

# 微带结构行波普克尔盒的电光效应\*

肖纲要 何慧娟 刘玉璞 张影华 王之江

(中国科学院上海光机所激光技术开放实验室, 上海 201800)

**提要** 采用准静态近似, 讨论了微带结构行波普克尔盒(Pockels—cell)内的电场分布及晶体的电光效应。计算得出, 由于电场的不均匀性, 微带结构的 LiTaO<sub>3</sub> 行波普克尔盒半波电压要比通常理想行波普克尔盒的半波电压大。

**关键词** 微带, 行波普克尔盒, 电光效应, 准静态近似, 镜像电荷, 半波电压。

## Electro-optic effect on stripline travelling wave Pockels cell

XIAO Gangyao, HE Huijuan, LIU Yupu, ZHANG Yinghua, WANG Zhijiang

(Laboratory of Laser Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,  
Academia Sinica, Shanghai 201800)

**Abstract** The electrical field inside the stripline travelling wave Pockels cell and its electro-optic effect is discussed under the quasi-static approximation. Because of non-uniformity of electrical field, the halfwave voltage of the stripline LiTaO<sub>3</sub> travelling wave Pockels cell will be larger than that of the ideal Pockels cell.

**Key words** stripline, travelling wave Pockels cell, electro-optic effect, quasi-static approximation, charge image, half-wave voltage

## 1 前言

在超快光电子学领域中,最常用的测量手段是电光采样技术<sup>[1]</sup>。Voldmanis 等人最先在 LiTaO<sub>3</sub> 晶体上光刻微带传输线制成行波普克尔盒并把它与超快光开关相接,构成光开关—行波普克尔盒微带一体化器件,成功地测出了皮秒电脉冲宽度<sup>[2]</sup>。我们注意到, Voldmanis<sup>[1,2]</sup>、Meyer<sup>[3]</sup>、Kolner<sup>[4]</sup> 等人以及我们先前的工作<sup>[5]</sup>都认为晶体内的电场是均匀分布的,即把微带电极很窄(几十微米)的普克尔盒等效于无限大电极板,这种近似有很大的误差。实际上,由于微带电极板很窄,介质内电场分布不均匀,晶体内电力线弯曲使电场不再垂直于电极表面,而存在切向分量,从而使晶体的电光效应不同于常规的普克尔盒。我们经下面的计算和实验发现,微带结构普克尔盒内电场分布不均匀,导致晶体的半波电压增加。对于我们设计的实际器件,其半波电压相对增加近 18%。

收稿日期:1993年1月15日;收到修改稿日期:1993年2月19日。

\* 国家自然科学基金资助课题。

## 2 微带结构行波普克尔盒内的电场分布

图 1 为微带结构行波普克尔盒的截面图,我们作如下假设: 1. 在实际的电光采样过程中,每一个探针光脉冲( $\sim 80\text{fs}$ )通过有效场区时,电场不发生改变。这就是说,可以认为微带电极板具有恒定的电位,这就是准近态假设;2. 由于微带电极很窄,小于晶体宽度,可以假设晶体无限大;3. 忽略电极板厚度。

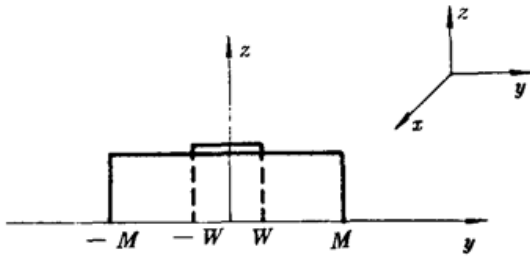


Fig. 1 Transversal section of stripline

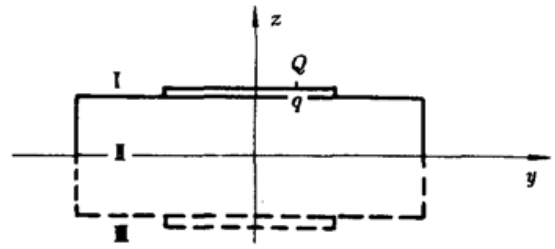


Fig. 2 Mirror image of stripline

在准近态近似下,我们用电像法来进行分析。微带结构行波普克尔盒上电极板具有电位  $V_0$ ,下电极板接地。图 2 为晶体的镜像图。假定上电极板  $Q(y_0, Z = h + \delta)$  点( $\delta \rightarrow 0$ )有一线电荷元  $q$ ,从图 2 我们看出,介质片(晶体)与空气有两个界面  $S, S'$ 。因为微带在  $X$  方向尺寸远大于  $Y, Z$  方向尺寸,所以认为相同  $x$  坐标的点具有相同的电场,这样就可以在二维平面内处理问题。电荷元  $q$  在  $S, S'$  面成多重镜像(如图 3),根据文献[6]关于介质片多重镜像问题的讨论,线电荷元  $q$  及其所有象电荷在晶体内(II 区)产生的电势为

$$\begin{aligned} \phi_{\text{I}}(y, z) = & -\frac{(1-k)q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ k^{2(n-1)} \ln \frac{(y-y_0)^2 + [z - (4n-1)h - h]^2}{y_0^2 + [4(n-1)h + h]^2} \right\} \\ & + \frac{(1-k)q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ k^{2(n-1)+1} \ln \frac{(y-y_0)^2 + [z + (4n-1)h]^2}{y_0^2 + [(4n-1)h]^2} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

$$k = \frac{1 - \epsilon_r}{1 + \epsilon_r}$$

$-W \leq y_0 \leq W$  ( $2W$  为电极板宽度)

$\epsilon_r$  为介质相对介电常数。设导体电极板在  $Y$  方向的电荷分布均匀且其密度为  $\sigma$ ,则

$$q = \sigma dy_0 \quad (2)$$

我们考虑导体中心点( $y = 0, z = h$ )的电位,它等于除该点外其它所有线电荷元(包括像电荷元)在该处电势的叠加。根据电势的连续性:

$$\begin{aligned} V_0 = & \int_{-w}^{0^-} \phi_{\text{I}}(y=0, z=h) dy_0 + \int_{0^+}^w \phi_{\text{I}}(y=0, z=h) dy_0 \\ = & \left\{ \int_{-w}^{0^-} dy_0 + \int_{0^+}^w dy_0 \right\} \left\{ -\frac{\sigma(1-k)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{n=1}^{\infty} k^{2(n-1)} \ln \frac{y_0^2 + a_1^2}{y_0^2 + b_1^2} \right. \\ & \left. + \frac{\sigma(1-k)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{n=1}^{\infty} k^{2(n-1)+1} \ln \frac{y_0^2 + c_1^2}{y_0^2 + d_1^2} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

其中

$$a_1 = -4(n-1)h \quad b_1 = 4(n-1)h + h \quad (4a)$$

$$c_1 = (4n-1)h + h \quad d_1 = (4n-1)h \quad (4b)$$

解(3)得

$$V_0 = -\frac{\sigma(1-k)}{2\pi\epsilon_r\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ k^{2(n-1)} \left[ W \ln(W^2 + a_1^2) + 2a_1 \operatorname{arctg} \frac{W}{a_1} - W \ln(W^2 + b_1^2) - 2b_1 \operatorname{arctg} \frac{W}{b_1} \right] - k^{2(n-1)+1} \left[ W \ln(W^2 + c_1^2) + 2c_1 \operatorname{arctg} \frac{W}{c_1} - W \ln(W^2 + d_1^2) - 2d_1 \operatorname{arctg} \frac{W}{d_1} \right] \right\} \quad (5)$$

由(5)式可以求出导体板上的线电荷密度  $\sigma$ 。

根据(1)式, I 区(介质体内)( $y, z$ )处总电位为

$$\begin{aligned} \Phi(y, z) &= \int_{-w}^w \phi_1(y, z) dy_0 \\ &= -\frac{\sigma(1-k)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{n=1}^{\infty} k^{2(n-1)} \int_{-w}^w \ln \frac{(y-y_0)^2 + (z+a^2)^2}{y_0^2 + b_2^2} dy_0 \\ &\quad + \frac{\sigma(1-k)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{n=1}^{\infty} k^{2(n-1)+1} \int_{-w}^w \ln \frac{(y-y_0)^2 + (z+c_2)^2}{y_0^2 + d_2^2} dy_0 \end{aligned} \quad (6)$$

$$a_2 = a_1 - h \quad b_2 = b_1 \quad (7a)$$

$$c_2 = c_1 - h \quad d_2 = d_1 \quad (7b)$$

介质内的电场分布为

$$\begin{aligned} E(y, z) &= -\Delta\Phi(y, z) \\ &= -\left[ \frac{\partial\Phi}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial\Phi}{\partial z} \mathbf{e}_z \right] \\ &= E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z \\ &= -\mathbf{e}_y \frac{\sigma(1-k)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ k^{2(n-1)} \ln[(y-y_0)^2 + (z+a_2)^2] - k^{2(n-1)+1} \ln[(y-y_0)^2 + (z+c_2)^2] \right\} \Big|_{-w}^w \\ &\quad - \mathbf{e}_z \frac{\sigma(1-k)}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ k^{2(n-1)} \operatorname{arctg} \frac{y-y_0}{z+a_2} - k^{2(n-1)+1} \operatorname{arctg} \frac{y-y_0}{z+c_2} \right\} \Big|_{-w}^w \end{aligned} \quad (8)$$

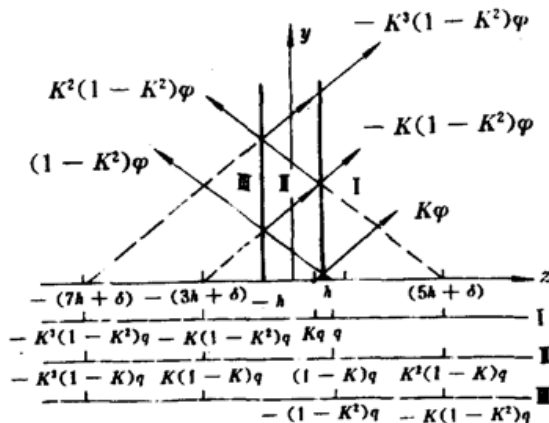


Fig. 3 The charge images of  $q$  in I, II and III

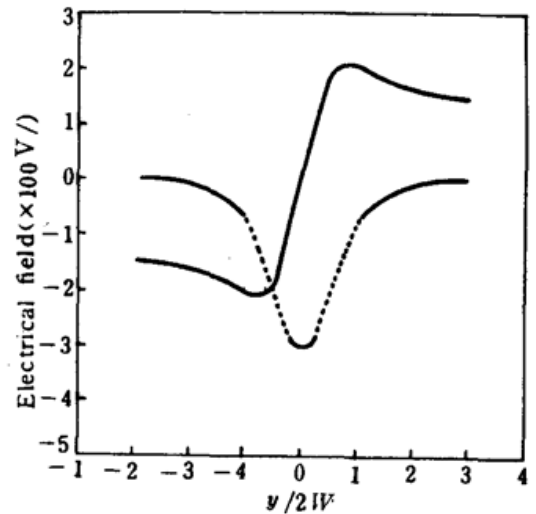


Fig. 4 Electrical field inside the dielectric as a function of  $y/2W$  when the voltage of the stripline electrode is 1.0 (V).

solid :  $E_y(y, z = h/2)$ , dotted :  $E_z(y, z = h/2)$

我们假设  $V_0 = 1.0 \text{ V}$ , 利用表 1 的参数, 由(5)式求出  $\sigma$  后, 通过(8)式求出电场在介质体内  $z =$

$h/2$  处的电场分布(图 4),  $E_x(y, z = h/2), E_z(y, z = h/2)$ 。所有的无穷级数求和均取 100 项。从图 4 看出, 微带结构行波普克尔盒内电场分布不均匀, 既有纵向电场  $E_z$ , 又有横向电场  $E_x$ 。电场横向分布  $E_x$  在介质板中间( $y = 0$ ) 处为 0, 而在两边对应点大小相等、方向相反,  $E_x > 0$  表示沿  $Y$  方向, 而  $E_x < 0$  表示沿  $-Y$  方向, 纵向分量  $E_z$  在板中间最大, 而两端逐渐减小,  $E_z < 0$  表示沿  $-Z$  方向。

### 3 LiTaO<sub>3</sub> 微带行波普克尔盒的电光效应

由于电场  $E$  的扰动使晶体非线性系数改变。当光场沿  $Y$  方向通过晶体时, 光场电位移矢量满足传播方程<sup>[7]</sup>

$$\left( \frac{\partial}{\partial y} + \frac{1}{c} \bar{N} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mathbf{D} = 0 \quad (9)$$

$c$  为真空光速。

我们电光采样实验<sup>[5]</sup>中选用的 LiTaO<sub>3</sub> 晶体属于  $3m$  对称结构晶体。折射率矩阵可以写为

$$\bar{N} = \begin{bmatrix} n_o - \frac{1}{2} n_o^3 (\gamma_{13} E_z - \gamma_{22} E_y) & 0 \\ 0 & n_e - \frac{1}{2} n_e^3 \gamma_{33} E_z \end{bmatrix} \quad (10)$$

$\gamma_{i,j}$  为晶体非线性系数。电场  $E$  微扰引起的折射率变化为

$$\Delta N_{11} = -\frac{1}{2} n_o^3 (\gamma_{13} E_z - \gamma_{22} E_y) \quad (11a)$$

$$\Delta N_{22} = -\frac{1}{2} n_e^3 \gamma_{33} E_z \quad (11b)$$

$$\Delta N_{12} = \Delta N_{21} = 0 \quad (11c)$$

沿  $Y$  传播的光波场有两个简正模式

$$\mathbf{D} = A_1(y, t) e^{i(\omega t - k_1 y)} \mathbf{d}_1 + A_2(y, z) e^{i(\omega t - k_2 y)} \mathbf{d}_2 \quad (12)$$

$A_i, \mathbf{d}_i$  ( $i = 1, 2$ ) 分别为两简正模的振幅和单位矢量。利用慢变振幅近似

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} = 0 = \frac{\partial A_2}{\partial t}, \text{解方程(9):}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial y} - i \frac{\omega}{c} \Delta N_{11} A_1 = 0 \quad (13a)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial y} - i \frac{\omega}{c} \Delta N_{22} A_2 = 0 \quad (13b)$$

$$A_1 \propto \exp \left\{ i \frac{\omega}{c} \int_{-M}^M \Delta N_{11} dy \right\} \quad (14a)$$

$$A_2 \propto \exp \left\{ i \frac{\omega}{c} \int_{-M}^M \Delta N_{22} dy \right\} \quad (14b)$$

其中  $2M$  为晶体宽度。光波沿  $Y$  方向通过晶体时, 电光效应引起的相移

$$\Gamma = \frac{\omega}{c} \int_{-M}^M (\Delta N_{11} - \Delta N_{22}) dy \quad (15)$$

晶体半波电压为  $V_\pi$  时, 相移为

$$\Gamma_\pi = \pi = \frac{\omega}{c} \int_{-M}^M |\Delta N_{11} - \Delta N_{22}| dy \quad (16)$$

如果我们按常规的普克尔盒讨论,认为介质体内电场是均匀分布的,则图 1 中电场应只有沿  $Z$  分量( $E_y = 0$ )。对于同样尺寸的普克尔盒,有

$$E = E_z e_z = -\frac{V_0}{h} e_z \tag{17}$$

“-”表示电场沿  $-Z$  方向。半波电压时的相位为

$$\Gamma'_\pi = \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \left| \frac{1}{2} n_o^2 \gamma_{33} - \frac{1}{2} n_e^2 \gamma_{13} \right| \tag{18}$$

由(8)、(16)、(18)式及 LiTaO<sub>3</sub> 晶体的有关参数,可以求出微带结构以及理想情况下行波普克尔盒的半波电压。根据我们设计的实际微带行波普克尔器件,选用表 1 的参数,我们求得两种情况下的半波电压为

$$V_\pi \approx 2880 \text{ (V)}$$

$$V'_\pi \approx 2360 \text{ (V)}$$

所以,对于我们设计的实际微带 LiTaO<sub>3</sub> 普克尔盒,半波电压增加~18%。我们设计的微带行波普克尔盒的结构参数<sup>[8]</sup>及材料参数均于表 1。

Table 1 Parameters of travelling wave Pockels cell

$2W$ (mm)	$2M$ ( $\mu\text{m}$ )	$h$ ( $\mu\text{m}$ )	$\gamma_{13}$ (m/V) ( $\times 10^{-12}$ )	$\gamma_{33}$ (m/V) ( $\times 10^{-12}$ )	$\gamma_{22}$ (m/V) ( $\times 10^{-12}$ )	$\epsilon_r$	$n_e$	$n_o$
1.0	300	300	7.5	33	1.0	43	2.18	2.176

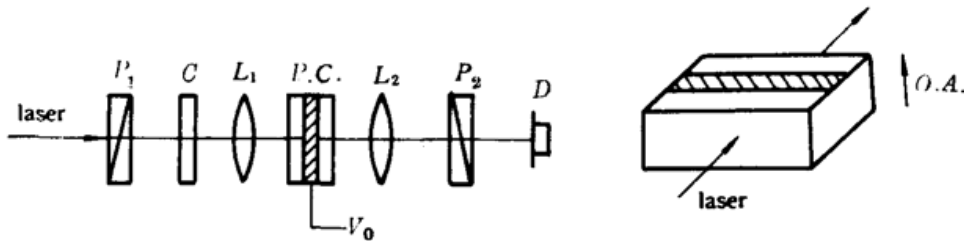


Fig. 5 (a) Schematic diagram for experimental measurement (left)

(b) Diagram of LiTaO<sub>3</sub> stripline Pockels cell (right)

$P, C$  — Pockels cell,  $C$  — compensator,  $P_1, P_2$  — polarizer,  $D$  — detector,  $O, A$  — optical axis

### 4 实 验

图 5 为我们的实验装置图。 $P_1, P_2$  为偏振方向互相垂直的偏振片, LiTaO<sub>3</sub> 晶体的光轴垂直微带电极表面并与光的传播方向垂直(如图 5 b), 补偿器的作用是用以补偿 LiTaO<sub>3</sub> 的静态双折射。在微带行波普克尔盒上加电压  $V_0$ , 则电光效应引起相移  $\Delta\varphi$ , 使光的偏振方向改变。 $P_2$  的透过光强  $I_t$  为

$$I_t = I_0 \cdot \sin^2(\Delta\varphi) \tag{19}$$

其中

$$\Delta\varphi = \frac{V_0}{V_\pi} \pi$$

$I_0$  为除光学元件损耗外的总光强。如果  $V_0$  很小, 则

$$\sin(\Delta\varphi) \approx \Delta\varphi \quad (20)$$

$$V_{\pi} = \pi \cdot V_0 \sqrt{I_0/I_t} \quad (21)$$

根据(21),我们测得本微带普克尔盒的半波电压  $V_{\pi} \approx 2950$  (V),这个结果比理论结果要大,这是因为测量系统的灵敏度不足以对透过光强的较小变化作出响应而引入的误差。

## 5 结 论

根据二、三节的分析,微带结构行波普克尔盒内电场分布不均匀,引起晶体半波电压增加。以我们设计的实际微带结构行波普克尔盒为例,计算结果和理论结果都告诉我们这个增加量可以达到 $\sim 18\%$ 。这是由于电场矢量不完全平行于晶体光轴而造成的。我们必须强调,在分析电场分布时引进了准静态近似和微带电极板上电荷密度均匀分布近似,这种近似在超快电光采样技术中,由于电场脉冲达到皮秒甚至亚皮秒量级,该近似所引起的误差就不能忽略。但是,对于取样光脉冲远小于电脉冲宽度的情况,这种近似还是能够接受的。

## 参 考 文 献

- 1 J. A. Voldmanis *et al.*, *IEEE. J. Quant. Elect.*, **QE-22**(1), 69(1986)
- 2 J. A. Voldmanis *et al.*, *IEEE. J. Quant. Elect.*, **QE-19**(4), 664(1983)
- 3 K. E. Meyer, Springer Series on Electro-Physics 21, 54(1985)
- 4 B. H. Kolner, *IEEE. J. Quant. Elect.*, **QE-22**(1), 79(1986)
- 5 张影华 *et al.*, *中国激光*, **19**(3), 176(1992)
- 6 吴万春 编著,微波毫米波与光集成电路的理论基础,西北电讯工程学院出版社,1985,21~23
- 7 A. Yariv, P. Yeh, *Optical Waves in Crystals*, John Wiley bi Sons, Inc., 1984, 245
- 8 A. Yariv, P. Yeh, *Optical Waves in Crystals*, John Wiley bi Sons, Inc., 1984, 232, Table 7.3