

# 具有多重焦点的波带透镜的设计

施文敏 龙品 徐大雄

(北京邮电学院 163 信箱, 北京 100088)

**提要** 本文提出了一种新型的具有多重焦点的波带透镜的概念及其设计方法。可提供某些特定的光场分布,而且具有性能稳定、微型化和可实际制作等特点。

**关键词** 波带透镜, 多重焦点, 二元光学, 模拟退火

## Design of multi-focus zone lens

SHI Wenmin, LONG Pin, XU Daxiong

(Beijing University of Posts & Telecommunications Box. 163, BUPT, Beijing 100088)

**Abstract** This paper proposes a concept and its design procedure for zone lens, a binary optics element, which has multiple-focus by using simulated annealing method. Which can provide some specific light field distribution, with such characteristics as stable performances, miniaturization and practical operability.

**Key words** zone plate, multiple focus, binary optics, simulated annealing

## 1 引言

近几年来,一门新的光学分支——二元光学,采用先进的微加工技术制作衍射光学器件,发展很快<sup>[1,2]</sup>。采用光刻或离子刻蚀方法制作的许多二元光学器件如 DAMMANN 光栅<sup>[3,4]</sup>等,在不少领域已经得到应用。本文采用模拟退火法<sup>[5]</sup>设计出一种具有二个等光强焦点和三个等光强焦点的波带透镜。这类多焦点透镜可用在条形码扫描仪中<sup>[6]</sup>,以延长其工作距离,或使同一条形码扫描仪既能识读高密码也能识读中密码或低密码。这种多焦点波带透镜除了可能的其他潜在应用外,还可用于微型同轴全息图的制作。

## 2 衍射理论

根据菲涅耳—基尔霍夫衍射公式,当平面波正入射时,波带片光轴上的光场分布为

$$U(P) = \frac{i}{\lambda} \iint_S R(r) \frac{1}{R} \exp(-ikR) dS \quad (1)$$

其中  $T(r)$  为波带片透过率函数,  $r$  为波带片径向坐标,  $R$  为波带片上的面元  $dS$  到轴点  $P$  的距离,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为入射光波长,  $i = \sqrt{-1}$ , 在菲涅耳衍射近似下, 有

$$R = \sqrt{r^2 + z^2} \approx z + r^2/2z \quad (2)$$

其中  $z$  是轴点  $P$  到波带片中心的距离。令

$$\varphi = \pi r^2/\lambda z \quad (3)$$

则有

$$\varphi_l = \pi r_l^2/\lambda z, \quad l = 1, 2, 3, \dots, M \quad (4)$$

其中  $r_l$  为第  $l$  个波带环的外半径,  $M$  是波带片总环数。将(2)式, (3)式和(4)式代入(1)式, 得到

$$U(P) = i \exp(-ikz) \int_0^{\varphi_M} T(\varphi) \exp(-i\varphi) d\varphi \quad (5)$$

其中  $T(\varphi) = T(r)$ ,  $\varphi_M = \pi r_M^2/\lambda z$ ,  $r_M$  是波带片半径。(5)式可以改写为

$$U(P) = i \exp(-ikz) (C + iS) \quad (6)$$

其中

$$\left\{ \begin{array}{l} C = \int_0^{\varphi_M} T(\varphi) \cos(\varphi) d\varphi \\ S = - \int_0^{\varphi_M} T(\varphi) \sin(\varphi) d\varphi \end{array} \right. \quad (7)$$

对于只有二个位相值  $[\pi, -\pi]$  的位相波带片, 其透过率函数可写为

$$T(r) = \begin{cases} 1 & r_{2l} \leqslant r < r_{2l+1} \\ -1 & r_{2l+1} \leqslant r < r_{2l+2} \end{cases} \quad (8)$$

其中  $l = 0, 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  为波带片的波带环总数。把(8)式代入(7)式, 若  $M$  为偶数, 有

$$\left\{ \begin{array}{l} C = 2 \sum_{l=1}^N (\sin \varphi_{2l+1} - \sin \varphi_{2l}) + 2 \sin \varphi_1 - \sin \varphi_M \\ S = 2 \sum_{l=1}^N (\cos \varphi_{2l+1} - \cos \varphi_{2l}) + 2 \cos \varphi_1 - \cos \varphi_M - 1 \end{array} \right. \quad (9)$$

其中  $N = (M - 2)/2$ 。若  $M$  为奇数, 则有

$$\left\{ \begin{array}{l} C = 2 \sum_{l=1}^N (\sin \varphi_{2l-1} - \sin \varphi_{2l}) + \sin \varphi_M \\ S = 2 \sum_{l=1}^N (\cos \varphi_{2l-1} - \cos \varphi_{2l}) + \cos \varphi_M - 1 \end{array} \right. \quad (10)$$

其中  $N = (M - 1)/2$ 。由(9), (10)和(6)式, 可得到波带片轴线上的光强分布

$$I(P) = C^2 + S^2 \quad (11)$$

### 3 设 计

多焦点波带透镜的设计思路如下: 先确定波带透镜的口径、焦点的个数和位置, 以及各个焦点的期望相对光强值。再将波带透镜划分成数目巨大的等宽度的同心微波带环, 每个波带环的复振幅透过率值域为  $[-1, 1]$ 。然后依照以上的参数, 写出波带透镜的评价函数, 再利用模拟退火算法, 求出一组微波带环透过率值分布使其最接近设计要求。根据所得微波带环值分布数据, 利用光刻技术就可以制作出所设计的多焦点波带透镜。

作为设计例子,下文给出了一个口径为 10 mm 具有三个等光强焦点的波带透镜的设计过程。三个焦点分别选在  $f_1 = 1200 \text{ mm}$ ,  $f_2 = 1600 \text{ mm}$ ,  $f_3 = 2000 \text{ mm}$  处,而微波带环的宽度选为  $5 \mu\text{m}$ 。也就是说,该波带透镜共分成 1000 个等宽度微波带环。波带透镜的评价函数选为

$$E = (I_1 - I_{10})^2 + (I_2 - I_{20})^2 + (I_3 - I_{30})^2 \quad (12)$$

其中  $I_1, I_2, I_3$  分别是焦点  $f_1, f_2, f_3$  处的光强值,而  $I_{10}, I_{20}, I_{30}$  则分别为三个焦点处的期望光强值。因为要求三个焦点等光强,故选三个焦点的期望光强值相等,即  $I_{10} = I_{20} = I_{30} = I_0$ 。出于能量守恒的考虑和多次预算算,  $I_0$  值选为 1200 比较理想(设入射平面波的振幅为 1)。

模拟退火过程如下:先用随机函数给出一组微波带环透过率值的随机分布,利用式(11)分别算出三个期望焦点处的光强值  $I_1, I_2, I_3$ ,再利用式(12)算出评价函数  $E_0$ 。然后用随机函数随机地选出一个微波带环  $x_1$ ,改变其透过率值,也就是说,若其原来的值为 1,则将其改为 -1;若其原来的值为 -1,则将其改为 1。再在新的透过率值分布下,算出评价函数  $E_1$ 。若评价函数值差  $\Delta E = E_1 - E_0 \leqslant 0$ ,则接受  $x_1$  微波带环的透过率值的改变。若  $\Delta E > 0$ ,则  $x_1$  微波带环的透过率值的改变以如下的概率接受:

$$p = \exp(-\Delta E/T) \quad (13)$$

其中  $T$  为温度。如果透过率值的改变被接受,令评价函数值  $E_0 = E_1$ ,若不接受  $E_0$  值不变。如此重复循环计算。对于第  $n$  次循环,利用随机函数随机地选出一个微波带环  $x_n$  并改变其透过率值,计算出评价函数  $E_n$ ,并计算出评价函数值差

$$\Delta E = E_n - E_0 \quad (14)$$

若  $\Delta E \leqslant 0$ ,则接受第  $x_n$  个微波带环透过率值的改变,并将  $E_n$  值赋给  $E_0$ 。若  $\Delta E > 0$ ,则仍以式(13)表示的概率接受透过率值的改变。如被接受将  $E_n$  值赋予  $E_0$ ,如不被接受则  $E_0$  值不变。在同一温度  $T$  下,如此重复循环 60000 次。初始温度选为 4000,并以 90% 的速率降温,即

$$T_{n+1} = 90\% \times T_n \quad (15)$$

直到温度  $T$  降到 0.05 时终止循环并得出一组较理想的相当接近设计要求的微波带环透过率值分布。

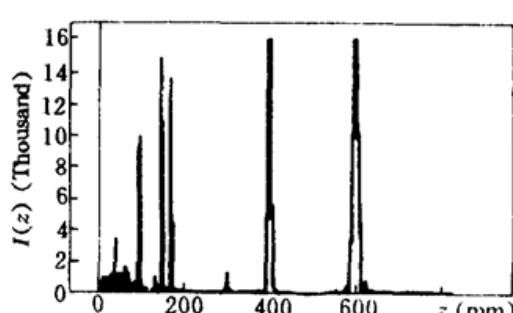


Fig. 1 Axial intensity distribution of a designed zone plate with two main foci

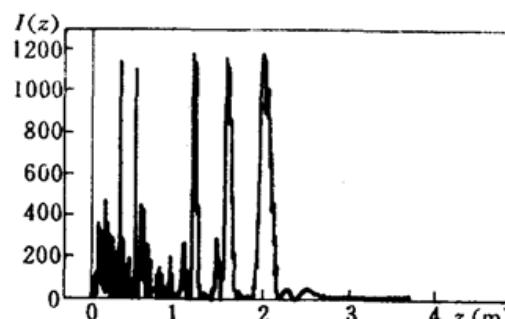


Fig. 2 Axial intensity distribution of a designed zone plate with three main foci

## 4 计算结果和讨论

按照上面的模拟退火算法,我们分别设计出具有二个等光强焦点和三个等光强焦点的波带透镜。这两个波带透镜的轴线光强分布分别如图 1、图 2 所示。对于双焦点波带透镜(见图 1),二个焦点的设计期望位置分别在  $f_1 = 400 \text{ mm}$  和  $f_2 = 600 \text{ mm}$  处,而计算结果也正好是在

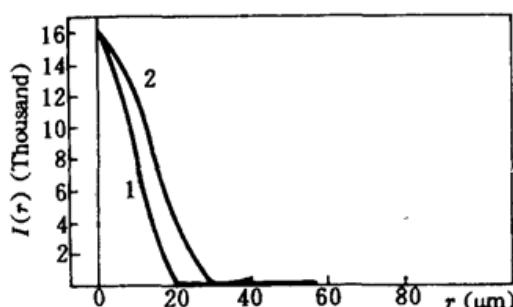


Fig. 3 Lateral intensity distributions on the focal planes of the designed zone plate as shown in Fig. 1. Curve 1 and Curve 2 correspond to the first focal plane and the second focal plane respectively

的,但各焦点的衍射效率和分辨率均不相同,第三个焦点的衍射效率分别是6.5%,10.4%和17.5%,相应的分辨率分别为75 μm,96 μm和126 μm。由以上的数据可以看出,所设计的多焦点波带透镜基本上较好地达到了设计目标。

## 5 结 论

本文提出了一种新型的具有多重焦点的波带透镜的设计方法。这类多焦点波带透镜不仅其焦点的个数和位置可以任意确定,而且各个焦点的衍射效率也可作人为的选择。这类多焦点的波带透镜具有性能稳定,可微型化和可实际制作的特点,可以提供某些特殊的光场分布。除了可用于条形码扫描仪中外,还可用于微型同轴全息图的制作或用于制作高分辨率的光刻掩膜。

## 参 考 文 献

- 1 Arto Salin, *SPIE*, 1088, *Optical/Laser Microlithography I*, 527(1989)
- 2 G. J. Swanson, *Binary Optics Technology*, Lincoln Lab. Tech. Rep., 854, Aug. 14, 1989
- 3 U. Kiuat, G. Rabe, W. Reave, *Fiber and Integrated Optics*, 4(2), 159
- 4 H. Dammann, K. gortler, *Opt. Commun.*, 3(5), 312(1971)
- 5 S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt et al., *Science*, 220(4598), 671(1983)
- 6 Richard E. Williams, Lake Mary : United States Patent, Patent Number 4,578,571, Mar. 25, 1986

400 mm 和 600 mm 处取极大,其相对光强分别为 16016 和 16092,即为等光强。第一个焦点的爱里斑半径(分辨率)和衍射效率分别为 25 μm 和 9.7%;而第二个焦点的爱里斑半径和衍射效率分别为 36 μm 和 20.3%。图 3 为两个焦平面上的径向光强分布,其中曲线 1 是焦平面  $f_1 = 400 \text{ mm}$  上的径向光强分布,而曲线 2 是焦平面  $f_2 = 600 \text{ mm}$  上的径向光强分布。由图 2 可见,波带透镜有三个基本上等光强的焦点,焦点的位置分别位于 1200 mm, 1584 mm 和 2008 mm 处。焦点的相对强度分别是 1139, 1146 和 1149。也就是说第二个焦点和第三个焦点的位置发生了微小的漂移。焦点位置漂移的原因是因为焦距太长,估计在减小微波带环宽度增加波带环数目的情况下焦点位置的漂移将得到改善。由图 2 也可以看出尽管三个焦点的光强基本上是相等