

# 一种三维有限差分光束传播法及其应用

王子谦 祝宁华

(中山大学电子系, 广州 510275)

**提要** 利用交替追赶有限差分技术处理近轴标量波方程, 建立了一种三维有限差分光束传播法。此方法收敛性好, 可处理具有较复杂折射率分布的波导结构, 并且在计算规则波导时传播方向的计算步长可取得较大。利用这种方法对电光诱导光波导器件和单模光纤的传输特性进行了分析。

**关键词** 集成光学, 光束传播法(BPM), 光波导

## 1 引 言

光束传播法是研究集成光学器件的一种有力的工具。M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr 利用分裂算子法和快速傅里叶变换技术建立了二维和三维的光束传播法(FFT-BPM)并将其应用到光纤和光波导器件的分析中<sup>[1~4]</sup>, 之后人们对光束传播法的应用进行了进一步的分析<sup>[5~7]</sup>。这种利用快速傅里叶变换技术的光束传播法只能处理弱波导(即  $|\delta n|/n \ll 1$ ), 且这种方法收敛性差, 只能取较小的传播方向的步长, 所用计算时间较长。之后, D. Yevick 等人用有限差分技术代替快速傅里叶变换技术对光束传播法进行了改进, 使其具有较好的收敛性并能处理强导光波导结构<sup>[8~10]</sup>。

与此同时 T. B. Koch 与 Y. Chung 等人以有限元和变分原理为理论根据, 利用有限差分技术建立了一种新的二维光束传播法<sup>[11,12]</sup>, 并将其与 M. D. Feit 等人的方法进行了比较<sup>[11]</sup>, 证明这种方法具有收敛性好, 运算速度快, 精度高, 可以处理折射率突变的情况等优点。Y. Chung 等人又利用有限差分技术实现了三维的光束传播法<sup>[13]</sup>, 但是这种方法收敛性不是很好, 只能取较小的传播方向的步长, 即使如此这种方法也比 FFT-BPM 节约一个数量级的计算时间。

对于折射率分布较为复杂的情况, 当部分区域的折射率低于基底的折射率, 并且折射率差较小时, 可以用 Jaeger 等人提出的方法求出有效折射率<sup>[14]</sup>; 但当折射率差较大时, 这种等效将引入较大的误差, 此时便不能利用求解有效折射率的方法将三维的问题转化为二维的问题。对于后者的情况只能利用三维的光束传播法来对光波导器件进行分析。由于 Y. Chung 等人的方法收敛性不是很好, 所用的传播步长较小, 为克服这些缺点, 我们利用交替追赶有限差分技术建立了一种新的三维光束传播法。我们所利用的差分技术是无条件的稳定和收敛的, 在传播方向可取较大的步长, 减少计算时间。这种方法计算一个传播步长时所用时间约是 Y. Chung 等人的方法所用时间的 5 倍左右, 但其所用的传播步长可以是 Y. Chung 等人的方法所用传

播步长的 10~100 倍,甚至更大。这种方法和 Y. Chung 等人的方法都可以处理具有折射率突变的波导。从整体上来说我们的这种方法优于 Y. Chung 等人的方法,更优于 FFT-BPM。

## 2 三维光束传播法的导出

光波导器件的电场分布满足标量的 Helmholtz 方程。沿  $z$  轴传播的波导器件,其电场可以表示为  $E(x, y, z) = e(x, y, z)\exp(-ik_0n_bz)$ ,  $k_0 = 2\pi/\lambda$  为所计算的光在自由空间的传播常数,  $n_b$  为光波导器件基底的折射率。实际的光波导器件沿传播方向( $z$  方向)一般是缓变的,因此我们可以用 Helmholtz 方程的近轴波方程来代替 Helmholtz 方程<sup>[15]</sup>

$$2jk_0n_b \frac{\partial e}{\partial z} = \frac{\partial^2 e}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 e}{\partial y^2} + k_0^2[n^2(x, y, z) - n_b^2]e \quad (1)$$

其中,  $e$  为准 TM 模的  $ey$  分量或准 TE 模的  $ex$  分量;  $n(x, y, z)$  为波导器件的折射率分布,其沿传播方向为缓变函数。可用有限差分技术将方程(1)离散为

$$2jk_0n_b \frac{\partial e_{ij}}{\partial z} = \frac{e_{i-1j} - 2e_{ij} + e_{i+1j}}{\delta^2x} + \frac{e_{ij-1} - 2e_{ij} + e_{ij+1}}{\delta^2y} + k_0^2[n_{ij}^2(x, y, z) - n_b^2]e_{ij} \quad (2)$$

$e_{ij}$  是电场在  $(i\delta x, j\delta y)$  处的值( $i = 0, 1, 2, \dots, n-1, j = 0, 1, 2, \dots, m-1$ )。将式(2)在区间  $[z, z + \delta z]$  上积分,并利用梯形积分公式可以得出  $e_{ij}(z + \delta z)$  和  $e_{ij}(z)$  的关系

$$2jk_0n_b[e_{ij}^* - e_{ij}] = \frac{\delta z}{2} \left[ \frac{e_{i-1j}^* - 2e_{ij}^* + e_{i+1j}^*}{\delta^2x} + \frac{e_{ij-1}^* - 2e_{ij}^* + e_{ij+1}^*}{\delta^2y} + k_0^2(n_{ij}^{*2} - n_b^2)e_{ij}^* \right. \\ \left. + \frac{e_{i-1j} - 2e_{ij} + e_{i+1j}}{\delta^2x} + \frac{e_{ij-1} - 2e_{ij} + e_{ij+1}}{\delta^2y} + k_0^2(n_{ij}^2 - n_b^2)e_{ij} \right] \quad (3)$$

其中有上标“\*”的量表示在  $z + \delta z$  处的场或折射率的值,没有上标的量表示在  $z$  处的场或折射率的值。利用交替方向隐式法(ADI)<sup>[16]</sup>(这种方法是无条件稳定且收敛的)可以将式(3)改写为

$$2jk_0n_b[e_{ij}^* - e_{ij}] = \frac{\delta z}{2} \left[ \frac{e_{i-1j}^* - 2e_{ij}^* + e_{i+1j}^*}{\delta^2x} + \frac{e_{ij-1} - 2e_{ij} + e_{ij+1}}{\delta^2y} + k_0^2(n_{ij}^2 - n_b^2)e_{ij} \right] \quad (4a)$$

$$2jk_0n_b[e_{ij}^* - e_{ij}] = \frac{\delta z}{2} \left[ \frac{e_{ij-1}^* - 2e_{ij}^* + e_{ij+1}^*}{\delta^2x} + \frac{e_{i-1j}^* - 2e_{ij}^* + e_{i+1j}^*}{\delta^2y} + k_0^2(n_{ij}^{*2} - n_b^2)e_{ij}^* \right] \quad (4b)$$

其中有上标“ $i$ ”的量表示在  $z + 0.5\delta z$  处场或折射率的值。式(4a), (4b)均为三对角方程,利用交替追赶法<sup>[16]</sup>,可以很容易地对它们进行求解。这样反复求解式(4a)和(4b),便可模拟出光在波导中的传播特性。

对边界条件的处理,为防止在计算窗口的边界引起的反射,一般可以利用人为吸收法<sup>[1]</sup>,和透明边界法<sup>[17]</sup>。这两种方法都可用于此种光束传播法。下面的分析采用了吸收法。

## 3 三维光束传播法在电光诱导器件分析中的应用

铌酸锶钽(SBN:75)同铌酸锂(LiNbO<sub>3</sub>)一样是一种光学性能较好的电光晶体。但是它的电光系数  $\gamma_{33}$  比铌酸锂高 45 倍。利用铌酸锶钽的这一特性,我们构思了一种半波电压低、消光比高的电光诱导光波导调制器模型(也可作光开关)<sup>[18]</sup>,调制器的结构如图 1 所示。

在电场的作用下,电极间晶体局部的折射率将发生变化。当电场的方向与晶体  $C$  轴的负方向一致时(产生反向电场),电极间晶体局部的折射率将变得大于基底的折射率,从而形成光波

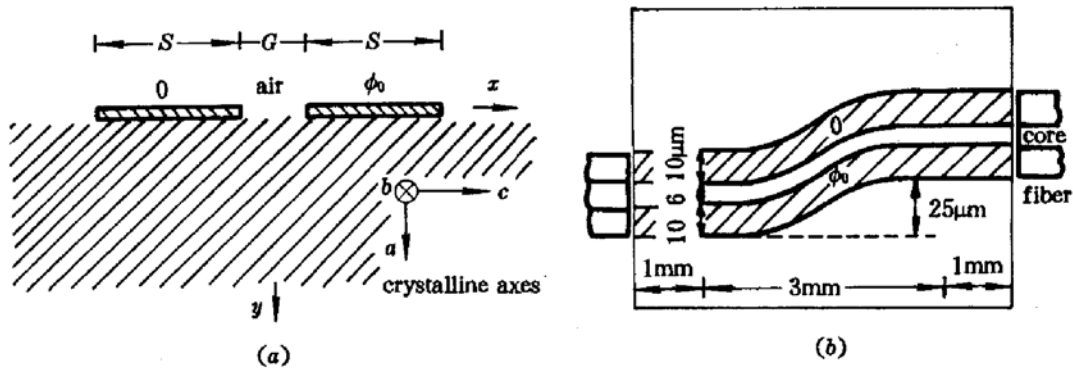


Fig. 1

(a) Cross section of symmetric coplanar strips fabricated on X-cut SBN substrate, where  $S$  and  $G$  are the electrode width and separation of the electrodes, respectively, and  $\phi_0$  is the drive voltage; (b) Top view of S-shaped waveguide structure, in which the electrode dimensions are also given

导；反之，在正向电场的作用下电极间晶体局部的折射率将变得小于基底的折射率，不能形成光波导。电场在晶体内的分布可以利用保角变换方法求得<sup>[19]</sup>。从而可以计算出折射率的分布。当加正向电场时，由于不能通过求解有效折射率的方法将三维问题化为二维问题，因此必须利用三维光束传播法来对此器件进行性能模拟分析。

我们用单模光纤来连接光波导调制器，因此以单模光纤的光场来作为激励场。光纤中的场分布以  $\phi$  表示，调制器输出端的场以  $E$  表示，则可用通过光束传播法由  $\phi$  求出  $E$ 。忽略光纤与光波导之间的折射率差引起的反射，光纤输入波导的功率可以表示为<sup>[20]</sup>

$$P_{in} = \int \phi \phi^* ds \quad (5)$$

波导输出端的功率可以表示为

$$P = \int EE^* ds \quad (6)$$

光纤中的场  $\phi$  与调制器输出端的场  $E$  之间的耦合系数可表示为<sup>[20,21]</sup>

$$T = \frac{|\int \phi E^* ds|^2}{\int \phi \phi^* ds \int EE^* ds} \quad (7)$$

同样在忽略光纤与光波导之间的折射率差引起的反射的情况下，可以计算出由波导输出端进入光纤中的光功率  $P_{out} = P \times T$ ，由此可以估算出整个器件的插入损耗和消光比。

我们分别采用了有效折射率法，二维有限差分法光束传播法(2D-FDBPM)<sup>[18]</sup>，本文所推出的三维有限差分法光束传播法(3D-FDBPM)，以及文献<sup>[8]</sup>所介绍的三维有限差分法光束传播法，对此器件进行了分析。在实际分析中，三维有限差分法光束传播法所采用的计算窗口取为  $80 \mu\text{m} \times 50 \mu\text{m}$ 。  $\delta x = \delta y = 0.5 \mu\text{m}$ 。我们的方法所用  $\delta z = 2 \sim 5 \mu\text{m}$ ，文献<sup>[8]</sup>所用  $\delta z = 2 \mu\text{m}$ 。本文所推出的三维有限差分法光束传播法对传播方向的计算步长  $\delta z$  不敏感，故可取较大的  $\delta z$ ，大大降低了计算时间。在不同电压的作用下波导的传输情况如表 1 所示。

从上面的分析比较，可以看出有效折射率法和二维有限差分法光束传播法不能分析导模不存在的情况，且分析导模存在的情况时，由于等效也会引入一定的误差。本文方法的计算结果与文献<sup>[8]</sup>的结果十分接近。从上面的分析可知当驱动电压为 10 V 时，器件的消光比和插入

损耗分别为 26 dB 和 0.9 dB。考虑由于光纤与光波导之间的折射率差引起的反射损耗和晶体的不均匀性带来的散射损耗,插入损耗会大一些。在光纤与波导之间加匹配液或在两者端面上加抗反射层,可以大大降低反射引起的损耗<sup>[18]</sup>。因此这种器件可以获得较小的插入损耗和较高的消光比。

**Table 1 The insert loss of electrooptically induced modulator under different drive voltages**

Drive voltages (V)	-10	-5	0	5	Methods
The insert loss $P_{out}/P_{in}$ (dB)	-1.3	-6.0	-	-	2D-FDBPM <sup>[18]</sup>
	-1.0	-6.4	-27.8	-35.9	3D-FDBPM <sup>[8]</sup>
	-0.9	-6.3	-27.7	-35.1	Present method

我们还利用本文的方法对阶跃单模光纤的传播特性进行了分析。单模光纤的纤芯半径为 4  $\mu\text{m}$ , 折射率为 1.4517, 包层的折射率为 1.4467, 此光纤的数值孔径为 0.12。在分析中,我们采用的计算窗口为  $60 \times 60 \mu\text{m}^2$ ,  $\delta x = \delta y = 0.5 \mu\text{m}$ , 传播方向的步长分别取 1, 5, 10  $\mu\text{m}$ , 模拟  $\text{HE}_{11}$  模在光纤中传播 3000  $\mu\text{m}$ 。我们以  $\phi$  表示光纤中的  $\text{HE}_{11}$  模激励场, 以  $E$  表示光纤 3000  $\mu\text{m}$  处的场, 利用式(7)可以得出激励场与传播场的匹配系数  $T$ 。经计算发现在各种传播步长下匹配系数均大于 0.9997, 且随传播步长的变化匹配系数并无多大的变化, 显然这说明了我们的方法具有较高的精度且收敛性好。对传播方向存在缓变场的结构可采用大一点的传播步长, 从而节省计算时间。

### 参 考 文 献

- 1 M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr. Light propagation in graded-index optical fibers. *Appl. Opt.*, 1978, 17 : 3990
- 2 M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr. Calculation of dispersion in graded-index multimode fibers by a propagating-beam method. *Appl. Opt.*, 1979, 18 : 2843
- 3 M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr. Mode properties and dispersion for two optical fiber-index profiles by propagating beam method. *Appl. Opt.*, 1980, 19 : 3140
- 4 M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr. An analysis of intersecting diffused channel waveguides. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1985, QE-21 : 1799
- 5 R. Baets, P. E. Lagasse. Calculation of radiation loss in integrated-optic tapers and Y-junctions. *Appl. Opt.*, 1982, 21 : 1972
- 6 L. Thylen. The beam propagation method; an analysis of its applicability. *Opt. Quant. Electr.*, 1983, 15 : 433
- 7 J. Van Roy, J. Van der Donk, P. E. Lagasse. Beam-propagation method; analysis and assessment. *J. Opt. Soc. Am.*, 1983, 71 : 803
- 8 D. Yevick, B. Hermansson. Split-step finite difference analysis of rib waveguides. *Electr. Lett.*, 1989, 25 : 461
- 9 D. Yevick, B. Hermansson. Efficient beam propagation techniques. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1990, QE-26 : 109
- 10 D. Yevick, C. Rolland, B. Hermansson. Fresnel equation studies of longitudinally varying semiconductor rib waveguides; reference wavevector dependence. *Electr. Lett.*, 1989, 25 : 1256
- 11 T. B. Koch, J. B. Davies, D. Wickramasinghe. Finite element/finite difference propagation algorithm for integrated optical device. *Electr. Lett.*, 1989, 25 : 514
- 12 Youngchul Chung, Nadir Dagli. An assessment of finite difference beam propagation method. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1990, QE-26 : 1335
- 13 Youngchul Chung, Nadir Dagli. Explicit finite difference beam propagation method; application to semiconductor rib waveguide Y-junction analysis. *Electr. Lett.*, 1990, 26 : 711

- 14 Nicolas A. F. Jaeger, Winnie C. Lai. Calculation of the effective index for nonguiding regions. *Appl. Opt.*, 1992, **34** : 7183
- 15 M. D. Feit, J. A. Fleck, Jr., L. McCaughan. Comparison of calculated channel-waveguide couplers. *J. Opt. Soc. Am.*, 1983, **73** : 1296
- 16 W. H. Press *et al.*. Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing. New York; Cambridge Univ., 1986. 645
- 17 G. R. Hardy. Transparent boundary condition for the beam propagation method. *IEEE J. Quant. Electr.*, 1992, **QE-28** : 363
- 18 Ninghua Zhu, Ziqian Wang. Analysis of electrooptically induced waveguides in strontium barium niobate and optical modulators. *Opt. Quant. Electr.*, 1993, **25** : 517
- 19 祝宁华, 吴正德. LiNbO<sub>3</sub> 光波导调制器的优化设计. 电子科技大学学报, 1991, **20** : 388
- 20 H. M. Presky, N. Amitay, R. Scotti *et al.*. Laser-to-fiber coupling via optical fiber up-tapers. *J. Lightwave Technol.*, 1989, **7** : 274
- 21 Ninghua Zhu, Xingshi Zheng, Yikun Lin *et al.*. Calculation of the field distribution of a Ti : LiNbO<sub>3</sub> optical waveguide and its applications. *Opt. Quant. Electr.*, 1992, **24** : 737

## A New Three-Dimensional Finite Difference Beam Propagation Method and Its Application

Wang Ziqian    Zhu Ninghua

(Electronics Department of Zhongshan University, Guangzhou 510275)

**Abstract** A new three-dimensional finite difference beam propagation method (3D-FDBPM) is proposed. We use the finite difference technique and the Alternating Direction Implicit Method (ADI) to deal with the scalar paraxial wave equation and establish the 3D-FDBPM. This method is very robust and can be used for various photonic devices with complex index profile and allows large propagation steps along the propagation direction of the waveguide structure with uniform waveguides. This method is used to analyze the electrooptically induced waveguide configuration and single-mode fiber.

**Key words** integrated optics, beam propagation method, optical waveguide