第 20 卷 第 5 期
1993 年 5 月

中 国 激 光
CHINESE JOURNAL OF LASERS

Vol. A20, No. 5
May, 1993

相干泵浦双光子激光的光子数起伏

胡响明
(华中师范大学应用物理研究所, 武汉 430070)

提要 本文采用朗之万量子理论和激光场的准线性表示计算相干泵浦双光子激光的光子数起伏。结果表明,具有双光子损耗机制且在近阈运行时,双光子激光不存在光子数压缩态。

关键词 双光子激光,光子数起伏,相干泵浦,双光子损耗

Fluctation of photon number in a two-photon laser by coherent pumping

Hu Xiangming
(Institute of Applied Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)

Abstract The fluctation of photon number of a two-photon laser by coherent pumping with two-photon losses is calculated using Langevinian method and quasilinearization procedure. The result shows that there is no seqeezing in photon number when the laser operates at the vicinity of the threshold.

Key words two-photon laser, photon-number fluctation, coherent pumping two-photon losses

1 引 言

人们对双光子激光有广泛兴趣。Reid 和 Walls[1]、Lugiato 和 Strini[2] 分别对双光子激光进行了量子理论分析,表明只有光学双稳态可能有少量压缩,带注入信号双光子激光场算符 $X_1 = (a + a^+)/2$ 和 $X_2 = (a - a^+)/2i$ 没有压缩出现。

近来,相干泵浦引起了人们极大的兴趣。利用相干泵浦导致原子的相干性,从而可以产生相位压缩态[3,4]。其要点是经相干泵浦后的原子具有相干性,原子的初始密度矩阵取确定值,$\rho_{ij} = |\rho_{ij}|e^{i\theta_{ij}}$,当 $i = j$ 时,$\theta_{ij} = 0$,当 $i \neq j$ 时,θ_{ij} 取某一确定值,且 $\rho_{ij} = \rho_{ij}^*$。原子的相干性导致关联发射和锁相,于是引起量子噪声猝灭甚至压缩。郭光灿[5]用朗之万量子理论研究了单光子激光中相干泵浦的作用过程。本文采用同样的方法,再利用场的准线性表示[6]计算具有双光子损耗机制[7,8]的相干泵浦双光子激光的光子数起伏,考虑近阈情形,表明光子数没有压缩,即 $\langle \Delta n^2 \rangle / \langle n \rangle > 1$。

2 激光的朗之万方程

收稿日期:1992 年 8 月 31 日。

采用与文献[5]相似的系统模型与符号，如图 1 和图 2 表示。不过这里激光能级 $|3\rangle$ 和 $|2\rangle$ 宇称相同。

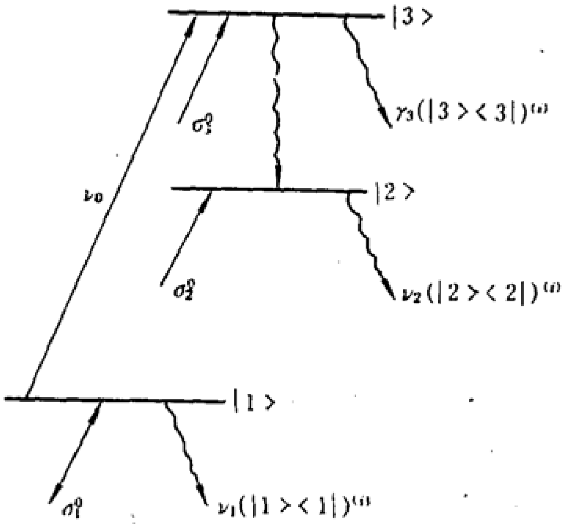

Fig. 1　Atomic energy levels

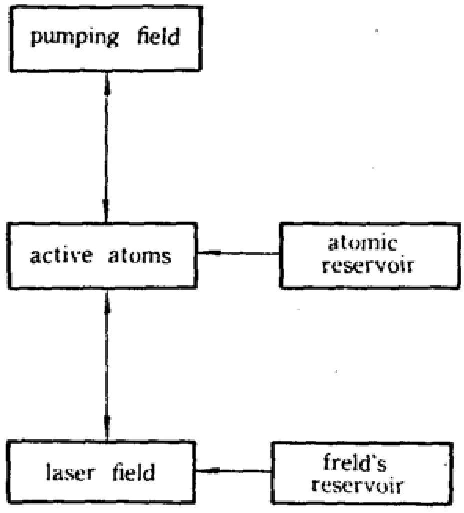

Fig. 2　System

相应的原子能级算符

$$\sigma_j = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (|j\rangle\langle j|)^{(i)} \qquad j = 1,2,3 \tag{1}$$

缓变的原子偶极矩算符

$$\sum\nolimits_{23} = e^{i2\omega_s t}\Big[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (|2\rangle\langle 3|)^{(i)}\Big] \tag{2}$$

$$\sum\nolimits_{13} = e^{i\omega_p t}\Big[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (|1\rangle\langle 3|)^{(i)}\Big] \tag{3}$$

$$\sum\nolimits_{12} = e^{i(\omega_p - 2\omega_s)t}\Big[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (|1\rangle\langle 2|)^{(i)}\Big] \tag{4}$$

激光场的缓变湮灭算符

$$A(t) = e^{i\omega_s t}a(t) \tag{5}$$

激光场与原子相互作用哈密顿

$$H_{FA} = \hbar N(gA^{+2}\sum\nolimits_{23} + g^*\sum\nolimits_{23}^{+}A^2) \tag{6}$$

其中 g 是耦合常数，N 是原子总数。泵浦场与原子相互作用哈密顿

$$H_{PA} = \hbar N(\nu_0^*\sum\nolimits_{13} + \nu_0\sum\nolimits_{13}^{+}) \tag{7}$$

利用(1)～(7)式，采用文献[5]的方法得到基本方程组

$$\dot{\sigma}_3 = \gamma_3\sigma_3^0 - \gamma_3\sigma_3 - i(\nu_0^*\sum\nolimits_{13} - \nu_0\sum\nolimits_{13}^{+}) + i(gA^{+2}\sum\nolimits_{28} - g^*\sum\nolimits_{23}^{+}A^2) + F_3(t) \tag{8}$$

$$\dot{\sigma}_2 = \gamma_2\sigma_2^0 - \gamma_1\sigma_2 - i(gA^{+2}\sum\nolimits_{23} - g^*\sum\nolimits_{23}^{+}A^2) + F_2(t) \tag{9}$$

$$\dot{\sigma}_1 = \gamma_1\sigma_1^0 - \gamma_1\sigma_1 + i(\nu_0^*\sum\nolimits_{13} - \nu_0\sum\nolimits_{13}^{+}) + F_1(t) \tag{10}$$

$$\dot{\sum}\nolimits_{23} = -[\gamma_{23} + i(\omega_{32} - 2\omega_s)]\sum\nolimits_{23} + i\nu_0\sum\nolimits_{12}^{+} + ig^*(\sigma_3 - \sigma_2)A^2 + F_{23}(t) \tag{11}$$

$$\dot{\sum}\nolimits_{13} = -[\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)]\sum\nolimits_{13} - i\nu_0(\sigma_3 - \sigma_1) - ig^*\sum\nolimits_{12}A^2 + F_{13}(t) \tag{12}$$

$$\dot{\sum}_{12} = -[\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + 2\omega_s)]\sum_{12} - i\nu_0\sum_{23}^{+} - igA^{+2}\sum_{13} + F_{12}(t) \quad (13)$$

$$\dot{A} = -[(1/2)(2\omega_s/Q)A^+A + i(\Omega - \omega_s)]A - 2igA^+\sum_{23} + F_A(t) \quad (14)$$

其中,方程(14)的获得采用了文献[9]的方法,且场热库的噪声关联为

$$\langle F_A^+(t)F_A(t')\rangle_F = (2\omega_s/Q)\bar{n}(\omega_s)\langle AA^+\rangle_F\delta(t-t') \quad (15)$$

$$\langle F_A(t)F_A^+(t')\rangle_F = (2\omega_s/Q)[\bar{n}(\omega_s) + 1]\langle A^+A\rangle_F\delta(t-t') \quad (16)$$

考虑原子变量相对于场变量是快变量,从而原子变量可以采用绝热近似被消去。且考虑光子数不太高的情况,则

$$||g|^2\mathscr{D}_{12}\mathscr{D}_{13}A^{+2}A^2| \ll ||\nu_0|^2\mathscr{D}_{12}\mathscr{D}_{13}^*| + 1 \quad (17)$$

导出激光朗之万方程：

$$\dot{A} = -\left[\frac{1}{2}\frac{2\omega_s}{Q}A^+A + i(\Omega - \omega_s)\right]A + CA^+A^2 - BA^+A^2A^{+2}A^2 + F_A(t) \quad (18)$$

其中复增益系数 C、噪声算符 F 及一些常数为

$$C = \frac{2|g|^2N\mathscr{D}_{23}}{1 + |\nu_0|^2\mathscr{D}_{12}^*\mathscr{D}_{23}}\left[(\sigma_3^0 - \sigma_2^0) + \frac{|\nu_0|^2(\sigma_1^0 - \sigma_3^0)}{1 + |\nu_0|^2(\mathscr{D}_{13}/R_{31})}\left(\frac{\overline{\mathscr{D}}_{13}}{\gamma_3} + \mathscr{D}_{12}^*\mathscr{D}_{13}^*\right)\right] \quad (19)$$

$$\mathscr{D}_{23} = [\gamma_{23} + i(\omega_{32} - 2\omega_s)]^{-1} \qquad \mathscr{D}_{13} = [\gamma_{13} + i(\omega_{31} - \omega_p)]^{-1}$$

$$\mathscr{D}_{12} = [\gamma_{12} + i(\omega_{31} - \omega_p - \omega_{32} + 2\omega_s)]^{-1} \qquad \overline{\mathscr{D}}_{ij} = \mathscr{D}_{ij} + \mathscr{D}_{ij}^* = \mathscr{L}_{ij}/\gamma_{ij}$$

$$R_{ij} = (\gamma_i^{-1} + \gamma_j^{-1})^{-1}$$

$$F = \frac{2gNA^+\mathscr{D}_{23}}{1 + |\nu_0|^2\mathscr{D}_{12}^*\mathscr{D}_{23}}[\nu_0\mathscr{D}_{12}^*F_{12}^+ - iF_{23}] + F_A \quad (20)$$

与单光子激光朗之万方程[5]相比较,其根本差别在于双光子激光增益和损耗是非线性的。

在非相干泵浦情况,$|\nu_0|^2 = 0$,复增益系数、复自饱和系数以及噪声算符为

$$C = 2|g|^2N\mathscr{D}_{23}(\sigma_3^0 - \sigma_2^0) \quad (21)$$

$$B = 2C\frac{|g|^2}{\gamma_{23}R_{32}}\mathscr{L}_{23} \quad (22)$$

$$F = F_A - 2igNA^+\mathscr{D}_{23}F_{23} \quad (23)$$

在相干泵浦情况,$\sigma_2^0 = \sigma_3^0 = 0$,考虑共振情形,$\Delta\omega_{31} = \Delta\omega_{32} = 0$,对于弱相干泵浦,复增益系数为

$$C = 2|\nu_0|^2\frac{g^2N}{\gamma_{23}\gamma_{13}}\left(\frac{2}{\gamma_3} + \frac{1}{\gamma_{12}}\right)\sigma_1^0 \quad (24)$$

3 光子数起伏

采用准线性表示激光场[6]

$$A = (A_0 + \Delta A)e^{-i\Delta\phi} \quad (25)$$

式中 ΔA 和 $\Delta\phi$ 是厄米振幅起伏和相位起伏,A_0 是平均场的振幅,取实数,这正是文献[1]的处理方式。按惯用法[10],相对于 A_0^2 略去 1,因为 $A_0^2 \gg 1$,保留至一级小量 ΔA

$$A^+A^2 = (A_0^3 + 3A_0^2\Delta A)e^{-i\Delta\phi} \quad (26)$$

$$A^+A^2A^{+2}A^2 = (A_0^7 + 7A_0^6\Delta A)e^{-i\Delta\phi} \quad (27)$$

将(26)和(27)代入方程(18)得

$$\frac{d\Delta A}{dt} = 4\left(\mathrm{Re}\langle C\rangle - \frac{\omega_s}{Q}\right)A_0^2\Delta A + H_r(t) \quad (28)$$

其中用到稳态关系式

$$\mathrm{Re}\langle C\rangle - \frac{\omega_s}{Q} - A_0^4\mathrm{Re}\langle B\rangle = 0 \tag{29}$$

且

$$H_r(t) = (1/2)[F(t)e^{i\Delta\phi} + e^{-i\Delta\phi}F^+(t)] \tag{30}$$

在频域上

$$iu\Delta A = 4\left(\mathrm{Re}\langle C\rangle - \frac{\omega_s}{Q}\right)A_0^2\Delta A + H_r(u) \tag{31}$$

噪声算符的功率谱通过关联函数进行计算，

$$\langle |H_r(u)|^2\rangle \equiv 2\int_{-\infty}^{\infty}\langle H_r(\tau)H_r(o)\rangle e^{-iu\tau}d\tau = A_0^2\left(\frac{\omega_s}{Q} + D\right) \tag{32}$$

其中 $D = \dfrac{2\omega_s}{Q}\bar{n}(\omega_s) + \dfrac{4|g|^2}{\gamma_{23}}\cdot\dfrac{\mathscr{L}_{23}}{|1+|\nu_0|^2\mathscr{D}_{12}^*\mathscr{D}_{23}|^2}\cdot\left\{\gamma_{23}\left(1-\dfrac{\gamma_3}{2\gamma_{23}}\right)\dfrac{N|\nu_0|^2}{1+|\nu_0|^2(\mathscr{D}_{13}/R_{31})}\right.$

$$\left.\times\frac{\overline{\mathscr{D}}_{13}}{\gamma_3} + \frac{|\nu_0|^2\mathscr{L}_{12}}{\gamma_{12}}\left[N - \left(1-\frac{\gamma_1}{2\gamma_{12}}\right)\frac{N|\nu_0|^2}{1+|\nu_0|^2(\mathscr{D}_{13}/R_{31})}\cdot\frac{\overline{\mathscr{D}}_{13}}{\gamma_1}\right]\right\} \tag{33}$$

(33)式包括热光场、能级自发辐射和自发 Raman 散射的噪声贡献。(32)式中含 (ω_s/Q) 项代表真空起伏的贡献。这里只考虑弱相干泵浦。忽略泵浦噪声。由(31) 式，振幅噪声谱

$$P_{\Delta A}(u) = \langle\Delta A^+(u)\Delta A(u)\rangle = \frac{\langle|H_r(u)|^2\rangle}{[4(\mathrm{Re}\langle C\rangle - \omega_s/Q)A_0^2]^2 + u^2} \tag{34}$$

振幅方差[6]为

$$\langle\Delta A^2\rangle \equiv \int_0^\infty\frac{du}{2\pi}P_{\Delta A}(u) = \frac{\langle|H_r(u)|^2\rangle}{16(\mathrm{Re}\langle C\rangle - \omega_s/Q)A_0^2} \tag{35}$$

光子数方差

$$\langle\Delta n^2\rangle \equiv 4A_0^2\langle\Delta A^2\rangle = \frac{\omega_s/Q + D}{4(\mathrm{Re}\langle C\rangle - \omega_s/Q)} \tag{36}$$

由于激光作近阈运行，设 $\mathrm{Re}\langle C\rangle < 1.25\omega_s/Q$，基于文献[5]对噪声的分析可知 $D > 0$，因此

$$\frac{\langle\Delta n^2\rangle}{\langle n\rangle} = \frac{\omega_s/Q + D}{4(\mathrm{Re}\langle C\rangle - \omega_s/Q)} > 1 \tag{37}$$

尽管 $|3\rangle$ 能级未参与自发辐射(见(33) 式中正比于 $\gamma_3/(2\gamma_{23})$ 的项) 原子数达到极大值以致自发辐射噪声猝灭，尽管因相干泵浦离开能级 $|1\rangle$ 的参与自发 Raman 散射的原子引起的噪声因 $\gamma_1 \ll \gamma_{12}$ 从而可以忽略(见(33) 式中正比于 $\gamma_1/(2\gamma_{12})$ 的项)，但是，能级 $|1\rangle$ 上原子的自发 Raman 散射和场热库的噪声依然存在未受到抑制，故不存在压缩效应。

以上是相干泵浦情况，对于非相干泵浦，即使原子数完全反转，因自发辐射的噪声存在，激光场不可能有压缩效应。

$$\langle|H_r(u)|^2\rangle = A_0^2(\omega_s/Q + D) \tag{38}$$

$$D = \frac{2\omega_s}{Q}\bar{n}(\omega_s) + \frac{4|g|^2N\mathscr{L}_{23}\sigma_3^0}{\gamma_{23}} \tag{39}$$

$$\frac{\langle\Delta n^2\rangle}{\langle n\rangle} = \frac{\omega_s/Q + D}{4(\mathrm{Re}\langle C\rangle - \omega_s/Q)} > 1 \tag{40}$$

(40)式中同样用到近阈条件。

参考文献

1 M. D. Reid, D. F. Walls, *Phys. Rev.*, **A28**, 332(1983)
2 L. A. Lugiato, G. Strini, *Opt. Commun.*, **41**, 374(1982)
3 M. O. Scully, K. Wodkiewicz *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **60**, 1832(1988)
4 J. Bergou, C. Benkert *et al.*, *Phys. Rev.*, **A42**, 5544(1990)
5 郭光灿，*物理学报*，**33**，1661(1984)
6 Y. Yamamoto, S. Machida *et al.*, *Phys. Rev.*, **A34**, 4205(1986)
7 K. J. McNeil, D. F. Walls, *J. Phys.*, **A8**, 104(1975)
8 U. Herzog, *Opt. Acta*, **30**, 639(1983)
9 M. Sargent, M. O. Scully *et al.*, Laser Physics, Addison Wesley, Reading, MA, 1974, Chapt. 17,19,20
10 Ning Lu, *Phys. Rev.*, **A42**, 5641(1990)

更正启事

1. 刊登在本刊 1993 年 Vol. A20, No. 2 第 150 页上题为“用 LBO 晶体产生紫外超短脉冲”的文章的收稿日期应为 1991 年 3 月 29 日，特此更正。

2. 由于工作疏忽，本刊 1993 年 Vol. A20, No. 3，第 185 页上的图 2 倒了，特此更正，敬请读者谅解，并向作者表示我们的歉意。

本刊编辑部