

双缝孔径像面强度全息术及其应用

王取泉 答孝义

(武汉大学物理系, 武汉 430072)

提要 本文分析了利用透镜成像的像面强度全息图的衍射特性,提出了利用双缝孔径记录像面强度彩虹全息图的方法,同时给出了实验结果。

关键词 像面全息术,强度全息图,彩虹全息

Double-slit aperture image plane intensity holography and its application

WANG Ququan, DA Xiaoyi

(Department of Physics, Wuhan University, Wuhan 430072)

Abstract The characteristics of image plane intensity holograms are analyzed theoretically, a new method of recording image plane intensity rainbow holograms using a double-slit aperture is proposed, and the experimental results are given.

Key words image plane holography, rainbow hologram, intensity hologram

1 引言

普通全息图记录的是物光波和参考光波的干涉条纹,如果去掉参考光波,并且利用成像透镜将二维拍摄体成像于全息底片上,则通过透镜孔径上不同区域的物光波(对应着不同传播方向)会聚于其像面上也将形成干涉条纹,我们把这种物光波自身干涉条纹的全息图称之为强度全息图。本文首先讨论其衍射特性(即观察其再现像的视角范围),并提出在相干成像光路中加入两个水平狭缝,获得在白光照明下具有彩虹衍射效果的像面强度全息图;最后讨论了利用空间非相干光记录双缝孔径像面强度全息图的条件。

2 理论分析

2.1 像面强度全息图的衍射特性

根据傅里叶光学理论,二维透明片的复振幅透过率函数 $U_0(x_0, y_0)$ 与其像 I 的振幅分布 U_i 的关系为^[1]

$$U_i(x_i, y_i) = \bar{h}(x_i, y_i) \otimes U_o(x_i, y_i) \tag{1}$$

$$U_o(x_i, y_i) = (1/M)U_0(-x_i/M, -y_i/M) \tag{2}$$

$$\bar{h}(x_i, y_i) = \iint_{-\infty}^{+\infty} P(\lambda d_i \bar{x}, \lambda d_i \bar{y}) \cdot \exp\{-j2\pi(x_i \bar{x} + y_i \bar{y})\} d\bar{x} d\bar{y} \tag{3}$$

其中 $M = d_i/d_0$, $\bar{x} = x/\lambda d_i$, $\bar{y} = y/\lambda d_i$, λ 为照明光波长, $U_o(x_i, y_i)$ 表示几何光学预言像, \bar{h} 为点脉冲响应函数, P 为成像透镜的孔径函数。把全息底片放置于其像平面上, 由于在这里并没有引入参考光波, 因此, 全息底片所记录的是物光波的光强分布 $|U_i(x_i, y_i)|^2$, 通过线性记录后, 得到全息图的振幅透过率为(忽略常数比例因子)

$$t_n(x_i, y_i) = |U_i(x_i, y_i)|^2 \tag{4}$$

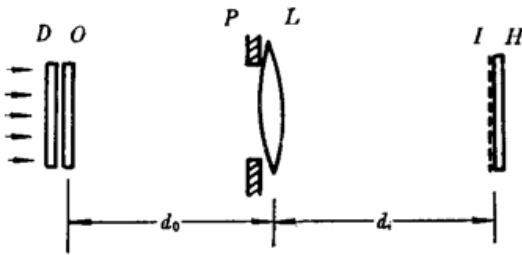


Fig. 1 Geometry for recording image plane intensity holograms

D - diffuser; O - object transparency; P - aperture;
 I - image; H - holographic plate

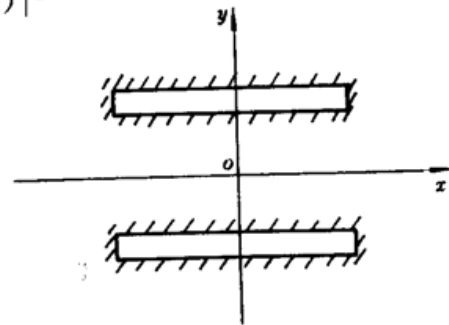


Fig. 2 A double-slit aperture

为便于讨论该全息图的衍射特性, 假定采用会聚球面波照明再现, 并假设会聚中心坐标为 $(0, 0, d_c)$, 则在会聚点所处的 (x_c, y_c) 平面内的光场分布等于全息图透过率 t_n 的傅里叶变换

$$u_c(x_c, y_c) = \mathcal{J}\{t_n(x_i, y_i)\} = H(f_x, f_y) \cdot G(f_x, f_y) \otimes H^*(f_x, f_y) \cdot G^*(f_x, f_y) \tag{5}$$

其中“ \mathcal{J} ”表示傅里叶变换, “ \otimes ”表示卷积运算, $H(f_x, f_y)$ 为相干传递函数, $G(f_x, f_y)$ 为 U_o 的傅氏变换, 由于在透明片 O 前面加入了散射屏 D , 使得 U_o 的频谱十分丰富且随空间分布的变化甚微, 在此情况下可近似认为 $G(f_x, f_y)$ 为常数, 此时(5)式简化为

$$u_c(x_c, y_c) = H(f_x, f_y) \otimes H^*(f_x, f_y) = A \mathcal{H}(f_x, f_y) |_{f_x=x_c/\lambda' d_c, f_y=y_c/\lambda' d_c} \tag{6}$$

式中 A 为常数, λ' 为再现照明光波波长。(6)式表明: 像面强度全息图对再现光波的衍射特性由记录该全息图的成像系统的光学传递函数 $\mathcal{H}(f_x, f_y)$ 所决定。因此, 可以通过在相干光学成像系统中加入特定的限制孔径以获得具有特定衍射特性的像面强度全息图。

2.2 双缝孔径像面强度全息术

为了获得在白光再现下沿垂直方向上具有彩虹衍射效果的像面强度全息图, 我们采用两个平行的水平狭缝孔径, 双缝的间距为 D , 每个单狭缝的长度为 L , 宽度为 W 。其孔径函数的表达式为

$$P_s(x, y) = \begin{cases} 1, & |x| \leq L/2, & -D/2 - W/2 \leq y \leq -D/2 + W/2, \\ 1, & |x| \leq L/2, & D/2 - W/2 \leq y \leq D/2 + W/2, \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \tag{7}$$

将(7)式代入(3)式可计算得到像面上的脉冲响应函数为

$$\bar{h}(x_i, y_i) = \frac{2LW}{(\lambda d_i)^2} \text{sinc} \frac{Lx_i}{\lambda d_i} \text{sinc} \frac{Wy_i}{\lambda d_i} \cos \frac{Dy_i \pi}{\lambda d_i} \tag{8}$$

式中 $\text{sinc}(Lx_i/\lambda d_i)$ 和 $\text{sinc}(Wy_i/\lambda d_i)$ 项分别表示由单狭缝的长度 L 引起的像点在 x 方向上的弥散和由宽度 W 引起的像点在 y 方向上的弥散, 而 $\cos(Dy_i\pi/\lambda d_i)$ 项则是通过双缝物光波干涉迭加的结果。通过计算可求得受双缝孔径限制的理想成像系统的光学传递函数的关系式为

$$\mathcal{H}(f_x, f_y) = \begin{cases} \frac{1}{LW}(L - \lambda d_i |f_x|)(W - \lambda d_i |f_y|); & |f_x| \leq \frac{L}{\lambda d_i}, |f_y| \leq \frac{W}{\lambda d_i}; \\ \frac{1}{2LW}(L - \lambda d_i |f_x|)(W - D + \lambda d_i |f_y|); & |f_x| \leq \frac{L}{\lambda d_i}, \frac{D - W}{\lambda d_i} \leq |f_y| \leq \frac{D}{\lambda d_i}; \\ \frac{1}{2LW}(L - \lambda d_i |f_x|)(W + D - \lambda d_i |f_y|); & |f_x| \leq \frac{L}{\lambda d_i}, \frac{D}{\lambda d_i} \leq |f_y| \leq \frac{D + W}{\lambda d_i} \end{cases} \quad (9)$$

此式表明, 当用会聚球面波照明此全息图时, 在会聚点的平面内 ($z = d_c$), 将产生三条平行的水平狭缝像, 狭缝像的宽度均为 $2\lambda' d_c W/\lambda d_i$, 狭缝像的长度均为 $2\lambda' d_c L/\lambda d_i$, 狭缝像的中心位置的垂直坐标分别为 $+\lambda' d_c D/\lambda d_i, 0, -\lambda' d_c D/\lambda d_i$ 。可见狭缝像的位置以及长度和宽度均与再现波长 λ' 有关, 而再现狭缝像的中心位置随波长变化的结果是沿垂直方向上产生彩虹色带, 即具有与彩虹全息相似的效果。当 $\lambda' d_c/\lambda d_i = 1$ 时, 再现狭缝像的长度和宽度分别等于记录时单缝长度和宽度的两倍。

3 实验结果

记录光源采用 He-Ne 632.8 nm 激光, 记录介质为天津 I 型全息干板, 将全息底片置于二维透明片的像平面上 (如图 1 所示), 将双缝孔径紧贴在成像透镜的前面。双缝孔径及有关参数为: 双缝间距 $D = 30$ mm, 像距 $d_i = 140$ mm, 单缝长度 $L = 50$ mm, 单缝宽度 $W = 5$ mm, 成像透镜的口径为 65 mm。

3.1 图 3 (a) 是用会聚白光照明再现时获得的“狭缝像”——即双缝孔径的自相关分布, 它与理论计算结果 (9) 式完全一致。在 0 级狭缝像的位置上可以观察到消色像, 在 ± 1 级狭缝像的位置上则可以观察到彩虹像。

3.2 在记录过程中将全息底片置于二维透明片的像平面附近, 观察全息底片与像平面的离焦量对再现像的影响, 图 3 中的 (b), (c), (d), (e) 分别是离焦量为 0, 3 mm, 6 mm 和 10 mm 时拍摄记录的强度全息图的白光再现像的照片。对于在离焦时记录的强度全息图, 其再现像的分布随观察角度的不同亦发生改变。但再现像的形变较大。要想得到比较逼真的再现像, 必须适当控制记录时的离焦量。从图 3 (c), (d), (e) 中的照片还可以看到, 离焦时记录的强度全息图的再现像具有一定的边缘增强的效果。

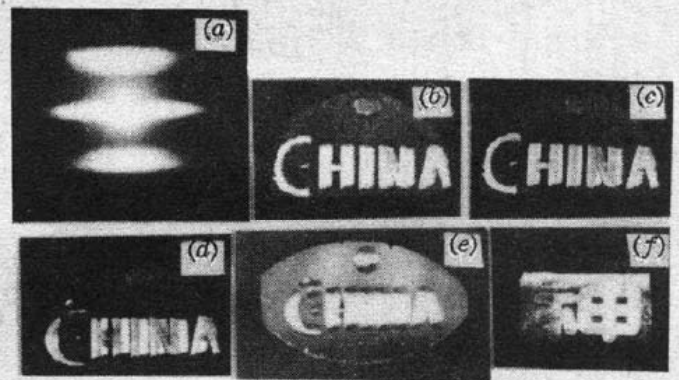


Fig. 3 Photographs of spectrum of the holograms and the reconstructed images

4 讨论

4.1 从图 1 可以看出, 像面强度全息图的记录光路与普通照相在形式上是相同的, 但这两者有本质上的不同。像平面上的精细干涉条纹的最高空间频率为: $f_x = L/\lambda d_i = 564 \text{ mm}^{-1}$,

如果采用普通的照相底片,不能记录其干涉条纹,只能记录得到几何光学预言像;当采用全息底片记录时,得到的是像面强度全息图。

4.2 像面强度全息图再现“狭缝像”的长度是真实狭缝长度的两倍。这就是说该全息图的水平观察视角较大。在记录过程中,由于不同路径和不同方向物光波会聚于像面上的光程基本相等,因此,像面强度全息图在记录时对防震和防干扰的要求大大降低。这些特性在实验中均得到证实。

4.3 像面强度全息术是一种特殊的记录方式,它只限于被拍摄体成像于全息底片表面及其附近一个很小的范围。应用像面强度全息术,适当选择限制孔径的形式,可以较方便地获得具有特定衍射效果的全息元件,本文选择双缝孔径以获得彩虹衍射效果,如果选择圆环形孔径则可以获得周视衍射效果;特别是当不附加任何限制孔径时,将得到光学成像系统的调制传递函数,也就是说,本文实际上同时给出了一种利用全息图来测量光学成像系统的调制传递函数的新方法。

4.4 最后讨论一下利用白光记录双缝孔径像面强度全息图的条件。从空间相干性的要求来看,由于物平面上的每一个点物发出的光波经过透镜孔径的不同区域又重新会聚于其像面上并形成干涉条纹,不同点物在像面上的位置不同因而彼此之间不发生干涉,因此,像面强度全息图可以采用空间非相干光源来记录;从时间相干性的要求来看,一个点物在其像平面上(即全息底片表面)的光强度沿 y 方向上的分布是在 $[\text{sinc}(Wy_i/\lambda d_i)]^2$ 函数的包络中的 $[\cos(Dy_i\pi/\lambda d_i)]^2$ 函数调制形式,两个函数项在理想像点的位置上($y_i = 0$ 处)均达到极大值,余弦函数项取零值的周期(即干涉条纹的间距)为: $T = \lambda d_i/D$,在 $[\text{sinc}(Wy_i/\lambda d_i)]^2$ 包络函数的第一个零值点($y_i = \lambda d_i/W$)的范围内的干涉条纹的数目为 D/W 。如果把记录光源的波长范围记为 $\Delta\lambda$ 以及由其引起的条纹周期的变化记为 ΔT ,则在 $[\text{sinc}(Wy_i/\lambda d_i)]^2$ 包络的主极大宽度内的条纹移动数目为 $D\Delta T/WT$,当 $D\Delta T/WT \leq 1/10$ 时,仍然可以得到十分清晰的干涉条纹,由此推算出记录光源可容许的波带范围为: $\Delta\lambda/\lambda \leq W/10D$,代入实验数据: $\lambda \approx 600 \text{ nm}$, $W = 5 \text{ mm}$, $D = 30 \text{ mm}$,计算得到 $\Delta\lambda \leq 10 \text{ nm}$ 。根据以上的讨论结果,我们采用白炽灯泡(30 W, 5V6A)加红色滤色片进行了拍摄实验,同样获得了清晰明亮的表面衍射像(照片见图 3(f))。

参 考 文 献

- 1 J. W. Goodman, Introduction to Fourier Optics, Mc Graw-Hill, New York, 1968, 90~120