(1/q_1)]/dx = 0$,与 Steffen 提出的基模热稳条件 $dW_1/df = 0$ (或 $dW_1/dx = 0$)^[9,10] 是不矛盾的。Steffen 的热稳条件是在球面驻波谐振腔的情况下得到的,由于在此种谐振腔中,输出端面处的基模高斯光束的曲率半径总是与输出球面镜的曲率半径相重合,因而其复光束参量中的 R_1 不含有热光焦距 x (或 f),是一常量,所以 $dW_1/dx = 0$ 与 $[d(1/q_1)]/dx = 0$ 的解完全相同。但对于环形谐振腔,由于 R_1 与输出镜面的曲率半径不再相同,它包含有热光焦距 x ,是一变量,因而在此情况下,Steffen 的基模热稳条件将不再适用,但本文所述的热稳条件却仍然适用。由此可见,激光模式的热稳条件 $[d(1/q_1)]/dx = 0$ 是对 Steffen 热稳条件的进一步推广,它包含了后一种情况。

4.4 本文虽然是针对棒状增益介质周期性谐振腔进行分析的,但其结果也适用于板条状增益介质的周期性谐振腔,对于后一种情况,只需把本文及文献[2]中的结果分别应用于板条的 x 方向及 y 方向即可。

4.5 值得一提的是,由于非稳定周期性谐振腔存在输出匹配的问题^[2],故周期性谐振腔对于非稳定谐振腔是不适用的。

总之周期性谐振腔的优点是其激光输出功率可随激光棒数的增加而成比例地增加,从而易于实现高功率运转;其缺点是在其稳定区内存在若干个奇异点,它们把稳定区分割成若干小的稳定区,使连续的稳定区域变小。因而在对周期性谐振腔进行优化设计时,需要对其优缺点进行综合考虑。

参 考 文 献

- 1 K. P. Driedger *et al.*. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1988, QE-24 : 665
- 2 J. M. Eggleston. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1988, QE-24 : 1821
- 3 V. R. Kushnir *et al.*. *Sov. J. Quant. Electr.*, 1975, 5 : 713
- 4 廖 严 等. 光学学报, 1993, 13(2) : 107
- 5 曹三松 等. 激光技术, 1992, 5 : 284
- 6 H. Kogelnik. *Bell Syst. J.*, 1965 : 455
- 7 张光寅. 物理学报, 1991, 40(3) : 407
- 8 张光寅 等. 中国激光, 1992, 18(5) : 321
- 9 J. Steffen *et al.*. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1972, QE-8 : 239
- 10 J. P. Lortscher *et al.*. *Opt. Quant. Electr.*, 1975, 7 : 505

Stability of Periodic Resonators

Cao Qing Rong Chunhua Cui Yiben Xia Yuxing

(Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica, Hefei 230031)

Abstract In this paper, the stability of periodic resonators is analysed. It is found that the m -rod N -period resonator has m stable zones and in each stable zone there are $N-1$ singular points in which the resonators is critical stable and sensitive to the deviations. The thermo-stable conditions of periodic resonators is also discussed.

Key words periodic resonators, stability, thermo-stable conditions